

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПЫТНОГО ДЕМПФЕРА ПОДВЕСКИ КАБИНЫ КОЛЕСНОГО ТРАКТОРА

Д. А. ЛИННИК, В. М. ПЕЦЕВИЧ, А. Ч. СВИСТУН

*Гродненский государственный университет имени Янки Купалы,  
г. Гродно, Республика Беларусь*

*(Поступила в редакцию 15.04.2020)*

*В тракторостроении Республики Беларусь сохраняется тенденция к повышению энергонасыщенности колесных тракторов, скоростей их движения, что приводит к повышению вибрации и возрастанию в механизмах трактора нагрузок, снижающих его долговечность. Один из путей снижения вибронегативности рабочего места водителя колесного трактора, учитывая специфику его конструкции и условия эксплуатации – совершенствование подвески сиденья водителя, другой – совершенствование подвески кабины колесного трактора.*

*Зарубежные производители колесных тракторов акцентируют повышенное внимание на улучшение условий труда водителя колесного трактора, обусловленное использованием в подвеске кабины колесного трактора элементов, обладающих нелинейными характеристиками, а также активных виброзащитных систем, что повышает конкурентоспособность производимых колесных тракторов на мировом рынке. В подвесках кабин колесных тракторов используются виброгасящие опоры, которые, чаще всего, состоят из: пружин; гидравлических амортизаторов; пневматических камер, работающих совместно с гидравлическими амортизаторами; вертикальных сайлентблоков.*

*Отечественный производитель колесных тракторов осуществляет установку кабин на резинометаллические виброизоляторы (цилиндрической и конической форм), являющиеся фильтрами высокочастотных вибраций, генерируемых двигателем и трансмиссией, и больше играют роль шумопоглощающих элементов и не являются гасителями низкочастотных вибраций. Поэтому конструкция систем поддрессоривания кабин колесных тракторов МТЗ требуют своего совершенствования. Водители колесных тракторов подвергаются воздействию общей вибрации первой категории (транспортной) с преобладанием низкочастотных вибраций (1–4 Гц), которые приводят к развитию профессионального заболевания – вибрационная болезнь, снижающая качество жизни механизаторов, в долгосрочной перспективе влияет на производительность труда.*

*В статье предложена математическая модель опытного демпфера подвески кабины колесного трактора с учетом внешних факторов и конструктивных особенностей амортизатора. Приводится сравнительный анализ результатов исследований математической модели с опытным демпфером.*

**Ключевые слова:** колесный трактор, водитель, подвеска кабины, вибрация, математическая модель, поддрессоренная масса, опытный демпфер, сила вязкого сопротивления.

*In the tractor industry of the Republic of Belarus, there remains a tendency to increase the energy saturation of wheeled tractors, their speeds, which leads to increased vibration and increased loads in the tractor mechanisms that reduce its durability. One of the ways to reduce the vibration load of wheel tractor driver's working place, given the specifics of its design and operating conditions, is to improve the driver's seat suspension, the other is to improve the suspension of wheel tractor cab.*

*Foreign manufacturers of wheeled tractors focus on improving the working conditions of the wheeled tractor driver, due to the use of elements with non-linear characteristics and active vibration protection systems in the suspension of wheeled tractor cab, which increases the competitiveness of wheeled tractors in the world market. In suspension brackets of wheeled tractor cabs, vibration damping supports are used, which, most often, consist of: springs; hydraulic shock absorbers; pneumatic chambers working in conjunction with hydraulic shock absorbers; vertical silent blocks.*

*The domestic manufacturer of wheeled tractors installs cabs on rubber-metal vibration isolators (cylindrical and conical shapes), which are filters of high-frequency vibration generated by the engine and transmission, and act more as noise absorbing elements and are not dampers of low-frequency vibrations. Therefore, the design of suspension systems for cabs of MTZ wheeled tractors require improvement.*

*Drivers of wheeled tractors are exposed to general vibration of the first category (transport) with a predominance of low-frequency vibrations (1–4 Hz), which lead to the development of occupational disease - a vibrational disease that reduces the quality of life of machine operators, in the long run affects labor productivity.*

*The article proposes a mathematical model of an experimental damper for suspension of a wheel tractor cab, taking into account external factors and design features of the shock absorber. A comparative analysis of results of studies of a mathematical model with an experimental damper is given.*

**Key words:** wheeled tractor, driver, cab suspension, vibration, mathematical model, sprung mass, experimental damper, viscous drag force.

### **Введение**

В настоящее время на тракторах ведущих мировых фирм установлены кабины, имеющие достаточно высокий уровень комфорта. Дизайн кабин и тракторов тщательно проработан. Интерьер кабин представляет целостное стилевое решение по расположению органов управления с учетом эргономики. Достигнуты высокие результаты по уровню шумоизоляции, обзорности и снижению вибрации.

Зарубежные производители колесных тракторов акцентируют повышенное внимание на улучшение условий труда водителя колесного трактора, обусловленное использованием в подвеске кабины колесного трактора элементов, обладающих нелинейными характеристиками, а также активных

виброзащитных систем, что повышает конкурентоспособность производимых колесных тракторов на мировом рынке.

Фирма Same (Италия) производит самые комфортабельные кабины для моделей тракторов Diamond-260. Кабина установлена на автономную подвеску, состоящую из задних опор, представляющих собой пневмокамеры, работающих совместно с гидравлическими амортизаторами.

В модели трактора Rubin (Same, Италия) кабина установлена на четырех гидроцилиндре, автоматически поддерживающих горизонтальное положение пола кабины при уклонах трактора до 25 % (системы Galileo).

На тракторах Renault (Renault Trucks, Франция) используются модели кабин Atles–500/ 600/ 700/ 800, установленных на подвеске Hidrostable. Подвеска представляет собой четыре виброгасящие опоры, каждая из которых включает цилиндрическую пружину и гидравлический амортизатор.

Кабина трактора Fendt (AGCO, Германия) установлена на подвеске, состоящей из задних опор, цилиндрической пружины и спаренных гидравлических амортизаторов.

Кабина на тракторах Steyr (CNH Industrial, Австрия) серии CVT 120, 130, 150, 170 установлена на подвеске задних опор, состоящей из цилиндрической пружины и работающего в паре гидравлических амортизаторов.

На тракторах серии 9RT John Deere (Deere & Company, Соединенные Штаты Америки) кабина CommandView II установлена на подвеске AirCushion, состоящая из двух комплектов воздушных подушек и усиленного гидравлического амортизатора, обеспечивающая вертикальный ход подвески до 342 мм. Система AirCushion повышает комфорт оператора и предоставляет возможность работы и транспортировки на высоких скоростях, что повышает производительность.

На тракторах New Holland (CNH Industrial, Италия) серии T9 кабина установлена на подвеске Comfort Ride, состоящей из четырех цилиндрических пружин, четырех гидравлических амортизаторов и системы стабилизации, обеспечивающая плавность и устойчивость кабины при движении трактора. Кабина тракторов Challenger (AGCO Corporation, Соединенные Штаты Америки) серии MT500B Techstar установлена на «двухуровневой» пневматической подвеске, состоящей из пневмокамеры, имеющей электронное управление и гидравлического амортизатора. Жесткость подвески кабины для различных полевых или дорожных условий регулируется оператором с помощью переключателя размещенного в кабине.

Отечественный производитель колесных тракторов осуществляет установку кабин на резинометаллические виброизоляторы цилиндрической и конической форм. На тракторах «Беларус-320» и «Беларус-322» кабины специальными опорными площадками установлены на унифицированные передние и задние опоры через виброизоляторы W–87/07.361.230 или 220–6700200. На тракторе «Беларус-622» кабина установлена на передние и задние опоры через виброизоляторы 220–6700200 и импортные 5718 228 (11 MN 50). На тракторах «Беларус-921», «Беларус-923», «Беларус-1122», «Беларус-1802», «Беларус-2022», «Беларус-2522» и «Беларус-3022ДЦ.1» кабина установлена на остовах через виброизоляторы 923–6700200 или импортные 5718 228 (11 MN 50).

Подводя итоги обзора конструкций систем поддрессоривания кабин водителя колесных тракторов отечественного производителя необходимо отметить, что во всех рассматриваемых случаях кабина установлена на передние и задние отечественные или импортные виброизоляторы. В этом случае гашение низкочастотных вибраций будет осуществляться только за счет подвески сиденья водителя колесного трактора, а виброизоляторы являются фильтрами высокочастотных вибраций. Поэтому конструкция системы поддрессоривания кабины водителя колесного трактора МТЗ требует своего совершенствования.

### Основная часть

В настоящее время математические модели применяются во многих отраслях современной науки. Математические модели являются инструментом описания самых разных задач. Корректно построенная математическая модель позволяет описать наиболее значимые связи между объектами, предсказывать поведение объекта в разных условиях, оценивать разные параметры зависимостей, прогнозировать негативные последствия, затем определить самое лучшее решение.

Рассмотрим вынужденные колебания груза ( $m_0$ ) поддрессоренного опытным демпфером под действием периодических неровностей синусоидального профиля (рис. 1).

Рассмотрим случай, когда система движется вверх (рис. 1). Тогда дифференциальное уравнение движения системы в проекции на ось  $z$  будет иметь вид:

$$(m_0 + m_1) \cdot a = -G_0 - F_y - R_{ам} - F_{y,пр1,ам} - F_{y,пр2,ам} - G_1 + D, \quad (1)$$

где:  $m_0$  – масса поддрессоренного груза, кг;  $m_1$  – масса поршня опытного амортизатора, кг;  $a$  – ускорение опытного демпфера, состоящего из опытного амортизатора 1 и пружины 2 (рис. 1), м/с<sup>2</sup>;  $G_0$  – сила тяжести поддрессоренного груза  $m_0$ , Н;  $F_y$  – сила упругости пружины 2, Н;  $R_{ам}$  – сила вязкого сопротивления опытного амортизатора 1, Н;  $F_{y.пр1.ам}$  и  $F_{y.пр2.ам}$  – силы упругости верхней и нижней пружин поршня опытного амортизатора, Н;  $G_1$  – сила тяжести поршня опытного амортизатора  $m_1$ , Н;  $D$  – возмущающая сила со стороны профиля неровности дороги, Н.

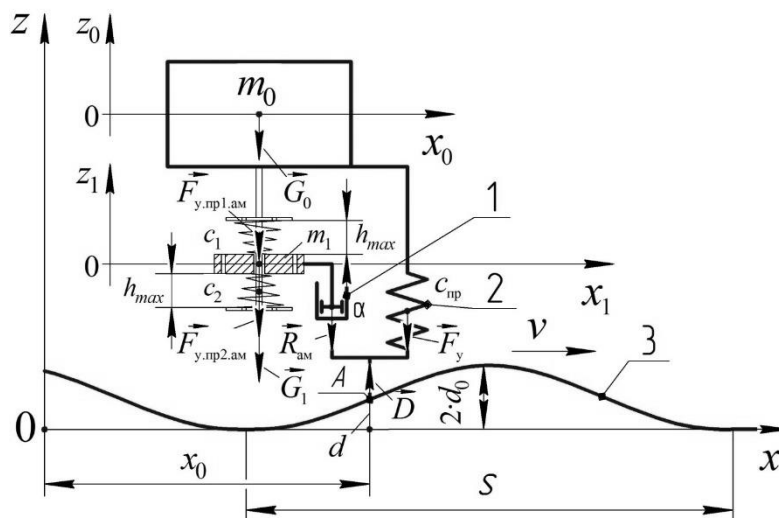


Рис. 1. Схема экспериментальной модели с опытным демпфером:

$m_0$  – масса поддрессоренного груза, кг;  $m_1$  – масса поршня опытного амортизатора, кг;  $\alpha$  – коэффициент вязкого сопротивления опытного амортизатора, Н·с/м;  $c_{пр}$  – коэффициент жесткости пружины, Н/м;  $c_1$  и  $c_2$  – коэффициенты жесткости верхней и нижней пружин поршня опытного амортизатора, Н/м;  $d$  – высота неровности в точке  $A$ , м;  $d_0$  – средняя высота неровности, м;  $x_0$  – расстояние от начала отсчета до точки  $A$ , м;  $s$  – длина неровности, м;  $v$  – скорость движения массы  $m_0$  вдоль оси  $x$ , м/с;  $z_0$  – линейная координата вертикального перемещения поддрессоренного груза  $m_0$ , м;  $z_1$  – линейная координата вертикального перемещения поршня опытного амортизатора  $m_1$ , м;  $h_{max}$  – максимальный ход пружин поршня опытного амортизатора, м;  $\vec{G}_0$  – вектор силы тяжести массы поддрессоренного груза  $m_0$ , Н;  $\vec{F}_{y.пр1.ам}$  и  $\vec{F}_{y.пр2.ам}$  – векторы сил упругости верхней и нижней пружин поршня опытного амортизатора, Н;  $\vec{G}_1$  – вектор силы тяжести поршня опытного амортизатора  $m_1$ , Н;  $\vec{R}_{ам}$  – вектор силы вязкого сопротивления опытного амортизатора, Н;  $\vec{F}_y$  – вектор силы упругости пружины, Н;  $\vec{D}$  – вектор возмущающей силы со стороны профиля неровности дороги, Н; 1 – опытный амортизатор; 2 – пружина; 3 – неровность дороги

Уравнение (1) перепишем в следующем виде:

$$(m_0 + m_1) \cdot \frac{dv}{dt} = -m_0 \cdot g - c_{пр} \cdot z_0 - \alpha \cdot v^2 - c_1 \cdot (z_0 \pm z_1) - c_2 \cdot (z_0 \pm z_1) - m_1 \cdot g + d \cdot (c + \alpha \cdot \lambda \cdot \sin(\lambda t) - c \cdot \cos(\lambda t)), \quad (2)$$

где:  $\lambda$  – частота, зависящая от длины неровности и скорости движения поддрессоренного груза  $m_0$  вдоль оси  $x$ , с<sup>-1</sup>;  $c$  – общая жесткость упругих элементов системы (рис. 1), Н/м.

Уравнение (2) представляет собой нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка – уравнение Риккати. Для решения поставленной задачи перейдем к линейному дифференциальному уравнению второго порядка вида [1; 2]:

$$\frac{d^2 y}{d\tau^2} + (\varepsilon - 2 \cdot q \cdot \cos(2\tau)) \cdot y = 0, \quad (3)$$

где  $\varepsilon$  и  $q$  – параметры, от которых зависит «поведение» решения.

Дифференциальное уравнение (3) – эта общепринятая на практике каноническая форма уравнения Матье.

Решения уравнения (3) могут быть периодическими функциями, из которых наиболее широко используемыми являются решения с периодами  $\pi$  и  $2\pi$ . Собственно они и называются функциями Матье. Однако периодические решения возникают только при определенных значениях параметра  $\varepsilon_n$ , который зависит от величины  $q$ . Зависимости  $\varepsilon_n = \varepsilon_n(q)$  называются характеристическими кривыми, а значения  $\varepsilon_n$  – собственными значениями [2]. Собственные значения и им соответствующие функции Матье вычисляются различными приближенными методами или численно при помощи представления решений уравнения (3) в виде непрерывных дробей и последующего нахождения его решения.

Для получения уравнения вида (3), в (2) выполним замену переменных:

$$\lambda t + \arccos \frac{c}{\sqrt{\alpha^2 \cdot \lambda^2 + c^2}} = 2\tau, \quad v = \frac{(m_0 + m_1) \cdot \lambda}{2 \cdot \alpha} \cdot \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{d\tau}. \quad (4)$$

В итоге приходим к дифференциальному уравнению с периодическими коэффициентами:

$$\frac{d^2 y}{d\tau^2} + \left( \frac{4 \cdot \alpha \cdot (-c \cdot d + c \cdot z_0 + c_1 \cdot (z_0 \pm z_1) + c_2 \cdot (z_0 \pm z_1) + g \cdot m_0 + g \cdot m_1)}{\lambda^2 \cdot (m_0 + m_1)^2} + \frac{4 \cdot \alpha \cdot \sqrt{d^2 \cdot (\alpha^2 \cdot \lambda^2 + c^2)}}{\lambda^2 \cdot (m_0 + m_1)^2} \cdot \cos(2\tau) \right) \cdot y = 0. \quad (5)$$

На основании (4) заключаем, что для наличия периодических решений у уравнения (2), необходимо в качестве решений уравнения (5) использовать специальную функцию:

$$y(\tau) = c e_0(\tau, q), \quad (6)$$

где

$$q = -\frac{2 \cdot \alpha \cdot \sqrt{d^2 \cdot (\alpha^2 \cdot \lambda^2 + c^2)}}{\lambda^2 \cdot (m_0 + m_1)^2}, \quad (7)$$

при этом значение

$$\varepsilon = \frac{4 \cdot \alpha \cdot (-c \cdot d + c \cdot z_0 + c_1 \cdot (z_0 \pm z_1) + c_2 \cdot (z_0 \pm z_1) + g \cdot m_0 + g \cdot m_1)}{\lambda^2 \cdot (m_0 + m_1)^2} \quad (8)$$

должно удовлетворять условиям наличия периодического решения у уравнения (5).

Для анализа работы математической модели с опытным демпфером (рис. 1) рассмотрим два случая:

1)  $z_0 \pm z_1 = 0$  – масса  $m_1$  не совершает собственных колебаний, а движется вместе с  $m_0$  и сила вязкого сопротивления  $R_{ам}$  действует на  $m_0$ ;

2)  $z_0 \pm z_1 \leq h_{max}$  – масса  $m_1$  совершает колебания в пределах максимального хода пружин поршня опытного амортизатора  $h_{max}$  и сила вязкого сопротивления  $R_{ам}$  действует на  $m_0$ .

Имея решение уравнения (2) через специальные функции с помощью системы компьютерной алгебры Maple [3], можно получить значения ускорений (рис. 2), скоростей и перемещений поддрессоренного груза  $m_0$ .

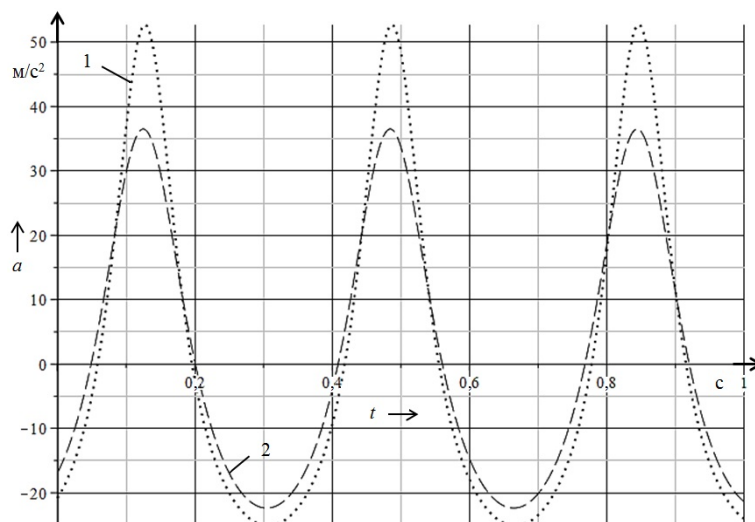


Рис. 2. График зависимости ускорения поддрессоренного груза  $m_0$  от времени: 1 –  $z_0 \pm z_1 = 0$ ; 2 –  $z_0 \pm z_1 \leq h_{max}$

Сравнительный анализ результатов исследований (рис. 2) позволил сделать выводы, что колебание массы  $m_1$  в пределах максимального хода пружин поршня  $h_{max}$  ( $z_0 \pm z_1 \leq h_{max}$ ) опытного амортизатора позволяет уменьшить ускорение, а соответственно, скорость и амплитуду колебаний поддрессоренного груза  $m_0$ , что обеспечивает повышение демпфирования колебаний.

На рис. 3 представлен график изменения силы вязкого сопротивления  $R_{ам}$  от скорости поддрессоренного груза  $m_0$ .

Анализ кривых на графике (рис. 3), позволяет сделать выводы:

1. В случаях  $z_0 \pm z_1 = 0$  и  $z_0 \pm z_1 < h_{max}$ :

при скоростях до 0,22 м/с (частотах до 1,1 Гц) сила вязкого сопротивления  $R_{ам}$  имеет небольшое значение, что обеспечивает более мягкое качение поддрессоренного груза  $m_0$ .

2. В случае  $z_0 \pm z_1 = 0$ :

при скорости больше 0,22 м/с происходит плавное нарастание силы вязкого сопротивления  $R_{ам}$  по квадратной функции.

3. В случае  $z_0 \pm z_1 = h_{max}$ :

при скорости больше 0,22 м/с (частоте больше 1,1 Гц) происходит резкое нарастание силы вязкого сопротивления  $R_{ам}$  за счет создания дополнительного сопротивления пружинами поршня в момент перекрытия ими дополнительных дросселирующих отверстий в опытном поршневом узле (рис. 4), что обеспечивает повышение демпфирования колебаний подрессоренного груза  $m_0$  на частоте больше 1,2 Гц.

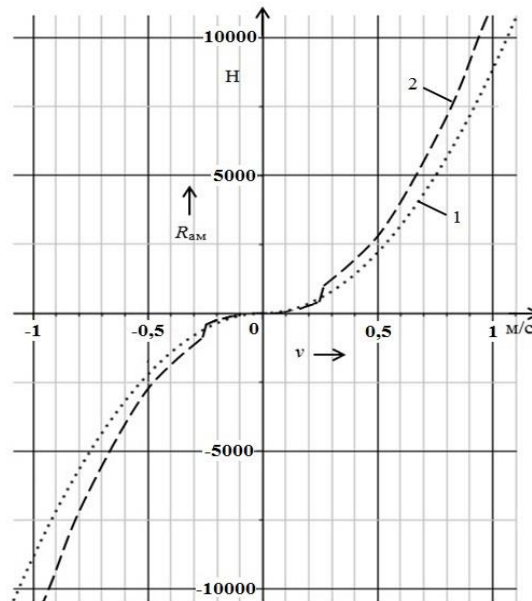


Рис. 3. График зависимости силы вязкого сопротивления  $R_{ам}$  от скорости подрессоренного груза  $m_0$ :  
1 –  $z_0 \pm z_1 = 0$ ; 2 –  $z_0 \pm z_1 \leq h_{max}$

График, представленный на рис. 3, симметричный относительно оси  $R_{ам}$ , что хорошо согласуется с практикой.

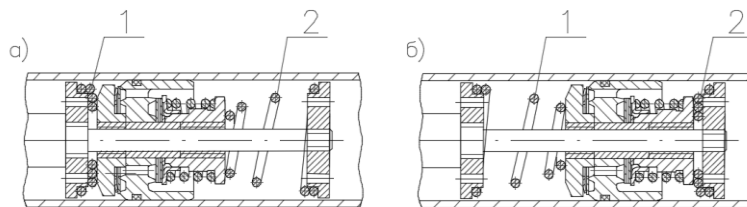


Рис. 4. Поршневой узел опытного амортизатора: а) ход сжатия; б) ход отбоя;  
1 – верхняя пружина поршня; 2 – нижняя пружина поршня

Амортизатор опытного демпфера (рис. 1) имеет оригинальную конструкцию поршневого узла, которая обусловлена включением в конструкцию двух конических пружин 1 и 2 (рис. 4). Конические пружины 1 и 2 обеспечивают перемещение поршня по поршневой шейке на ходах сжатия и отбоя, что обеспечивает повышение демпфирования колебаний подрессоренного груза на частоте больше 1,2 Гц.

### Заключение

Разработана математическая модель опытного демпфера с учетом внешних факторов и конструктивных особенностей амортизатора, отличающегося от существующих включением в конструкцию поршневого узла двух конических пружин, обеспечивающих перемещение поршня по поршневой шейке на ходах сжатия и отбоя. Математическая модель опытного демпфера позволяет провести анализ колебаний подрессоренной массы с целью повышения эффективности гашения низкочастотных вибраций за счет изменения силы вязкого сопротивления.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Мак-Лахлан, Н. В. Теория и приложения функций Матъё / Н. В. Мак-Лахлан; пер. с англ. В. А. Братановского; под ред. И. Н. Денисюка. – М.: Издательство иностранной литературы, 1953. – 476 с.
2. Кобринский, А. Е. Механизмы с упругими связями: динамика и устойчивость / А. Е. Кобринский. – М.: Наука, 1964. – 390 с.
3. Дьяконов, В. П. Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах / В. П. Дьяконов. – М.: ДМК Пресс, 2011. – 800 с.