

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ,  
НАУКИ И КАДРОВОЙ ПОЛИТИКИ

Учреждение образования  
«БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ  
ОРДЕНОВ ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ  
И ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

В. И. Буць

# **МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В АГРОБИЗНЕСЕ**

*Курс лекций  
для студентов, обучающихся по специальности  
1-25 01 03 Мировая экономика*

Горки  
БГСХА  
2022

УДК 519.876.2:631.145(075.8)

ББК 65.050я73

Б90

*Рекомендовано методической комиссией  
экономического факультета 23.11.2021 (протокол № 3)  
и Научно-методическим советом 24.11.2021 (протокол № 3)*

Автор:

доктор экономических наук, доцент *В. И. Буць*

Рецензенты:

доктор экономических наук, профессор *А. Г. Ефименко*;  
кандидат экономических наук, доцент *В. А. Головков*

**Буць, В. И.**

Б90 Моделирование процессов в агробизнесе : курс лекций /  
В. И. Буць. – Горки : БГСХА, 2022. – 83 с.  
ISBN 978-985-882-296-5.

Изложен курс лекций по учебной дисциплине «Моделирование процессов в агробизнесе».

Для студентов, обучающихся по специальности 1-25 01 03 Мировая экономика.

УДК 519.876.2:631.145(075.8)

ББК 65.050я73

**ISBN 978-985-882-296-5**

© УО «Белорусская государственная  
сельскохозяйственная академия», 2022

## ВВЕДЕНИЕ

Агробизнес представляет собой одну из форм агропромышленного комплекса, которая включает в себя не только процесс производства сельскохозяйственной продукции, но и ее переработку, хранение и транспортировку, производство техники и удобрений для сельского хозяйства. Агробизнес также является важным элементом экономической системы любой страны. От эффективности деятельности производителей сельскохозяйственной продукции напрямую зависит качество жизни населения. Вот почему так актуально разрабатывать новые технологии, в том числе информационные, позволяющие добиться максимальной производительности агропромышленных комплексов.

С точки зрения рыночной экономики агробизнес – это специфическая форма координации обеспечения сельского хозяйства страны необходимыми ресурсами, а также симбиоза операций производства, переработки и распределения продовольствия и технического сырья. Основной целью агробизнеса является продовольственная безопасность национальной экономики, максимизация дохода сельскохозяйственных отраслей путем удовлетворения потребностей населения и предприятий, организаций.

Цель предлагаемого курса лекций – отразить теоретические и практические основы моделирования процессов в агробизнесе, что позволит сформировать у будущего экономиста-международника набор необходимых компетенций.

Для приобретения профессиональных компетенций в результате изучения дисциплины студент **должен**:

**знать:**

– различные экономико-математические методы и составлять экономико-математические модели, описывающие функционирование предприятий, организаций и фирм, связанных с движением товара по технологической цепи «поле-ферма – прилавок», т. е. от производителя к потребителям, с учетом внешнеэкономических связей;

– принципы решения математических задач на базе специальных и универсальных экономико-математических методов с применением персональных компьютеров и пакетов прикладных программ;

– способы и средства анализа полученных экономических результатов с целью формирования предложений по очередности и механиз-

му реализации решений в практику агропромышленного комплекса, в том числе внешнеэкономической деятельности;

***уметь и быть способным:***

– анализировать, планировать оперативные, перспективные экономические количественные и качественные показатели развития предприятия (фирмы) и его (ее) структурных подразделений с учетом внешнеэкономических связей;

– в ходе экономико-математического моделирования рассчитывать прогнозные и оптимальные параметры оперативных, среднесрочных планов развития предприятия (фирмы), организации, в том числе для раздела «Внешиэкономическая деятельность»;

– оптимизировать организационную структуру предприятия, организации;

– выбирать наиболее оптимальный проект нового предприятия, организации;

– применять современные средства вычислительной техники и информационные технологии по управлению работой экономических систем;

– использовать математические и численные методы решения реальных экономических задач в области экономико-математического моделирования.

# 1. ИСТОРИЯ И ПЕРСПЕКТИВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ В АГРОБИЗНЕСЕ

## 1.1. Моделирование в экономике: взгляд в прошлое

Покажем основные этапы развития математического моделирования в планово-экономических расчетах и в аграрно-экономической науке СССР. В конце 30-х гг. прошлого столетия по заявке фанерного треста (г. Ленинград) решением задачи по распределению пяти видов продукции между восемью станками занялся молодой ученый Л. В. Канторович (в будущем академик, лауреат Нобелевской премии) (Сухарев, 2022) [24, с. 5]. Он разработал метод разрешающих множителей. Вопросы математического обоснования поставленной задачи, примеры расчетов оптимальных вариантов развития производства нашли отражение в опубликованной им книге «Математические методы организации и планирования производства» (1939).

Быстрое развитие советской экономико-математической науки шло в 50–60-е гг. В 1960 г. по инициативе Л. В. Канторовича в Институте экономики АН СССР была проведена первая Всесоюзная научная конференция по проблемам применения математики и ЭВМ в экономических исследованиях и планировании. Становление экономико-математического направления в аграрно-экономических исследованиях связано с именами таких известных советских ученых, как М. Е. Браславец, Р. Г. Кравченко, В. В. Милосердов, И. Г. Попов, Т. Л. Басюк. В Белорусской ССР в 1962 г. был организован Вычислительный центр (ВЦ) при Госплане БССР для разработки и внедрения математических методов решения экономических задач и расчетов, осуществляемых с помощью электронно-вычислительной техники.

Математическое моделирование в аграрной экономике быстрыми темпами стало развиваться с начала 60-х гг. Условные границы первого периода – 60-е – начало 70-х гг. XX в. Был создан Центральный экономико-математический институт (ЦЭМИ), в составе которого функционировала лаборатория по моделированию сельскохозяйственных процессов. В этот же период появились Всесоюзный научно-исследовательский институт кибернетики (ВНИИК) и Главный вычислительный центр (ГВЦ) МСХ СССР как головные организации по разработке и внедрению математических методов и ЭВМ в сельском хозяйстве.

В 1963 г. состоялся первый международный симпозиум по применению математических методов и электронно-вычислительной техни-

ки в экономике и организации сельского хозяйства социалистических стран. Принято решение о введении в сельскохозяйственных вузах нового курса «Экономико-математические методы в организации и планировании сельскохозяйственного производства». В рассматриваемый период крепнет школа кибернетиков-аграрников, формируются научные коллективы экономико-математического направления.

Таким образом, к середине 70-х гг. в СССР были сформированы основы теории и методики применения экономико-математических методов и моделей в сельскохозяйственном производстве. Одной из первых была отработана модель оптимального сочетания отраслей в сельскохозяйственной организации. Далее продолжалась ее модификация с различными дополнениями (включение инвестиционного блока и т. п.). К числу основных решаемых задач этого начального этапа относились такие: размещение и специализация сельскохозяйственного производства; оптимизация состава машинно-тракторного парка; определение рационального использования кормов в зимне-стойловый период; оптимизация структуры стада; обоснование распределения минеральных удобрений при внесении под сельскохозяйственные культуры и т. д.

Условные границы второго периода – середина 70-х – 80-е гг. В этот период была создана система экономико-математических моделей сельского хозяйства четырех уровней:

- предприятие (объединение);
- район (область);
- республика;
- союз.

Модели предназначались для долгосрочного прогнозирования, перспективного и текущего планирования, оперативного управления.

Методология моделирования не ограничивалась применением детерминированных моделей. Зависимость сельского хозяйства от случайных факторов требовала их учета для повышения реалистичности экономико-математических задач. Так возникло новое направление исследований – стохастическое программирование сельскохозяйственного производства. Тем самым в модель были заложены основы учета не только погодных условий, но и других видов экономического риска (ценового, кредитного, инвестиционного и т. д.). Кроме разработки отдельных экономико-математических моделей (ЭММ), ряд моделей стали интегрировать в специальные комплексы. Система моделей включала взаимосвязанные между собой различные типы корреляци-

онно-регрессионных уравнений, производственных функций и оптимизационных задач. В рассматриваемое время возникло много вычислительных центров, расширились масштабы информационного обслуживания. Второй этап внедрения экономико-математических методов и моделирования в АПК был связан также с обоснованием и созданием автоматизированных систем плановых расчетов (АСПР), систем автоматизированного проектирования (САПР), разного рода автоматизированных рабочих мест (АРМ). Однако практическая ценность отдельных ЭММ была неудовлетворительной, так как вне внимания оставался товарный характер межотраслевых связей, не учитывались требования хозяйственных отношений.

*На третьем этапе*, который начался в 90-е гг., происходит техническое перевооружение агропромышленного комплекса Республики Беларусь и других стран СНГ, его оснащение современной вычислительной техникой, что позволило вывести экономико-математические исследования на качественно новый уровень. Это положение на практике проявилось в следующем:

– завершен постепенный переход к применению системы различных математических моделей, что повысило их адекватность, усилило полноту охвата моделируемых явлений и процессов;

– произошло органичное соединение в разрабатываемом проекте или оптимальной программе блока расчетов с блоком выдачи результатов, что позволило не только повысить популярность применяемых моделей, но и привело к облегчению возможности их практического освоения.

Исследования в сфере экономико-математического моделирования как зарубежных, так и отечественных ученых-экономистов и прикладных математиков в XXI в. связаны с переориентацией социально-экономических систем от использования базовых ресурсов (земельные, трудовые, основные и оборотные средства и др.) к использованию специфических, генерирующих информацию, знания и в конечном счете формирующих новые технологии. Так, в статье Ю. А. Стабинской освещено моделирование использования человеческого капитала [25, с. 54].

Экономико-математическое моделирование в современных условиях сопряжено с активным внедрением цифровых технологий в агропромышленное производство. Существенный вклад в развитие белорусской экономико-математической школы внесли сотрудники кафедры математического моделирования экономических систем АПК УО БГСХА [10, с. 25–30].

## 1.2. Моделирование в экономике: настоящее и будущее

На нынешнем этапе особое значение приобретает обоснование путей достижения оптимальных параметров социально-экономических явлений и процессов в сельскохозяйственных и других предприятиях сферы АПК на основе использования комплекса математических методов и моделей. Функционирование агропромышленного комплекса связано с многообразием возможных направлений (например, механизм сбыта продукции по различным каналам), с развитием риска (например, при заключении договоров и контрактов на основе коммерческих взаимосвязей). В такой ситуации применение ЭММ для решения задач анализа, планирования и прогнозирования усиливает свою роль в экономике современного АПК.

Этот вывод базируется на следующих особенностях современного агрокомплекса:

а) повышающаяся ограниченность ресурсов (земельных, трудовых, материальных, финансовых и др.) при увеличении потребности общества в продуктах питания.

Данное положение проявляется в постепенном снижении площади сельскохозяйственных угодий в республике (отвод под застройки, дороги и т. д.). В рамках каждого предприятия усиливается дефицит квалифицированной рабочей силы, основных средств (машины, оборудование и др.), оборотных средств (например, топливо). Чтобы принять правильное управленческое решение по интенсификации использования ограниченных ресурсов, необходимы подходы и приемы, основанные на методах математического моделирования [12, с. 11–15];

б) развитие многовекторности в экономической системе.

Для рассмотрения этого тезиса приведем три производственные ситуации, возникающие в разных сферах АПК.

1. В связи с тем, что исчезло фондовое распределение основных ресурсов, для отдельных предприятий появилась возможность приобретения разнообразных (как отечественных, так и импортных) линий по переработке молока, мяса и другой продукции, возможность использования различных технологий и систем машин в растениеводстве и животноводстве. Встает вопрос об оптимизации выбора с целью получения наилучших конечных результатов.

2. Сегодня существует множество направлений в плане установления коммерческих взаимосвязей по передаче и обмену мобильных ресурсов (корма, семена, удобрения и т. д.). Какой вариант заключения сделки наиболее предпочтителен из всего многообразия?



3. Рыночная экономика заставила задуматься менеджеров сельскохозяйственных организаций: куда выгоднее поставлять продукцию после выполнения государственного заказа?

Эти ситуации показывают, что при одновременном учете большого количества разнообразных факторов получить оптимальный вариант возможно только лишь на основе использования экономико-математических методов и моделей, а также персональных компьютеров;

в) усиление взаимосвязей в рыночной экономике на разных этапах движения продукции по цепи «производитель – потребитель».

Современное агропромышленное производство характеризуется тем, что составляющие его звенья нацелены на конечный результат, т. е. на создание единой технологической цепи «поле-ферма – прилавок». В качестве примера возьмем низовую территориальную ячейку регионального управления (районный АПК), в которой можно выделить три взаимосвязанные сферы: 1) предприятия, которые создают средства производства или являются посредниками в их приобретении для сельхозпредприятий от промышленных организаций (система агро-снабжения); 2) товаропроизводители сельхозпродукции (коллективные, унитарные, фермерские и др.); 3) объекты перерабатывающей сферы и торговли (молочный завод, мясокомбинат, овощесушильный завод и др., а также фирменные магазины в системе АПК).

Эффективность деятельности любого районного АПК республики во многом зависит от согласованной и сбалансированной работы каждого из предприятий представленных сфер, а проблему комплексного рационального развития данной системы можно решить с использованием ЭММ.

Следует отметить, что в настоящее время созданы следующие предпосылки для широкого внедрения математических методов и моделей, информационных технологий в производство:

а) материальные – широкий спектр персональных компьютеров и программного обеспечения;

б) научные – достаточно разработанная система ЭММ, адаптируемых к решению конкретных задач;

в) кадровые – квалифицированные специалисты, умеющие ставить реальные проблемы, решать экономико-математические задачи (ЭМЗ) на персональном компьютере (ПК) и использовать оптимальные варианты на любом уровне (от отдельных организаций до республиканских учреждений). Подготовка таких специалистов не должна ограничиваться временем их нахождения в учебном заведении и на курсах ква-

лификации, необходимо создавать условия положительной динамики их компетенций [2, с. 155].

В условиях индикативного (рекомендуемого) планирования роль ЭММ состоит в том, чтобы дать производству научно обоснованные рекомендации. Поэтому сегодня перед учеными в области моделирования стоит ряд следующих задач:

- системный математико-статистический анализ работы АПК в целом и отдельных его элементов;
- расчет оптимальных межрегиональных и межотраслевых связей на этапе становления продовольственных рынков;
- моделирование альтернативного функционирования агропромышленного производства с учетом научно-технического прогресса и инновационных технологий [13, с. 18–21];
- моделирование влияния экономических рычагов (цен, налогов, процентных ставок и т. д.) на результаты производства;
- оптимизация деятельности новых форм хозяйствования.

Основой экономико-математического моделирования является математическая модель – схематическое представление экономического явления или процесса, которое получается в результате научной абстракции характерных черт окружающей экономической жизни и механизма его управления. Экономико-математическое моделирование в любых исследовательских задачах может использоваться на трех уровнях.

Первый уровень сводится к формализации отдельных экономических понятий, т. е. к количественной оценке явлений и процессов, которые раньше подвергались математическим описаниям. В частности, понятие мировой экономики, представляющей собой совокупность национальных экономик и международных экономических отношений, может быть отражена в виде следующей математической модели:

$$MЭ = \sum NЭ + \sum MЭО = \sum \sum (NЭ + MЭО),$$

где NЭ – национальные экономики;

MЭО – международные экономические отношения.

Примером подобных моделей могут служить известные математические формулы, с помощью которых определяются средние величины, индексы различия, конфигурация территории, экспортная квота, индекс товарности, коэффициент народнохозяйственной специализации и др.

Благодаря экономико-математическим моделям первого уровня становится возможным ответить на вопрос *как много?*

Второй уровень экономико-математического моделирования позволяет раскрывать существующие связи и зависимости в процессах и помогает ответить на вопрос о взаимосвязях исследуемых объектов. Связи бывают:

- 1) функциональными (линейные зависимости);
- 2) корреляционными.

Третий уровень экономико-математического моделирования связан с дедуктивным (воображаемым, имитационным) построением модели, которое отражает сущность явлений и процессов, происходящих в той или иной исследуемой системе, и позволяет ответить на вопрос о причине явлений и процессов. В современных условиях имитационные модели являются инструментом сценарного моделирования [3, с. 3–11]. При построении имитационных моделей рекомендуется использование математических формул у точных наук (например, из законов физики, теории гравитации – для моделирования пространственных экономических взаимодействий и др.). Возможно, в частности, представить какие факторы будут взаимодействовать в виде потенциального поля, где понятие потенциала в каждом пункте соответствует суммарному воздействию в нем определенных факторов, распространенных по всей территории. На этой основе американским ученым Ч. Харрисом предложено использование гравитационной модели [17].

### **1.3. Системный подход при моделировании в агробизнесе**

Объектами математического моделирования являются различные системы. Любая система – это совокупность элементов, но не всякое множество их образует систему. В качестве примера возьмем систему машин для выпуска конкурентоспособной сельскохозяйственной продукции и систему земледелия. В первой из них все технические средства (т. е. элементы) должны взаимодействовать между собой по основным параметрам. Во второй – все поля (т. е. элементы) взаимосвязаны определенным чередованием сельскохозяйственных культур. Значит, под системой нужно понимать упорядоченную совокупность элементов, которые:

- а) закономерно связаны друг с другом в единое целое;
- б) рассматриваются во взаимодействии;
- в) способны реализовать определенные функции.

Специалист в сфере АПК должен уметь управлять системами, поэтому очень важно уметь установить взаимосвязи между элементами системы, измерить их. Тогда имеется возможность предвидеть ход со-

бытий и возможные результаты. Для любой системы при задании некоторых входов следует ожидать определенный выход, т. е. результат.

Допустим, имеется система «сельскохозяйственная организация». Она включает в себя три блока:

а) ресурсы (земельные, трудовые, материальные, финансовые, информационные);

б) производственный процесс (техника и технология, организация, менеджмент, маркетинг);

в) результаты (экономические, производственные, финансовые, социальные, экологические). Необходимо исследовать ее деятельность и дать рекомендации по оптимальному развитию агропредприятия.

Согласно теории системного подхода, вначале изучаются элементы рассматриваемой системы (сельскохозяйственные культуры, виды животных и т. д.), устанавливаются взаимоотношения между ними (кормопроизводство и животноводство и др.) [11, с. 37–41].

Таким образом, *во-первых*, необходимо найти причинно-следственные взаимосвязи, учесть динамику и тенденции развития экономики сельхозорганизации, оценить закономерности ее поведения, охарактеризовать происходящие процессы, уточнить роль и место данной системы в рыночной экономике.

*Во-вторых*, необходимо провести комплексный математико-статистический анализ с определением количественного влияния факторов на результаты деятельности предприятия и его отдельных подразделений (с целью изыскания резервов для улучшения работы).

*В-третьих*, необходимо составить математическую модель с решением задачи и анализом полученных результатов. При этом входными величинами данной моделируемой системы будут: урожайность сельхозкультур, продуктивность животных, количество земельных, трудовых, материальных, финансовых и других ресурсов и т. д. Выходные величины: оптимальные площади посева культур и поголовье животных, рациональные объемы реализации продукции, конечные показатели деятельности сельхозорганизации, т. е. выручка, прибыль и т. д. Решение математической модели для конкретной системы позволяет получить оптимальный вариант, который может быть реализован в практической сфере.

Широкое оснащение организаций АПК персональными компьютерами позволило перейти на работу в режиме диалога, что привело к многовариантным расчетам и приспособлению разрабатываемых моделей к постоянно меняющимся условиям агропромышленного произ-

водства. При этом внедрению методов и моделей оптимизации в рыночную экономику способствует такой аспект, как составление типовых задач, так как во всех областях республики большинство производимой продукции совпадает.

Вместе с тем процессы диверсификации производства в АПК [14, с. 63–69; 16, с. 18–23], а также сильное влияние природных факторов (осадки, температура), биологических (растения, животные) и факторов рыночного бизнеса (колебания цен, ставок процента по кредиту) приводят к разработке ряда моделей повышенной сложности.

С точки зрения системного подхода можно сформулировать следующие предпосылки и требования к использованию экономико-математических моделей в сельском хозяйстве:

- 1) системный анализ для учета экономических, технических и технологических условий моделируемого объекта;
- 2) внедрение современных информационных технологий;
- 3) унификация моделей для более быстрого и экономичного решения;
- 4) комплексное применение ЭММ различных типов для устойчивого ведения сельскохозяйственного производства;
- 5) постоянный мониторинг полученного оптимального решения и его корректировка с учетом меняющейся конъюнктуры рынка и экономических регуляторов.

#### **1.4. Экономико-математические методы для оптимизации в АПК**

При решении различных экономических задач широко применяют методы математического программирования, суть которых состоит в использовании следующего алгоритма:

1. Словесно излагается суть задачи.
2. Формируется математическая модель.
3. Реализуется модель математическим методом в соответствии с разработанным алгоритмом.

*Экономико-математические методы* – это программа вычислений, обеспечивающая нахождение лучшего или оптимального варианта решения экономико-математической задачи, условия которой заданы количественно.

Применяемые математические методы можно подразделить на два вида:

- 1) *оптимальные* (симплексный метод, метод потенциалов, дельта-метод, метод дифференциальных рент, венгерский метод и др.);

2) *неоптимальные* (например, метод аппроксимации).

По своим возможностям математические методы можно условно разделить:

1) на *универсальные*, позволяющие решать задачи любого типа;

2) *специальные*, с помощью которых решаются задачи определенного типа. Так, задачи транспортного характера могут быть решены специальными математическими методами (распределительный, метод потенциалов), а задача о назначениях реализуется с помощью венгерского метода.

Методы динамического программирования позволяют находить решения многошаговых задач:

а) оптимальное распределение инвестиций для сельскохозяйственных организаций;

б) оптимальная загрузка оборудования с учетом его износа;

в) оптимальный вариант по сохранению или замене оборудования с целью получения максимальной прибыли от его эксплуатации;

г) выбор наиболее экономичного маршрута доставки груза и др.

В ряде случаев исходные параметры экстремальных задач могут изменяться в определенных пределах, и тогда используют методы параметрического программирования. Такая постановка возможна, если предположить, например, что произведенная предприятием продукция подлежит хранению, а ее стоимость складывается из двух частей:

а) постоянной – стоимости продукции на момент производства;

б) переменной – стоимости, зависящей от срока хранения продукции.

Целевую функцию такой задачи по оптимизации структуры производства можно выразить через коэффициенты, линейно зависящие от одного параметра, в частности от времени  $t$ .

При решении многих задач требуется, чтобы искомые величины (количество машин, агрегатов, оборудования и т. п.) были в целых числах, т. е. речь идет о целочисленной оптимизации. В этом случае используют методы дискретного программирования.

Из множества нелинейных условных экстремальных задач математического программирования выделяются задачи выпуклого программирования, где требуется определить максимум вогнутой функции на выпуклом множестве. Частным видом такой постановки является квадратичное программирование (данным методом решается задача о размещении складов).

В тех случаях, когда исходные параметры задачи выражаются не точно определенными числами (иногда это могут быть случайные ве-

личины), применяются методы стохастического программирования. Так, например, случайными показателями являются следующие:

а) урожайность в задаче по оптимизации сочетания отраслей сельскохозяйственной организации (зависит от погодных условий);

б) количество поступающих заказов на ремонт оборудования за какой-то промежуток времени в задаче массового обслуживания;

в) отдельные параметры в задачах управления запасами при вероятностном спросе и др.

В настоящее время стохастические модели целесообразно сочетать с FMEA-анализом. Для реализации математических задач разработано специальное прикладное программное обеспечение, применение которого повысило качество подготовки исходной информации и получаемых решений [9, с. 32–36].

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Какие ученые вели экономико-математические исследования в аграрной сфере?

2. Какие задачи решаются на современном этапе развития экономики с помощью ЭММ?

3. Какие особенности современного АПК способствуют внедрению экономико-математических методов и моделей?

4. Назовите принципы системного подхода при моделировании экономических систем.

5. Перечислите основные виды математических методов.

## 2. СИСТЕМА ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В АГРОБИЗНЕСЕ

### 2.1. О моделях и моделировании

Для оптимального управления любой системой в различных сферах применяют многообразные модели. Термин «модель» происходит от латинского *modulus* – образец, норма, мера. Можно выделить следующие виды моделей:

1) графические (чертеж, карта, схема путей сообщения при перевозке продукции и т. д.);

2) геометрические – дают внешнее представление об оригинале и служат в основном для демонстрационных целей (топографо-геодезический макет местности, модель почвенного разреза и др.);

3) физические – отражают подобие между оригиналом и моделью с точки зрения происходящих основных физических процессов (макет трактора, гидротехнического сооружения и т. д.);

4) математические – отображают в абстрактной форме поведение, характеристики, взаимосвязи моделируемых объектов, явлений, процессов. Это происходит с помощью совокупности уравнений, неравенств и т. д., т. е. в математической форме.

Все модели обладают рядом общих свойств: отражают наиболее существенные стороны изучаемого объекта; дают информацию о фактическом состоянии моделируемого объекта, а также о его предполагаемом поведении. Следовательно, основное назначение модели – служить средством познания оригинала. При этом установлено, что графические, геометрические и физические модели в экономике распространены не так широко, как математические. Это связано со следующими обстоятельствами:

а) моделирование коммерческих процессов в АПК требует меньших затрат времени, так как за короткий период можно на ПК просчитать различные варианты решений;

б) использование ЭММ обходится значительно дешевле по сравнению с проведением дорогостоящих экспериментов для какого-то реального объекта;

в) в математической модели любое явление, процесс, объект могут быть представлены без воздействия внешних факторов, особенно природных, что исключает вероятность получения непредсказуемых результатов.



Таким образом, моделирование – это процесс исследования конкретных систем с помощью моделей, а экономико-математическое моделирование – это процесс исследования экономических систем на основе математического аппарата. Вместе с тем модели не отражают абсолютно все свойства изучаемого объекта, которых может быть достаточно много. Для решения практических задач крайне важно поставить конкретную цель и в существенных аспектах обеспечить подобие модели оригиналу. С другой стороны, на не всегда адекватное описание поведения реальной системы влияет недостаточно большой уровень знаний исследователя.

В современных условиях пересмотр структуры и значения внешнеэкономической деятельности, а также разработка направлений повышения ее эффективности в государственном масштабе приобретают особую актуальность. Требуется новые, более адаптированные подходы к реформированию внешнеэкономической сферы, повышению внешнеэкономической безопасности государства [18, с. 31–33].

Возможным решением данной проблемы может стать применение методов экономико-математического моделирования, которые позволят эмпирически изучить и охарактеризовать эффективность внешнеэкономической деятельности Республики Беларусь, сформировать аналитическую базу для прогнозирования и выбора действенных инструментов управления. Однако для формирования наиболее оптимального инструментария моделирования в первую очередь необходимо обратиться к уже существующим наработкам в данной области.

Для этих целей необходим анализ существующих моделей внешнеэкономической деятельности с позиции рассмотрения в них различных аспектов макроэкономической эффективности внешнеэкономической деятельности. Под макроэкономической эффективностью внешнеэкономической деятельности, или эффективностью внешнеэкономической деятельности в государственном масштабе, будем понимать степень результативности внешнеэкономической деятельности всех составляющих макросубъекта по отношению к социально-экономическому состоянию внутренней среды данного макросубъекта. С позиции макросубъекта критерием эффективности внешнеэкономической деятельности следует считать различные социально-экономические эффекты, полученные в ходе ее осуществления совокупностью хозяйствующих субъектов и экономикой в целом. В качестве подобных эффектов можно рассматривать влияние внешнеэкономической деятельности на социально-экономическое развитие территории.

## 2.2. Обзор математических моделей для агробизнеса

При описании экономических систем в АПК используют разнообразные математические модели [22, с. 23–38]. Нами предлагается следующая классификация.

В зависимости от *времени или периода моделирования* различают четыре вида моделей:

- 1) долгосрочные (5–15 лет);
- 2) среднесрочные (3–5 лет);
- 3) краткосрочные (1–2 года);
- 4) оперативные (месяц, квартал, т. е. на текущий период).

В основном первый вид используют для объектов макроуровня (республика, область и др.), остальные – для микроуровня, хотя в отдельных случаях здесь не бывает столь жестких разграничений.

В зависимости от *уровня управления системами АПК* различают следующие модели:

1) межотраслевые (позволяют обосновать наилучшие варианты развития взаимосвязанных отраслей и предприятий трех сфер АПК). В качестве примера можно привести модель сбалансированного развития продуктового подкомплекса;

2) отраслевые (описывают развитие предприятий определенной сферы: сельского хозяйства, потребительской кооперации, перерабатывающей промышленности и т. д.);

3) региональные (обосновывают программу развития объектов, расположенных на определенной территории, т. е. области, района);

4) внутрихозяйственные (позволяют найти лучшие варианты развития отраслей и производств внутри определенного предприятия АПК).

В зависимости от *используемой информации и степени ее определенности* модели классифицируются следующим образом:

1) аналитические и прогнозные. В основе построения первых лежат отчетно-статистические данные за прошлые годы, а в основе вторых – рассчитанные перспективные показатели;

2) детерминированные (входные параметры модели задаются однозначно, выходные показатели определяются соответственно) и стохастические (параметры модели, условия функционирования и характеристики объекта выражены случайными величинами и связаны стохастическими зависимостями, либо исходная информация также представлена случайными величинами).

В зависимости от *структуры и возможности учета временных изменений* модели бывают:

1) однофакторные и многофакторные, где имеется только один фактор или же два и более признаков;

2) простые и блочные, где первые описывают моделирование по одному объекту, а вторые – по совокупности. Примером блочных моделей является разработка программы развития союза кооперативов или же предприятий районного АПК;

3) статические (в таких ЭММ все зависимости отнесены к одному моменту времени, и они разрабатываются лишь для отдельно взятых периодов) и динамические (показатели данной ЭММ меняются во времени (при взаимосвязи в ней ряда лет) или в пространстве: изменение происходит за счет учета такого признака, как размер производства).

По *цели создания и реализации* моделей, используемому *математическому аппарату* различают следующие основные их типы:

1. *Аналитические*. Представляют собой определенную функцию, выражающую взаимосвязь между несколькими показателями. Как правило, аналитические модели имеют вид формул и отражают функциональные зависимости. Они основаны на применении классического математического аппарата.

2. *Оптимизационные*. Основаны на методах линейного программирования. Такие модели представляют собой систему математических уравнений и неравенств, объединенных целевой функцией.

Цель данных ЭММ – нахождение оптимального варианта из множества возможных направлений использования ограниченных ресурсов. Часто эти модели называют экстремальными, потому что в них находят максимальное или минимальное значение критерия оптимизации (например, максимум прибыли, максимум стоимости товарной продукции или минимум издержек и т. д.).

В последние годы большое внимание стали уделять оптимизационным моделям в вероятностной постановке (речь идет о стохастических ЭММ). Их сущность состоит в определении оптимальных параметров объектов АПК с учетом вероятности наступления разных погодных условий.

3. *Балансовые*. Их сущность заключается во взаимоувязке различных отраслей АПК и устранении диспропорций в их развитии. Важное место здесь занимает модель межотраслевого баланса (МОБ), представляющая собой систему уравнений, каждое из которых выражает требование баланса в разрезе каждой отрасли между производимым количеством продукции и совокупной потребностью в этой продукции. В балансовых моделях отрасль рассматривается с двух позиций:

- а) производящая;
- б) потребляющая.

Для решения таких задач условия сводятся в шахматные квадратные матрицы.

4. *Эконометрические*. Иногда их называют экономико-статистическими, так как мощным инструментом эконометрических исследований является аппарат математической статистики. Эконометрическая модель описывает количественную зависимость результата от влияния на него одного или нескольких факторов.

Основные задачи, решаемые при использовании данных моделей:

- построение уравнения математической зависимости (этап спецификации);
- оценка параметров полученной модели (этап параметризации);
- проверка качества найденных параметров и самой модели в целом (этап верификации);
- применение модели для анализа и планирования в АПК.

5. *Имитационные*. Существуют различные постановки и комбинации данного типа моделей (имитационные эконометрические, имитационные оптимизационные, имитационные балансовые). При расчетах обычно требуется проведение большого количества повторяющихся действий для обеспечения длительного периода моделируемой переменной. Поэтому более удобным и эффективным способом решения имитационной модели является ее реализация в виде программы или пакета прикладных программ для ЭВМ.

Имитационные методы применяются в различных сферах АПК.

1. Можно смоделировать различные параметры, связанные с производственной, коммерческой и внешнеторговой деятельностью организаций (количество выпускаемой продукции, объем продаж, ценовые характеристики, урожайность сельскохозяйственных культур, текучесть кадров и др.).

2. Можно решить экономические задачи производственно-технологического характера, возникающие при управлении запасами и в процессе создания систем массового обслуживания.

Кроме того, в аграрной экономике находят широкое распространение модели исследования операций:

а) игровые. В АПК часто применяются модели в виде статистических игр. Их сущность заключается в определении игроком (исследователем) правильного поведения. Целью решения данных задач является выбор оптимальной стратегии с наилучшей функцией выигрыша для лица, принимающего решение (ЛПР);

б) модели управления запасами. В коммерческой деятельности АПК представляет интерес управление товарными запасами торгового предприятия на основе данного типа моделей. Их сущность состоит в определении такой организации поставок, при которой суммарные затраты на доставку и хранение товаров были бы минимальные (транспортно-логистические затраты) [5].

При постановке задачи учитывают товарный запас, спрос, порядок пополнения запаса, издержки. Целью таких моделей является уменьшение затрат по заводу и хранению товаров с удовлетворением спроса каждого покупателя;

в) модели массового обслуживания (МО). Применение их вызвано тем, что в АПК имеется необходимость упорядочения процессов, связанных с образованием очередей (люди, машины, станки в эксплуатации). Сущность моделей МО заключается в определении оптимального числа каналов обслуживания (продавцов, автозаправок и т. д.), при которых суммарные издержки, обусловленные пребыванием в очереди и простоем обслуживающих линий, были бы минимальные. При постановке задачи учитывают такие элементы, как требование (заявка), каналы обслуживания;

г) сетевые модели. С их помощью моделируется процесс выполнения комплекса работ для достижения определенной цели. Такая модель является основным элементом системы сетевого планирования и управления (СПУ). Реализация задач осуществляется на основе построения сетевых графиков. Чаще всего требуется их улучшение с учетом сроков выполнения работ и рационального использования материальных, трудовых и денежных ресурсов. Оптимизация проектов в таком случае может осуществляться по времени, по стоимости и по ресурсам [6].

В последнее время большой интерес вызывают модели внешне-экономической деятельности, основанные на методах описания поведения экономических субъектов, позаимствованных из физики (гравитационная модель) и биологии (эволюционная). Причина этого заключается в том, что экономика не только сложна, но и способна к необратимому качественному развитию.

Субъекты экономики постоянно пытаются найти или позаимствовать *новые средства* достижения своих интересов – новые технологии, новые внешнеэкономические связи, новые финансовые инструменты, новые способы организации. Таким образом, несколько меняется характер роли, соответственно, механизмы отбора изменяют интересы

исполнителей ролей. В результате вся экономическая система непрерывно качественно изменяется. Заметим, что такая картина эволюции соответствует представлению К. Маркса о взаимодействии «производительных сил» и «производственных отношений».

Производственные отношения – это система ролей, а производительные силы – это люди, исполняющие роли, с присущими им индивидуальными особенностями и творческим потенциалом. К сожалению, пока мы не умеем моделировать такие процессы качественной эволюции, поэтому вынуждены периодически учитывать существенные изменения экономических отношений и в соответствии с ними создавать новую модель.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Дайте классификацию моделей в зависимости от времени или периода моделирования.
2. Дайте классификацию моделей в зависимости от уровня управления системами.
3. Дайте классификацию моделей в зависимости от используемой информации и степени ее определенности.
4. Дайте классификацию моделей в зависимости от структуры и возможности учета временных изменений.
5. Дайте классификацию моделей в зависимости от цели создания и реализации используемого математического аппарата.

### 3. ПРОГНОЗНАЯ ОПТИМИЗАЦИОННАЯ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

#### 3.1. Начальные этапы построения экономико-математической задачи

Для прогнозирования экономических, социальных, экологических и других явлений в агробизнесе применяется оптимизационная экономико-математическая модель, при помощи которой определяется оптимальная система организации использования земельных, трудовых, материальных, финансовых ресурсов. Принципы построения моделей прогнозного типа являются едиными для всех видов и типов организаций и фирм, а сам процесс их создания включает выполнение следующих этапов:

- постановка экономико-математической задачи с качественным и количественным анализом взаимосвязей элементов моделируемого объекта;
- выбор структурной ЭММ;
- обработка исходной информации и обоснование данных для экономико-математической задачи;
- составление развернутой экономико-математической задачи, ее решение, анализ результатов.

При выполнении первого этапа – *постановка экономико-математической задачи* – уточняется экономическая формулировка с проведением качественного и количественного анализа и установлением критерия оптимальности.

Предполагается решение следующего круга вопросов:

- а) определяется объект исследования, в качестве которого может быть сельскохозяйственная организация, завод, комбинат и т. д.;
- б) уточняется год, по данным которого производят математические расчеты. Так как информация будет спрогнозирована, то ЭММ пригодна для текущего, среднесрочного и долгосрочного планирования;
- в) выбирается вид модели (например, краткосрочная, динамическая, блочная, стохастическая). Таким образом, можно вести речь, допустим, о разработке модельной программы агрокомбината путем построения экономико-математической задачи линейно-динамического вида в вероятностной постановке с учетом функционирования каждого подразделения исследуемого объекта;
- г) проводится качественный анализ. Базой его становятся данные конкретных экономических, технических, технологических дисциплин.

плин. Предполагается изучение процессов технологии производства и переработки продукции, форм экономических взаимоотношений и организации труда, возможных направлений использования ресурсов, имеющихся каналов продаж и др. На основе этой информации устанавливаются основные факторы, которые определяют функционирование объекта: производственные, коммерческие, рыночные (Гусаков В. Г., 2020) [19].

Можно говорить о том, что таким образом словесно выделяются возможные ограничения базовой задачи. Следовательно, здесь определяются общие для всех сельскохозяйственных организаций повторяющиеся ограничения. Однако этого недостаточно, чтобы правильно составить задачу. Кроме выявления общих, необходимо знание специфических особенностей функционирования объекта;

д) проводится количественный анализ. Во время исследования изучаются индивидуальные моменты, делаются выводы по существенному дополнению к намеченной базовой модели. Отдельные аспекты связаны с новыми технологиями, различными видами агропромышленной интеграции. Основная цель – раскрыть специфические особенности объекта. Например, путем качественного анализа установлено, что сельскохозяйственная организация поставляет зернофураж на завод для выработки комбикорма из давальческого сырья. Количественные параметры таких взаимоотношений (за 1 ц зерна будет поставлено 1,25 ц комбикорма) позволяют дополнить базовую модель новыми математическими соотношениями;

е) выбирается критерий оптимальности, который может быть как глобальным, так и локальным. Глобальный критерий оптимальности – это критерий функционирования народного хозяйства как целостной экономической системы. Он должен максимизировать благосостояние общества и быть направлен на максимум валового внутреннего продукта, национального дохода и т. д.

### **3.2. Проблемы выбора критерия оптимальности в агробизнесе и завершающие этапы оптимизационного моделирования**

Процессы, направленные на решение частных экономико-математических задач в агробизнесе, преследуют конкретные цели и оптимизируются с помощью локальных критериев оптимальности. Их особенность заключается в том, что каждый из них не должен противоречить требованиям глобального критерия и при этом более полно учитывать особенность решаемой задачи.



Количественным выражением критерия оптимальности является целевая функция. В качестве целевых функций для различных экономико-математических задач могут применяться многообразные локальные критерии:

– максимизирующие прибыль, добавленную стоимость, чистый доход, валовую и товарную продукцию, рентабельность, производительность труда и др.;

– минимизирующие издержки производства, приведенные затраты, некоторые виды ресурсов (пашни, кормов), затрат труда.

Целевые функции могут быть представлены в стоимостном или натуральном исчислении. В качестве примера последних приведем минимум расхода горюче-смазочных материалов.

Выполнение модельных расчетов с применением информационных технологий происходит в условиях многоцелевого характера сельского хозяйства. Оптимальная программа предприятия по одному критерию может оказаться не лучшей по значениям показателей других критериев. В связи с этим возникает задача поиска субоптимального решения, которое учитывает одновременно действие всех критериев оптимальности и отражает все реально поставленные условия.

Получение субоптимальных планов в экономике называют многоцелевой оптимизацией или решением многокритериальных задач (т. е. векторной оптимизацией). При многокритериальной оптимизации возникают три основные проблемы:

1) выбор самого принципа оптимальности, т. е. что считать оптимальным решением и в каком смысле это оптимальное решение превосходит все остальные;

2) частные или локальные критерии оптимальности часто имеют различные единицы и масштабы измерения, что делает невозможным их непосредственное сравнение и ведет к поиску нужного решения;

3) во многих случаях необходимо учесть степень важности (приоритета) локальных критериев.

Многокритериальные оптимизационные задачи требуют учета и соблюдения следующих условий:

а) **обоснование набора (перечня) критериев, подлежащих рассмотрению в данной модели.** Такой подход предполагает определение характера исследуемого процесса, где на основе логического анализа устанавливаются возможные показатели экономической эффективности. На практике редко встречаются задачи, когда необходимо одновременно рассматривать более трех-четырёх критериев;

б) *оценка относительной предпочтительности критериев или построение некоторой шкалы.* Такая проблема решается на основе экспертных оценок, где условия предпочтительности могут быть выражены в баллах оценки каждого критерия или в виде некоторых весовых коэффициентов. В некоторых случаях (при экономической равнозначности критериев) их ранжирование не производится;

в) *определение условий возможного компромисса и выбор схемы расчета обобщенного критерия.* Условия возможного компромисса могут быть сформулированы по-разному:

– минимизация относительных отклонений от оптимальных значений по всем рассматриваемым критериям;

– фиксирование одного из критериев на некотором заданном уровне и оптимизация по следующему критерию.

Проблема многокритериальной оптимизации планов направлена на определение компромиссного варианта прогнозной деятельности организации в условиях наиболее эффективного использования ограниченных ресурсов. Для решения задач векторной оптимизации разработан ряд методов.

Суть *метода линейной свертки* сводится к сведению многокритериальной задачи к однокритериальной путем введения суперкритерия. Речь идет о свертывании критериев в единый, другими словами, это метод линейной комбинации частных критериев. Суть *метода ведущего критерия* сводится к тому, что все целевые функции, кроме одной, переводятся в разряд ограничений. Один из наиболее предпочтительных критериев, используемых в качестве целевой функции задачи, – прибыль организации. Далее рассмотрим *метод последовательных уступок*. Его сущность состоит в замене многокритериальной задачи оптимизации последовательностью однокритериальных задач. Вначале исследуемые критерии ранжируются в порядке убывания их значимости. Задача решается с первым по значимости критерием, и определяется его экстремальное значение. Затем назначается величина допустимого отклонения критерия от его оптимального значения, т. е. уступка, и решается задача еще раз, но уже со вторым по значимости критерием при условии, что отклонение первого критерия от его оптимального значения не превзойдет величины уступки. Далее назначается уступка для второго критерия, и задача решается с третьим критерием и т. д. Таким образом, решение каждой исследуемой задачи основано на решении предыдущей, так как оно содержит дополнительные ограничения, характеризующие величину уступки по критериям. Рассмотрим *метод равных и наименьших относительных отклонений*.

Его суть состоит в том, что исходную задачу решают по каждому критерию отдельно, вычисляя для них экстремальные значения. После этого ставится требование, чтобы компромиссному плану соответствовали равные и минимальные относительные отклонения всех критериев от своих экстремальных значений. Равенство отклонений обеспечивается дополнительными ограничениями, вводимыми в задачу. Для использования *метода минимакса* необходимо: решить экономико-математическую задачу по каждому из критериев; ввести в задачу дополнительные ограничения, соответствующие виду целевых функций; включить в число неизвестных экономико-математической задачи величину, отражающую максимальное относительное отклонение, которое будем минимизировать.

Следующий этап – *выбор и построение структурной модели*, т. е. запись формализованной схемы задачи в виде условных символов и математических выражений.

Для этого вводят условные обозначения (индексация, неизвестные и известные переменные), руководствуясь принципами последовательности, экономичности и запоминаемости.

Индексация используется для обозначения номеров строк и номеров столбцов. Чаще всего встречаются следующие индексы:  $i$  – номер строки ( $i = 1, \dots, m$ ),  $j$  – номер столбцов переменной ( $j = 1, \dots, n$ ), хотя могут использоваться и другие ( $h, l$  и т. д.).

При объединении группы индексов выделяют множества ( $I_0, I_1 \dots$ ). Взаимосвязь между индексом и множеством может записываться под знаком  $\sum$  с использованием знака принадлежности  $\in$ .

Неизвестные переменные задачи – это использование латинских или греческих букв ( $x, y, z \dots$ ) и др.

Известными величинами могут быть следующие:

а) свободные члены правой части ограничений, обозначаемые большими буквами ( $A, D, M$  и т. д.);

б) технико-экономические коэффициенты, которые стоят при неизвестных переменных и обозначаются малыми буквами. Они изменяются в зависимости от того, в каком ограничении и при какой переменной стоят. Такая двойственность обуславливает наличие двух индексов:  $a_{ij}, d_{kr}$ . В отдельных задачах существует необходимость и в более сложной их записи, например  $q_{ijr}$ ;

в) коэффициенты целевой функции задачи, которые могут обозначаться буквами  $c, \lambda$  и т. д.

Важным этапом для построения прогнозной модели является *обоснование информации* экономико-математической задачи, которое может быть осуществлено на основе совокупности ряда подходов:

1) метод экстраполяции. Применяется при стабильности системы, устойчивости явлений, когда динамика процессов, показателей в перспективе определяется тенденциями их изменения в прошлом периоде. Предполагается, что развитие идет непрерывно, гладко. Такой прогнозный показатель становится проекцией прошлого в будущее. Для его обоснованности необходимо иметь информацию об устойчивой тенденции за ряд предыдущих лет (долгосрочных периодов);

2) метод экспертных оценок. Базируется на рациональных доводах и интуиции высококвалифицированных специалистов (экспертов), обработке их информации о прогнозируемых параметрах. В качестве экспертов используются комиссии и советы, отдельно взятые лица, которые не должны быть заинтересованы в результатах.

Вначале определяется состав экспертов и разрабатывается процедура экспертизы (опрос, шкала оценок, способы выявления мнений, анализ результатов). Индивидуальная экспертиза осуществляется путем выявления мнений не связанных между собой экспертов. Коллективная экспертиза проводится:

- а) при создании круглых столов, где согласуются мнения;
- б) путем мозговой атаки на основе коллективного решения проблемы;
- в) путем последовательных анкетных опросов специалистов;

3) нормативный метод. Основывается на применении норм и нормативов, которые можно подразделить на ресурсные, экономические, социальные. При необходимости их конкретизируют и дифференцируют по отдельным направлениям и регионам. Например, используются нормативы:

- а) эффективности производства (валовой доход на одного человека или 100 руб. фондов);
- б) социального развития (потребление продуктов питания на душу населения);
- в) финансовые (обязательные платежи или отчисления от прибыли).

Планируемая с помощью данного метода информация конкретизируется и дифференцируется (по направлениям, по отдельным регионам), а основными источниками ее являются технологические карты возделывания сельскохозяйственных культур, нормативные справочники научно-исследовательских институтов;

4) метод монографического исследования. Применяется в том случае, если изучается отдельно взятое предприятие (отличающееся

наиболее рациональным использованием ресурсов или же типичное), параметры которого можно взять в качестве прогнозных показателей для моделируемого объекта сельского хозяйства. При этом в качестве типичной сельскохозяйственной организации берется та, в которой имеются сопоставимые условия производства, т. е. специализация, уровень интенсивности, результаты производственно-финансовой деятельности;

5) метод использования системы математических моделей. Основывается на применении различных видов взаимосвязанных корреляционных моделей (при прогнозировании урожайности зерновых культур, с учетом найденного значения, рассчитываются урожайности других сельхозкультур и т. д.). Кроме того, возможно решение частных оптимизационных моделей, показатели которых становятся исходными параметрами для моделей вышестоящего уровня.

Последний этап – *составление развернутой экономико-математической задачи, решение на ПК, анализ результатов* с разработкой механизма внедрения оптимального проекта. По степени детализации оптимизационные ЭММ подразделяются на развернутые и структурные. Развернутая ЭМЗ является детализацией структурной модели применительно к конкретному предприятию. При установлении количества неизвестных переменных руководствуются делением их на три группы:

- а) основные (отражают характер и содержание задачи);
- б) дополнительные (детализируют первые, например сбыт продукции на ярмарках, биржах и др.);
- в) вспомогательные (определяют некоторые расчетные характеристики).

Чем длиннее величина прогнозируемого периода, тем меньшее количество неизвестных применяют в задаче, так как отдельные параметры берутся только в агрегированном виде. Ограничения экономико-математической задачи можно классифицировать аналогичным образом:

- а) основные (описывают наиболее существенные условия задачи и включают большинство переменных: например, по использованию главных ресурсов предприятия);
- б) дополнительные (устанавливают интервалы изменения неизвестных переменных и т. д.);
- в) вспомогательные (например, с их помощью можно найти определенные параметры в процессе решения).

Таким образом, между структурной и развернутой моделями существует тесная взаимосвязь, но последняя учитывает важные нюансы

моделируемого предприятия путем записи детальных условий с применением научно обоснованной прогнозной информации. Основой развернутой или числовой модели ЭМЗ является матрица, содержащая основную информацию о моделируемой системе. Она представляет собой специальную таблицу, содержащую обозначения переменных, ограничений, целевой функции, а также их числовое выражение в виде конкретных коэффициентов. Обычно вначале записывают ограничения развернутой ЭМЗ в виде системы линейных неравенств и уравнений с целевой функцией, а затем уже строят матрицу. После решения задачи с помощью компьютерных технологий необходимо:

а) провести анализ с целью возможной корректировки и получения различных вариантов с учетом предполагаемых сценариев развития предприятия;

б) провести экспертизу для разработки ряда мероприятий по многоступенчатой процедуре материального воплощения расчетов в производство.

Так как вычисления производятся на персональном компьютере, то экономист или менеджер, оценивая результаты, может ввести или изменить заданные ранее цифровые значения, определить другие направления оптимизации. Эта информация служит основой для получения нового промежуточного решения. Интерактивный режим работы должен продолжаться до тех пор, пока решение не будет удовлетворять требованиям работника планово-экономической службы. Следовательно, процесс реализации оптимальной программы любого предприятия в агробизнесе должен происходить на основе научно обоснованных подходов, выработанных с участием административно-управленческого персонала моделируемого объекта.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Перечислите этапы создания ЭММ прогнозного типа.
2. Перечислите виды работ первого этапа.
3. Что представляет собой формирование структурной ЭММ как второго этапа моделирования? Каковы ее составные элементы?
4. Перечислите виды работ третьего этапа.
5. Перечислите виды работ четвертого этапа.

## 4. ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В АГРОБИЗНЕСЕ

### 4.1. Этапы построения эконометрических моделей

Особое место в практике агробизнеса занимают модели, выявляющие количественные связи между изучаемыми показателями и влияющими на них факторами. Их называют эконометрическими. Другими словами, можно говорить об экономико-математических моделях факторного анализа, параметры которых оцениваются средствами математической статистики. Их назначение заключается в следующем:

а) проведение экономического анализа, т. е. соответствие модельных расчетов реальным фактическим показателям микро- и макроэкономики;

б) прогнозирование, т. е. экспертная оценка на основе моделей временных рядов для выработки рациональных управленческих решений [28]. Такие модели изучают конкретные процессы в АПК на основе реальной статистической информации.

Эконометрические модели можно классифицировать по ряду признаков. Так, по аналитической форме модели (уравнения) бывают:

а) линейные;

б) нелинейные (степенные, логарифмические, полиномиальные, экспоненциальные и др.).

Рассматривая эконометрические модели, нужно иметь в виду, что в экономике АПК одни признаки влияют на другие (первые называют факторными, независимыми, экзогенными, а вторые – результативными, зависимыми, эндогенными). Зависимость между признаками может быть либо функциональной, либо корреляционной (ее сущность состоит в том, что при изменении одной из величин изменяется среднее значение другой) [7; 8; 20; 27].

Таким образом, корреляционными называют модели, основанные на уравнении регрессии, которое характеризует процесс формирования результативного показателя под влиянием одного или нескольких факторных. Если для обозначения эндогенной переменной использовать букву  $y$ , а для экзогенных –  $x$ , то наиболее простым видом модели является линейная зависимость между двумя показателями:  $y_x = a_0 + a_1 x_1$ , где  $a_0$  – свободный член;  $a_1$  – коэффициент регрессии, показывающий изменение результата при изменении фактора  $x_1$  на 1. Уравнение множественной регрессии имеет следующий вид:  $y_x = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_m x_m$ . В линейной многофакторной модели

коэффициенты регрессии  $a_1, a_2 \dots$  показывают, на сколько единиц изменяется результативный показатель при изменении соответствующего факторного показателя на 1 и при фиксированном значении остальных факторных показателей.

В моделях степенного вида  $y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_n^{a_n}$  параметры  $a_1, a_2 \dots$  называются коэффициентами эластичности и показывают, на сколько процентов меняется результативный показатель при изменении соответствующего фактора на 1 %.

В последнее время при исследовании экономических явлений в агробизнесе важное место занимает вопрос описания структурных связей между факторами не одним, а несколькими уравнениями, содержащими как повторяющиеся, так и собственные переменные. Для этих целей необходимо использовать системы эконометрических уравнений. В эконометрических исследованиях они могут быть построены по-разному:

- 1) независимые;
- 2) рекурсивные;
- 3) одновременные системы.

Рассмотрим систему независимых уравнений, когда каждая зависимая переменная  $y$  рассматривается как функция одного и того же набора факторов  $x$ , количество которых в каждом уравнении может варьироваться.

Например, модель вида

$$y_1 = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5),$$

$$y_2 = f(x_1, x_3, x_4, x_5),$$

$$y_3 = f(x_2, x_3, x_5),$$

$$y_4 = f(x_3, x_4, x_5)$$

является системой независимых уравнений с тем лишь отличием, что набор факторов в ней видоизменяется в уравнениях, входящих в систему. Отсутствие того или иного фактора в уравнении системы должно быть следствием как экономической нецелесообразности его включения в модель, так и незначительности его воздействия на результативный признак (незначимо значение  $t$ -критерия для данного фактора).

Примером такой модели может служить модель *экономической эффективности сельскохозяйственного производства в животновод-*



стве, где в качестве зависимых переменных выступают показатели, характеризующие эффективность и результативность: рентабельность, продуктивность коров, себестоимость 1 ц молока, а в качестве факторов – специализация хозяйства, количество голов на 100 га сельхозугодий, затраты кормов, труда и т. п.

Каждое уравнение этой системы независимо, может рассматриваться самостоятельно и по существу, является уравнением регрессии. Для нахождения его параметров используется метод наименьших квадратов.

Однако если зависимая переменная  $y$  одного уравнения выступает в виде фактора  $x$  в другом уравнении, то исследователь может строить модель в виде *системы рекурсивных уравнений*. В данной системе зависимая переменная  $y$  включает в каждое последующее уравнение в качестве факторов все зависимые переменные предшествующих уравнений наряду с набором собственно факторов  $x$ . Процесс построения таких систем следующий. Выбирают сначала эндогенную переменную  $y_1$ , зависящую только от экзогенных переменных. Затем выбирают результативный показатель, который зависит только от экзогенных факторов и от  $y_1$ . Таким образом, каждый последующий результативный показатель зависит вначале от факторных показателей и от предыдущих эндогенных. Параметры первого уравнения рекурсивных систем находят методом наименьших квадратов, их подставляют во второе уравнение, опять применяют этот метод и т. д.

Примером такой системы может служить модель производительности труда и отдачи основных средств вида

$$\begin{cases} y_1 = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3, \\ y_2 = a_0 + b_1y_1 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3. \end{cases}$$

где  $y_1$  – производительность труда;

$y_2$  – отдача основных средств;

$x_1$  – вооруженность труда;

$x_2$  – энерговооруженность труда;

$x_3$  – квалификация рабочих.

Возможна *система взаимозависимых* или же другими словами *совместных, одновременных уравнений*, когда одни и те же зависимые переменные  $y$  в одних уравнениях входят в левую часть, а в других – в правую. Их особенность состоит в том, что каждое уравнение не может рассматриваться самостоятельно и для нахождения его параметров традиционный метод наименьших квадратов неприменим. С этой це-

лю предлагается использовать специальные приемы оценивания. Рассмотрим различные варианты формирования этой системы в агробизнесе, исследовав взаимосвязь между следующими экономическими показателями:  $y_1$  – среднегодовая начисленная заработная плата одного работника, тыс. руб.;  $y_2$  – стоимость валовой продукции на одного среднегодового работника (производительность труда), млн. руб.;  $x_1$  – удельный вес руководителей и специалистов в общей численности работников, %;  $x_2$  – инвестиции в основной капитал, млн. руб.

Суть многоэтапного исследования заключается в следующем:

- предлагается рабочая гипотеза о взаимосвязи экономических показателей (результативных, зависимых, эндогенных переменных  $y$  и независимых, экзогенных переменных  $x$ ). Здесь речь идет о модели взаимосвязи производительности труда и заработной платы. Поэтому выдвигаются следующие рабочие гипотезы:

первая –  $y_1 = f(y_2, x_1)$ ;

вторая –  $y_2 = f(y_1, x_2)$ ;

- строится структурная модель, представляющая собой систему одновременных уравнений:

$$\begin{cases} y_1 = a_0 + b_2 y_2 + a_1 x_1, \\ y_2 = a_0 + b_1 y_1 + a_2 x_2; \end{cases}$$

- выбирается один из методов оценивания коэффициентов структурной модели.

Для определения состоятельных структурных параметров в данной системе одновременных уравнений используется косвенный метод наименьших квадратов, так как уравнения точно идентифицированы. Процедура его применения предполагает выполнение следующих этапов работы:

- структурная модель преобразовывается в приведенную форму модели;

- для каждого уравнения приведенной формы обычным методом наименьших квадратов оцениваются приведенные коэффициенты;

- коэффициенты приведенной формы модели преобразуются в параметры структурной модели.

Изучим взаимосвязи между финансово-экономическими показателями по сельскохозяйственным предприятиям, занимающихся производством молока. Были взяты следующие данные:

$y_1$  – прибыль организации от реализации молока, млн. руб.;

$y_2$  – кредиторская задолженность за комбикорма, млн. руб.;

$x_1$  – уровень товарности молока, %;  
 $x_2$  – себестоимость 1 т молока, тыс. руб.;  
 $x_3$  – количество покупного комбикорма, т.  
 Предлагается система рабочих гипотез

$$\begin{cases} y_1 = f(y_2, x_1, x_2), \\ y_2 = f(y_1, x_3). \end{cases}$$

На основе имеющихся данных построим следующую структурную модель:

$$\begin{cases} y_1 = a_0 + b_2 y_2 + a_1 x_1 + a_2 x_2, \\ y_2 = a_0 + b_1 y_1 + a_3 x_3. \end{cases}$$

В данной системе одновременных уравнений используется двухшаговый метод наименьших квадратов. Основная его идея – на основе приведенной формы модели получить для сверхидентифицируемого уравнения теоретические значения эндогенных переменных, содержащихся в правой части уравнения. Далее, подставив их вместо фактических значений, можно применить обычный метод наименьших квадратов к структурной форме сверхидентифицируемого уравнения. Таким образом, метод наименьших квадратов используется дважды: на первом шаге при определении приведенной формы модели и нахождения на ее основе оценок теоретических значений эндогенной переменной  $y$  и на втором шаге применительно к структурному сверхидентифицируемому уравнению при определении структурных коэффициентов модели по данным теоретических (расчетных) значений эндогенных переменных.

Изучим другие взаимосвязи между экономическими показателями в молочном скотоводстве. Были взяты следующие данные:

$y_1$  – удой на корову, т;  
 $y_2$  – себестоимость 1 т молока, тыс. руб.;  
 $y_3$  – затраты труда на одну корову, чел.-ч;  
 $x_1$  – доля коров в общем количестве КРС, %;  
 $x_2$  – удельный вес концентратов в рационе коров, %;  
 $x_3$  – расход кормов на 1 т молока, т к. ед.;  
 $x_4$  – поголовье коров, гол.

Предлагается система рабочих гипотез:

$$\begin{cases} y_1 = f(y_3, x_1, x_2), \\ y_2 = f(y_1, y_3, x_3), \\ y_3 = f(y_1, x_4). \end{cases}$$

Она включает в общей сложности 3 эндогенные и 4 экзогенные переменные. Исследуемая система является сверхидентифицируемой и может быть решена двухшаговым методом наименьших квадратов на основе применения алгоритма:

1. Запишем приведенную форму модели и найдем параметры каждого из трех уравнений в отдельности обычным методом наименьших квадратов.

2. Найдем расчетные значения  $\hat{y}_1$ ,  $\hat{y}_2$ ,  $\hat{y}_3$ .

3. В исходных структурных уравнениях заменим эндогенные переменные, выступающие в качестве факторных признаков, их расчетными значениями.

4. Найдем по каждому структурному уравнению параметры на основе обычного метода наименьших квадратов.

Вопрос использования эконометрических моделей рассмотрим на примере множественной линейной регрессии. Процесс построения является многоэтапным и включает: выбор системы показателей и логический отбор факторов; сбор исходных данных и проверку информации; определение типа модели или формы связи между результатом и факторами; построение уравнения с определением параметров и проверкой качества эконометрической модели; использование модели в экономике.

#### **4.2. Апробация методики эконометрического моделирования во внешнеэкономических связях**

Для осмысления каждого этапа рассмотрим производственную ситуацию, когда перерабатывающие цехи комбинатов пищевого концерна производят переработку картофеля для выпуска из него продуктов питания, которые находят сбыт внутри республики, а также имеют спрос за рубежом. Проведение оптимальной экономической, коммерческой и внешнеторговой деятельности нацеливает руководство концерна на изучение конечных показателей хозяйствования. Поэтому плано-экономической службе необходимо проанализировать поведение такого показателя, как объем денежной выручки.

Таким образом, на основе поставленной цели приступают к выполнению первого этапа, суть которого состоит в выборе эндогенной и

экзогенных переменных. В нашем случае резуль­тативный показатель ( $y$ ) – это количество денежной выручки (тыс. у. д. е.). Далее необходимо на основе теоретических познаний выстроить вербальную качественную модель, т. е. логически определить и выявить факторы, влияющие на результат. Основные подходы следующие:

1. В перечень включают только важнейшие факторы, оказывающие существенное воздействие на изучаемый резуль­тативный показатель. К таким факторам в нашей задаче могут относиться: цена реализации пищевого продукта, затраты на рекламу, количество торговых работников по сбыту, степень использования производственных мощностей, удельный вес продукции на экспорт в общей продаже и др. Практическая реализация эконометрической модели связана с ограниченным числом выбираемых факторов.

2. Необходимо избегать включения в число факторов, которые являются линейно зависимыми или же операции с которыми ведут к определению результата. Так, в данном примере нельзя одновременно включать такие факторы, как цена и объем сбыта, так как количество денежной выручки непосредственно и функционально определяется ими.

3. Влияющие факторы могут быть количественными и качественными. К числу последних можно отнести использование технологичного импортного оборудования глубокой переработки. В этом случае такому качественному фактору дается количественная оценка: 1 – если цех имеет данное оборудование; 0 – если такого оборудования нет.

4. Если резуль­тативный показатель является абсолютным (относительным), то и факторные показатели должны быть такого же типа.

Следующим шагом эконометрического моделирования процессов в агробизнесе является определение количества наблюдений или объектов. Логично, что вероятность верного вывода для получения более точных оценок по пяти наблюдениям существенно ниже, чем по тридцати. Обычно при определении необходимой численности выборки руководствуются тем, что количество объектов должно быть не менее 20–30. Считается, что для обеспечения статистической надежности требуется, чтобы число объектов (наблюдений) по крайней мере в 3 раза превосходило число оцениваемых параметров в многофакторной модели.

Некоторые исследователи предлагают, чтобы число наблюдений в выборке превышало число факторов примерно в 5–8 раз. Для наших расчетов используем 24 наблюдения по перерабатывающим цехам

(за несколько лет). В качестве экономических показателей принимаем:

- результирующий показатель:  $y$  – объем выручки, тыс. у. д. е.;

- факторные показатели:

$x_1$  – загрузка производственных мощностей, %;

$x_2$  – удельный вес продукции на экспорт в общей реализации, %.

Представим данные в табл. 4.1.

Таблица 4.1. Показатели перерабатывающих цехов [21]

№	Выручка, тыс. у. д. е.	Загрузка мощностей, %	Удельный вес экспортной продук- ции в общем объеме сбыта, %
1	35	71	21,5
2	40	78	24,1
3	42	80	25,3
4	58	90	32,4
5	39	86	27,3
6	48	89	29,6
7	44	81	28,7
...	...	...	...
18	42	72	37,7
19	62	93	34,4
20	49	90	28,5
21	55	92	39,9
22	53	82	28,8
23	57	92	31,7
24	55	83	20,0

Для большинства экономических показателей характерно распределение данных, близкое к нормальному. Нормальным называется распределение, полученное из ряда наблюдений, вариация которых обусловлена воздействием большого числа случайных влияний.

Для практических расчетов проверку информации на достоверность, т. е. на соответствие закону нормального распределения, иногда начинают с расчетов асимметрии ( $A$ ) и эксцесса ( $\mathcal{E}$ ) для каждого столбца. Их значения находят с использованием табличного процессора Excel: с помощью команд «Сервис»  $\Rightarrow$  «Анализ данных» и инструмента анализа «Описательная статистика».

Для данной задачи эти значения составляют:

по столбцу  $x_1$   $A = -0,29$ ,  $\mathcal{E} = 1,77$ ;

по столбцу  $x_2$   $A = 0,64$ ,  $\mathcal{E} = 3,12$ ;

по столбцу  $y$   $A = 0,178$ ,  $\mathcal{E} = 2,19$ .

Информация не противоречит требованиям закона нормального распределения, если фактические значения  $A$  и  $\mathcal{E}$  равны 0 или не

нарушаются условия:  $|A| \leq 3\sigma_A$ ,  $|\mathcal{E}| \leq 5\sigma_{\mathcal{E}}$ , где  $\sigma_A, \sigma_{\mathcal{E}}$  – стандартные ошибки асимметрии и эксцесса. Они определяются по формулам:

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{6n(n-1)}{(n-2)(n+1)(n+3)}} = 0,47;$$

$$\sigma_{\mathcal{E}} = \sqrt{\frac{24n(n-1)^2}{(n-3)(n-2)(n+3)(n+5)}} = 0,92.$$

В данном примере А и Э не выходят за допустимые границы. Если по какому-то столбцу асимметрия (А) превышает три свои стандартные ошибки или эксцесс (Э) – пять, это свидетельствует о том, что имеется число по своей внутренней структуре неоднородное с имеющимися. Кривая нормального распределения показывает, что в выборке часто встречаются значения признака, близкие к его среднему. При чем в интервал от  $\bar{x} - 3\sigma_x$  до  $\bar{x} + 3\sigma_x$  попадает 99,73 % случаев, т. е. подавляющее большинство случаев при нормальном распределении (в данном случае  $\sigma_x$  – среднее квадратическое значение или стандартное отклонение).

Следовательно, невыполнение требований по асимметрии или эксцессу предполагает поиск какого-то минимального (максимального) значения  $X_i$  с проверкой его согласно правилу «трех сигм»:  $|X_i - \bar{x}| \leq 3\sigma_x$ .

Нарушение этого правила ведет к тому, что объект (наблюдение), которому принадлежит выбранное экстремальное значение, исключается из выборки. Эти теоретические положения, касающиеся проверки информации на достоверность, используют для изучения экономических данных, распределение которых близко к нормальному.

Точка зрения других исследователей заключается в том, что уравнение корреляционно-регрессионной зависимости рекомендуется получать по такой однородной совокупности, где коэффициент вариации по результативному и факторным показателям не превышает 33 %. Его значение определяется отношением среднеквадратического отклонения величины показателя к его среднему значению, выраженному в процентах.

Для данной задачи эти значения составят: столбцу  $x_1$   $V = 10,3$  %; по столбцу  $x_2$   $V = 18,4$  %; по столбцу  $y$   $V = 20,9$  %. Таким образом, исходя из этого подхода данная выборка также может быть использована для дальнейших расчетов.

Третий этап построения эконометрической модели – выбор формы связи переменных – называется спецификацией уравнения регрессии. Подбор начальной модели осуществляется на основе экономической теории и экономики предприятия с опорой на опыт, логику и интуицию исследователя. Кроме того, определение формы связи между результативным и факторными показателями можно производить на основе графического подхода. Речь идет о графическом изображении реальных статистических данных в виде точек в декартовой системе координат, которое называется корреляционным полем (диаграммой рассеивания).

В нашей задаче два графика между  $y$  и  $x_1$  и  $y$  и  $x_2$  указывают на линейную зависимость, где уравнение регрессии имеет следующий вид:  $y_x = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$ . Данный анализ дополняется таким подходом, когда с помощью персонального компьютера строится несколько уравнений регрессии с использованием различных математических функций (линейная, степенная, экспоненциальная, логарифмическая и др.). Показателем, характеризующим в данном случае качество полученных уравнений, является значение коэффициента детерминации  $R^2$  (модель более качественная, где выше данный показатель). Однако для сравнения уравнений регрессии по коэффициенту детерминации обязательным является требование, чтобы зависимая переменная была представлена в одной и той же форме (например, в случае линейного и логлинейного уравнений, где присутствуют  $y$  и  $\ln y$ , такой подход неприемлем).

Расчету параметров корреляционной модели должна предшествовать проверка наличия мультиколлинеарности между факторами (такое явление связано с наличием сильной корреляции между независимыми факторными признаками). В итоге мультиколлинеарность может привести к искажению смысла коэффициентов регрессии, а основные ее причины таковы:

- а) независимые переменные характеризуют одно и то же свойство изучаемого явления;
- б) независимые переменные являются составными частями одного и того же признака.

Наиболее распространенным методом выявления мультиколлинеарности является определение значений парных коэффициентов корреляции. Их значения находят с использованием табличного процессора Excel: с помощью команд «Сервис»  $\Rightarrow$  «Анализ данных» и инструмента анализа «Корреляция».

Результаты вычислений для задачи представлены в табл. 4.2.



Т а б л и ц а 4.2. Матрица парных коэффициентов корреляции

Переменные	Значения коэффициентов парной корреляции между переменными		
	$y$	$x_1$	$x_2$
$y$	1		
$x_1$	0,784	1	
$x_2$	0,495	0,391	1

Обычно считают, что две переменные линейно зависимы, если парный коэффициент корреляции между ними по абсолютной величине превышает 0,8. Здесь  $r_{x_1x_2} = 0,391$ , т. е. явление мультиколлинеарности между признаками-факторами отсутствует. Иногда используют и другой принцип допустимой мультиколлинеарности: парная связь между факторами  $x_1$  и  $x_2$  должна быть менее тесная, чем между  $x_i$  и  $y$ . Такое требование тоже соблюдается в нашем примере.

В ряде случаев (при изучении многомерных связей) парные коэффициенты корреляции могут давать неверные представления о характере связи между двумя переменными. Например, между двумя переменными  $x$  и  $y$  может быть высокий положительный коэффициент корреляции не потому, что одна из них стимулирует изменение другой, а оттого, что обе эти переменные изменяются в одном направлении под влиянием других переменных: как учтенных в модели, так и неучтенных. Поэтому рассчитывают частный коэффициент корреляции, очищенный от влияния других переменных.

Наиболее простым методом устранения мультиколлинеарности является исключение из модели одного из коррелированных факторов. В ряде случаев минимизировать либо вообще устранить проблему мультиколлинеарности можно с помощью преобразования одной из переменных (метод каскадного анализа). Существуют и другие методы устранения мультиколлинеарности:

- а) по конфлюэнтному анализу;
- б) по методу взвешенной регрессии;
- в) по методу главных компонент;
- г) по паскальному анализу.

Оценка параметров выбранной корреляционной модели, адекватно отражающей реальные экономические показатели и взаимосвязи между ними, происходит на этапе параметризации. Самым распространенным методом для этих целей является метод наименьших квадратов, суть которого состоит в минимизации суммы квадратов отклонений зависимой переменной  $Y$  от ее значений  $Y_x$ , получаемых по уравнению регрессии.

Для нашего примера нахождение параметров  $(a_0, a_1, a_2)$  двухфакторной линейной корреляционной модели  $y_x = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$  имеет вид системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными. Ее решение можно успешно реализовать в различных компьютерных программах. Для нашей задачи получена модель следующего вида:  
$$y_x = -29,5 + 0,766x_1 + 0,403x_2.$$

Важнейшей задачей эконометрического исследования является проверка статистической значимости оцененного уравнения регрессии (этап верификации) по следующим направлениям:

- проверка общего качества уравнения регрессии;
- проверка статистической значимости коэффициентов уравнения регрессии;
- проверка выполнимости предпосылок метода наименьших квадратов.

Установление тесноты связи, т. е. силы влияния учтенных в уравнении факторных показателей на результативный, определяется коэффициентом множественной корреляции  $R$ . В данной задаче его значение равно 0,81. Так как этот показатель заключен в пределы  $0 \leq R \leq 1$ , то полученное значение свидетельствует о том, что между объемом денежной выручки, с одной стороны, и степенью загрузки и удельным весом экспортной продукции во всей ее реализации, с другой стороны, существует тесная взаимосвязь.

Суммарной мерой общего качества уравнения регрессии является коэффициент детерминации  $D = R^2$ . В задаче коэффициент  $R^2 = 0,656$ , он показывает, что вариация денежной выручки на 65,6 % объясняется вариацией степени загрузки оборудования и количества продуктов на экспорт в общем объеме сбыта. Чем ближе этот коэффициент к 1, тем больше уравнение регрессии объясняет поведение  $y$ . Иногда при расчете коэффициента детерминации делается поправка на число степеней свободы. Вводится так называемый скорректированный (исправленный) коэффициент детерминации  $\bar{R}^2$ . В задаче этот коэффициент равен 0,623. С ростом значения  $m$  (число объясняющих переменных модели) скорректированный коэффициент детерминации растет медленнее, чем обычный коэффициент детерминации. Обычно добавление в модель новых объясняющих переменных (факторов) осуществляется до тех пор, пока растет скорректированный коэффициент детерминации.

Проверка значимости эконометрической модели проводится с использованием  $F$ -критерия Фишера. Оценить общее качество уравнения регрессии – значит установить, соответствует ли модель, выражающая

зависимость между переменными, выбранным данным и достаточно ли включенных в уравнение объясняющих переменных для описания зависимой переменной.

В задаче коэффициент  $F = 20$ . Если данное значение критерия со степенями свободы  $v_1 = m$  и  $v_2 = n - m - 1$  больше табличного значения критерия Фишера при заданном уровне значимости, то модель признается значимой.

В данной задаче при  $v_1 = 2$  и  $v_2 = 24 - 2 - 1$  при доверительной вероятности 0,95 табличное значение  $F$ -критерия составит 3,47 (прил. 1). Превышение  $F$  над  $F_m$  ( $20 > 3,47$ ) свидетельствует о статистической надежности уравнения эконометрической модели.

Проанализируем статистическую значимость коэффициентов регрессии на основе  $t$ -статистики или  $t$ -критерия Стьюдента ( $t_{a_j}$ ). В данной задаче

$$t_{a_1} = 5,47; t_{a_2} = 2,02.$$

Далее расчетные значения ( $t_{a_j}$ ) сравнивают с табличными ( $t_m$ ), которые определяют по таблице (прил. 2) с учетом принятого уровня значимости. Если  $|t_{a_j}| > t_m$ , то коэффициент  $a_j$  считается статистически значимым. В противном случае рекомендуется исключить из уравнения регрессии переменную  $x_j$ , что не приведет к существенной потере качества модели, но сделает ее более конкретной.

Для использования таблиц критических точек каждый исследователь выбирает самостоятельно требуемый уровень значимости. Обычно в качестве уровней значимости самые употребляемые в экономическом анализе значения  $\alpha = 0,05$  или  $\alpha = 0,01$ . Например, при доверительной вероятности  $P = 0,95$   $t_m = 2,08$  (число степеней свободы  $v = n - m - 1 = 21$ ).

Так как  $t_{a_1} > t_m$  ( $5,47 > 2,08$ ), то коэффициент регрессии  $a_1$  статистически значим. Статистическая значимость  $a_2$  показывает, что, согласно таблице (прил. 2), фактор  $x_2$  нужно исключить из модели. Однако в некоторых случаях (когда  $t_{a_j}$  находится вблизи  $t_m$ ) исследователь может оставить его в уравнении.

Нередко строгая проверка значимости коэффициентов заменяется простым сравнительным анализом. Если  $|t| \leq 1$ , то коэффициент статистически незначим. Если  $1 < |t| \leq 2$ , то коэффициент относительно зна-

чим и можно воспользоваться таблицей (прил. 2). Если  $2 < |t| \leq 3$ , то коэффициент значим, а при  $|t| > 3$  коэффициент регрессии считается сильно значимым.

Вместе с тем достаточно надежные значения  $t$ -статистик и  $F$ -статистики не гарантируют высокое качество уравнения регрессии. При статистическом анализе эконометрической модели на начальном этапе часто проверяют выполнимость такой предпосылки, как статистическая независимость отклонений между собой. Проверка отсутствия существенной автокорреляции в остаточной последовательности может проводиться на основе статистики Дарбина – Уотсона ( $DW$ ) по формуле

$$DW = \frac{\sum (\ell_i - \ell_{i-1})^2}{\sum \ell_i^2},$$

где  $\ell_i = y_i - y_x$ .

Необходимым условием независимости случайных отклонений является близость к двойке значения статистики Дарбина – Уотсона. Это будет означать, что построенная линейная регрессия отражает реальную зависимость. Скорее всего, какая-либо другая нелинейная формула не превзойдет по статистическим характеристикам предложенную линейную.

Иногда пользуются таким правилом: автокорреляция остатков отсутствует, если  $1,5 < DW < 2,5$ . Для более надежного вывода целесообразно обратиться к специальной таблице критических точек статистики Дарбина – Уотсона (прил. 3), которая позволит при данном числе наблюдений  $n$ , количестве объясняющих переменных  $m$  и заданном уровне значимости  $\alpha$  определить границы приемлемости наблюдаемой статистики  $DW$ .

Для заданных  $\alpha$ ,  $n$ ,  $m$  в таблице указываются два числа:  $d_1$  – нижняя граница,  $d_2$  – верхняя граница. Выводы осуществляются по следующей схеме. Если  $DW < d_1$ , это свидетельствует о положительной автокорреляции остатков. Если  $DW > 4 - d_1$ , это свидетельствует об отрицательной автокорреляции остатков. При  $d_2 < DW < 4 - d_2$  гипотеза об отсутствии автокорреляции остатков принимается. Если  $d_1 < DW < d_2$  или  $4 - d_2 < DW < 4 - d_1$ , то гипотеза об отсутствии автокорреляции не может быть ни принята, ни отклонена.

При наличии автокорреляции остатков полученное уравнение регрессии обычно считается неудовлетворительным.

Рассчитаем для нашего примера статистику Дарбина – Уотсона:  $DW = 1,78$ . Для проверки статистической значимости  $DW$  воспользуемся таблицей (прил. 3). При уровне значимости  $\alpha = 0,05$  и числе объектов  $n = 24$  имеем:  $d_1 = 1,19$ ,  $d_2 = 1,55$ . Так как  $1,55 < DW < 2,45$  ( $d_2 < DW < 4 - d_2$ ), то имеются основания считать, что автокорреляция остатков отсутствует. Из этого следует, что остаточная последовательность удовлетворяет всем свойствам случайной компоненты, а поэтому построенная линейная модель является адекватной.

Иногда для обобщающей оценки эконометрической модели рассчитывают показатель средней относительной ошибки аппроксимации, отражающий среднее отклонение расчетных значений зависимой переменной от соответствующих искомых величин. Вычисления выполняются по формуле

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y_i - Y_x}{y_i} \right| 100.$$

Модель имеет высокую точность, если  $\bar{\varepsilon}$  не превышает 10 %. Если  $\bar{\varepsilon}$  больше 10 % и меньше 20 %, модель имеет допустимую точность и может быть использована для анализа. Применительно к нашему примеру средняя ошибка аппроксимации  $\bar{\varepsilon} = 9,68$  %.

Предыдущие расчеты показали, что по всем статистическим показателям модель вида

$$y_x = -29,5 + 0,766x_1 + 0,403x_2$$

может быть признана удовлетворительной, что позволяет считать построенное уравнение весьма удачным. В нашем примере коэффициенты регрессии ( $a_1$ ,  $a_2$ ) показывают, на сколько в среднем изменится величина результативного показателя  $y$  при изменении соответствующего факторного показателя  $x_j$  на единицу. Значит, с увеличением степени загрузки оборудования на 1 % объем денежной выручки повысится в среднем на 0,766 тыс. у. д. е. при неизменном значении других факторов, а с увеличением доли продаж на экспорт в общем объеме сбыта на 1 % выручка вырастет на 0,403 тыс. у. д. е. при фиксированном значении остальных признаков. Свободный член иногда интерпретируется как неучтенное влияние всех факторов, не вошедших в уравнение. Вместе с тем к экономической трактовке  $a_0$  необходимо подходить с

осторожностью, так как постоянный член не имеет определенного значения сам по себе.

В некоторых случаях факторные признаки выражены в разных единицах измерения и с помощью коэффициентов регрессии не удастся узнать и вывести сравнительную силу объясняющих факторов. Для этих целей вычисляются коэффициенты эластичности и бета-коэффициенты. Коэффициенты эластичности находят по формуле

$$\Theta_j = a_j \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}}.$$

Они показывают, на сколько процентов в среднем изменяется зависимая переменная при изменении аргумента на 1 %, если предположить, что все остальные факторы, включенные в модель, постоянны. В нашем примере

$$\Theta_1 = 0,766 \cdot \frac{81,6}{44,1} = 1,42, \quad \Theta_2 = 0,403 \cdot \frac{27,6}{44,1} = 0,25.$$

Вместе с тем сфера их применения ограничена. По величине коэффициентов эластичности нельзя делать окончательные выводы о сравнительной силе воздействия факторов на функцию. Иногда вариация факторных показателей может существенно отличаться, из-за чего один фактор способен оказывать более заметное влияние на функцию по сравнению с другим фактором. В таких случаях для объяснения роли отдельных признаков в формировании результативного показателя используются стандартизированные коэффициенты регрессии или  $\beta_j$ -коэффициенты. Они показывают, на какую долю среднеквадратического отклонения изменится в среднем результативный признак при изменении одного из факторов на величину его среднеквадратического отклонения и неизменном значении отдельных факторов. Формула следующая:

$$\beta_j = a_j \frac{\sigma_x}{\sigma_y}.$$

В нашем примере

$$\beta_1 = 0,766 \cdot \frac{8,38}{9,21} = 0,697, \quad \beta_2 = 0,403 \cdot \frac{5,09}{9,21} = 0,223.$$

Анализ этих коэффициентов показывает, что на общую выручку большее влияние оказывает фактор  $x_1$  (уровень загрузки производственных мощностей) по сравнению с фактором  $x_2$  (удельный вес экспортной продукции в общем объеме сбыта).

По известным  $\beta$ -коэффициентам и коэффициентам парной корреляции можно определить показатели частной детерминации:

$$d_j = \beta_j r_{yx_j}.$$

В нашем примере

$$d_1 = 0,697 \cdot 0,784 = 0,546, \quad d_2 = 0,223 \cdot 0,495 = 0,110.$$

Сумма  $d_1$  и  $d_2$  равна коэффициенту множественной детерминации ( $R^2 = 0,656$ ). Следовательно, рассчитанное в данном примере уравнение корреляционной модели объясняет 65,6 % общей колеблемости переменной  $y$ . При этом 54,6 % вариации приходится на долю аргумента  $x_1$ , а 11 % – на долю признака  $x_2$ .

Если уравнение будет использоваться для анализа, то нужно подставить в полученную модель фактические значения какого-нибудь объекта. В результате расчетов получим ожидаемое значение результативного показателя в ситуации, когда все наблюдения проводятся в так называемых равных условиях. Если при этом расчетное значение превышает фактическое, а результативным показателем являются прибыль, доход и т. д., значит, экономический процесс в данном предприятии ведется неэффективно; если результативным показателем являются себестоимость продукции, общие издержки и т. д., значит, данному предприятию присуща высокая эффективность экономического потенциала.

Данная модель может быть использована для прогнозных целей. Для планирования результативного показателя необходимо знать прогнозные значения всех входящих в модель факторов (их расчет производится на основе различных методик). При этом не рекомендуется использовать для прогноза те значения независимых переменных, которые не входят в исходные данные. В нашей задаче  $x_1$  изменяется в пределах от 67 до 93 %, а  $x_2$  – от 20,0 до 39,9 %. Таким образом, прогнозные значения факторов подставляют в уравнение и получают прогнозную оценку изучаемого показателя. Например, экономическая служба объекта № 5 на основе экспертных оценок оценивает загрузку мощностей своего оборудования на 70 %, доводя удельный вес про-

дукции на экспорт в общем объеме сбыта до 30 %. Значит, годовой объем денежной выручки должен составить:

$$U_x = -29,5 + 0,766 \cdot 70 + 0,403 \cdot 30 = 36,21 \text{ тыс. у. д. е.}$$

Компьютерные расчеты можно осуществлять в Excel, выполняя команды «Сервис»  $\Rightarrow$  «Анализ данных», а в диалоговом окне «Анализ данных» выбирая инструмент анализа «Регрессия». Итоговые данные приводятся в табл. 4.3. Среди показателей регрессионной статистики отметим: *множественный R* (коэффициент множественной корреляции), *R-квадрат* (коэффициент детерминации), *нормированный R-квадрат* (скорректированный коэффициент детерминации), *стандартная ошибка* (корень из несмещенной оценки остаточной дисперсии), *наблюдения* (в данной задаче – 24 наблюдения). В табл. 4.4 представлены (по столбцам соответственно для строк *Регрессия*, *Остаток*, *Итого*):

*df* – число степеней свободы (для объясненной дисперсии, для остаточной дисперсии, для общей дисперсии);

*SS* – суммы квадратов (объясненная регрессией, остаточная, общая);

*MS* – несмещенные оценки дисперсий (объясненная регрессией, остаточная);

*F* – вычисленное значение статистики *F*-критерия;

*Значимость F* – величина *P*-значения для выборочного уравнения регрессии.

Таблица 4.3. Вывод итогов регрессионного анализа

Показатели	Данные регрессионной статистики
Множественный <i>R</i>	
<i>R</i> -квадрат	
Нормированный <i>R</i> -квадрат	
Стандартная ошибка	
Наблюдения	

Таблица 4.4. Дисперсионный анализ

Показатели	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	Значимость <i>F</i>
Регрессия					
Остаток					
<i>Итого</i>					



В табл. 4.5 дана информация о коэффициентах выборочного уравнения корреляционной модели.

Таблица 4.5. Коэффициенты выборочного уравнения корреляционной модели

Показатели	Коэффициент	Стандартная ошибка	<i>t</i> -статистика	<i>p</i> -значение	Нижние 95 %	Верхние 95 %
<i>y</i> -пересечение						
$x_1$						
$x_2$						

В таблице по столбцам соответственно для строк *y*-пересечение и факторов  $x_1$ ,  $x_2$  представлены:

*коэффициенты* – значения коэффициентов  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ;

*стандартная ошибка* – стандартные отклонения коэффициентов регрессии;

*t*-статистика – существенность коэффициентов регрессии;

*P*-значения – величины *P*-значений для коэффициентов регрессии;

*нижние 95 %* и *верхние 95 %* – значения соответствующих интервальных оценок для коэффициентов регрессии при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ .

### Вопросы для самоконтроля

1. Каковы общая формула эконометрической модели и смысл коэффициентов уравнения регрессии?

2. Перечислите этапы построения эконометрической модели.

3. Каков смысл коэффициента множественной корреляции? Как производится расчет коэффициента детерминации?

4. Приведите характеристики эконометрической модели (назначение и роль).

5. Каков смысл коэффициентов эластичности и бета-коэффициентов? Как производится их расчет?

## **5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СТРУКТУРЫ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО ПРЕДПРИЯТИЯ С УЧЕТОМ ВНЕШНЕЭКОНОМИЧЕСКИХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ**

### **5.1. Постановка экономико-математической задачи**

Экономико-математическая модель программы развития сельскохозяйственной организации представляет собой оптимизационную задачу. Ее главной целью является обоснование оптимальной специализации и рациональной организации производства с учетом коммерческих и внешнеэкономических взаимосвязей моделируемого объекта. При постановке модели необходимо учесть особенности развития сельскохозяйственного предприятия, которые важны для составления ЭМЗ:

1) особая роль в определении оптимальной производственной программы объекта принадлежит такому ресурсу, как сельскохозяйственные угодья, с учетом не только их размера, но и структуры (пашня, сенокосы улучшенные и естественные, пастбища естественные и улучшенные и т. д.);

2) необходимо предусмотреть рациональное использование трудовых ресурсов, причем в силу неравномерного использования в отдельные периоды года количество работников может быть дефицитным. Поэтому в ЭММ вводят ограничения не только по годовому труду, но и по его использованию в напряженный период. Для отдельных сельхозпредприятий следует учесть возможность привлечения трудовых ресурсов со стороны (например, оказание шефской помощи, привлечение школьников и студентов, чаще всего при уборке трудоемких культур);

3) в процессе решения задачи следует обеспечить взаимосвязь оптимизации посевных площадей и поголовья животных (с разработкой сбалансированных рационов кормления). Важно, чтобы оптимальная структура кормопроизводства обеспечивала рациональное кормление в разрезе каждого вида и половозрастной группы животных. В этом плане в модели необходимо тщательно учитывать возможность коммерческих операций по кормам с другими сельхозпредприятиями, а также с различными объектами перерабатывающей сферы АПК (например, по поставке обрат, заменителя цельного молока, комбикорма, жома, барды, мясокостной муки);

4) при обосновании ограничений на размеры отраслей следует учитывать, в какой мере сложившаяся специализация хозяйства соответ-

ствуется его природно-экономическим условиям, а также общее изменение климата [23, с. 23]. При этом в растениеводстве обращают внимание на особенности севооборотов, а в животноводстве – на мощность ферм с учетом наличия ското-мест. На основании технологических требований вводятся пропорции как между группами отраслей, так и между отдельными из них;

5) в модели следует рассчитать целесообразные объемы распределения товарной продукции. Речь идет о том, что формирование рыночной среды заставляет искать варианты выгодной реализации по различным каналам, включая обязательное выполнение договорных поставок. По отдельным продуктам предприятия в первую очередь, обязаны выполнить государственный заказ.

Наиболее приемлемыми критериями оптимальности данной задачи являются:

- а) максимум прибыли;
- б) минимум издержек;
- в) максимум стоимости конечной продукции за вычетом части ее, необходимой для получения прибыли с целью выплаты определенной суммы кредита и процентов по нему.

## 5.2. Структурная экономико-математическая модель

Построим структурную экономико-математическую модель, т. е. формализованную схему экономико-математической задачи. Для этого введем индексацию, неизвестные и известные величины, руководствуясь принципами последовательности, экономичности и запоминаемости [21].

### **Индексация:**

$j$  – номер отрасли;

$J_0$  – множество отраслей предприятия;

$J_1$  – множество отраслей растениеводства,  $J_1 \cup J_0$ ;

$J_2$  – множество отраслей животноводства,  $J_2 \cup J_0$ ;

$i$  – номер вида угодья, трудового ресурса, питательного вещества, продукции;

$I_1$  – множество видов сельскохозяйственных угодий;

$I_2$  – множество видов трудовых ресурсов;

$I_3$  – множество видов питательных веществ;

$I_4$  – множество видов товарной продукции;  
 $I_5$  – множество видов привлеченного труда;  
 $h$  – номер вида корма;  
 $H_0$  – множество кормов;  
 $H_1$  – множество покупных кормов,  $H_1 \cup H_0$ ;  
 $H_2$  – множество кормов животного происхождения,  $H_2 \cup H_0$ ;  
 $H_3$  – множество побочных кормов,  $H_3 \cup H_0$ ;  
 $H_4$  – множество собственных основных кормов,  $H_4 \cup H_0$ ;  
 $n$  – номер способа реализации продукции;  
 $N_0$  – множество способов реализации.

**Неизвестные переменные:**

$x_j$  – размер отрасли вида  $j$ ;  
 $x_i$  – количество привлеченного труда вида  $i$ ;  
 $x_h$  – количество покупных кормов вида  $h$ ;  
 $\bar{x}_h$  – количество кормов животного происхождения вида  $h$ ;  
 $\bar{\bar{x}}_h$  – количество побочных кормов вида  $h$ ;  
 $x_{hj}$  – добавка корма вида  $h$  для  $j$ -го вида животных;  
 $x_{in}$  – количество продукции вида  $i$ , используемой способом  $n$ .

**Известные величины:**

$A_i$  – наличие сельскохозяйственных угодий вида  $i$ ;  
 $B_i$  – наличие трудовых ресурсов вида  $i$ ;  
 $\bar{B}_i$  – максимальное количество привлеченного труда вида  $i$ ;  
 $W_h$  – расход кормов вида  $h$  на внутрихозяйственные нужды;  
 $E_h$  – максимальное количество покупных кормов вида  $h$ ;  
 $\bar{M}_j, M_j$  – соответственно минимальный и максимальный размер отрасли вида  $j$ ;  
 $\bar{D}_{in}, D_{in}$  – соответственно минимальный и максимальный объем сбыта продукции вида  $i$  по каналу реализации вида  $n$ ;  
 $W_{ij}$  – расход питательных веществ вида  $i$  на единицу отрасли вида  $j$ ;

$W_{hj}^{\min}, W_{hj}^{\max}$  – соответственно минимальный и максимальный расход корма вида  $h$  на единицу отрасли вида  $j$ ;

$a_{ij}$  – расход сельхозугодий вида  $i$  на единицу отрасли вида  $j$ ;

$b_{ij}$  – расход трудовых ресурсов вида  $i$  на единицу отрасли вида  $j$ ;

$d_{hj}$  – выход корма вида  $h$  от единицы отрасли вида  $j$ ;

$d_{ij}$  – выход товарной продукции вида  $i$  от единицы отрасли вида  $j$ ;

$k_{ih}$  – содержание питательного вещества вида  $i$  в единице корма вида  $h$ ;

$c_h, \bar{c}_h$  – соответственно цена единицы покупного корма и корма животного происхождения вида  $h$ ;

$c_i$  – издержки на привлечение единицы трудовых ресурсов вида  $i$ ;

$\lambda_{in}$  – стоимость единицы товарной продукции вида  $i$  от реализации по каналу вида  $n$ .

Требуется найти  $x_j, x_i, x_h, \bar{x}_h, \bar{\bar{x}}_h, x_{hj}, x_{in}$ , при которых максимизируется объем денежной выручки (за вычетом затрат на покупку кормов и привлечение рабочей силы со стороны):

$$F_{\max} = \sum_{i \in I_4} \sum_{n \in N_0} \lambda_{in} x_{in} - \sum_{h \in H_1} c_h x_h - \sum_{h \in H_2} \bar{c}_h \bar{x}_h - \sum_{i \in I_5} c_i x_i.$$

Условия задачи следующие:

1. По использованию сельскохозяйственных угодий

$$\sum_{j \in J_1} a_{ij} x_j \leq A_i, i \in I_1.$$

2. По использованию трудовых ресурсов (в том числе рабочей силы со стороны):

а)  $\sum_{j \in J_0} b_{ij} x_j \leq B_i + x_i, i \in I_2;$

б)  $x_i \leq \bar{B}_i, i \in I_5.$

3. По кормам:

а) по балансу основных кормов

$$\sum_{i \in J_2} W_{hj}^{\min} x_j + \sum_{j \in J_2} x_{hj} \leq \sum_{j \in J_1} d_{hj} x_j + x_h - W_h, h \in H_4;$$

б) по балансу побочных и кормов животного происхождения

$$\sum_{j \in J_2} W_{hj}^{\min} x_j + \sum_{j \in J_2} x_{hj} = \bar{x}_h (\bar{x}_h), h \in H_2 (H_3);$$

в) по производству побочных кормов

$$\bar{x}_h \leq \sum_{j \in J_1} d_{hj} x_j - W_h, h \in H_3;$$

г) по покупке кормов

$$x_h (\bar{x}_h) \leq E_h, h \in H_1 (H_2).$$

4. По добавкам кормов (по скользящей переменной)

$$x_{hj} \leq (W_{hj}^{\max} - W_{hj}^{\min}) x_j, h \in H_0, j \in J_2.$$

5. По балансу питательных веществ

$$\begin{aligned} \sum_{j \in J_2} W_{ij} x_j \leq & \sum_{j \in J_1} \sum_{h \in H_4} d_{hj} x_j k_{ih} + \sum_{h \in H_1} x_h k_{ih} + \sum_{h \in H_2} \bar{x}_h k_{ih} + \\ & + \sum_{h \in H_3} \bar{x}_h k_{ih} - \sum_{h \in H_0} W_h k_{ih}, i \in I_3. \end{aligned}$$

6. По содержанию питательных веществ в добавках (дополнительных кормах) для отдельных видов животных

$$\left( W_{ij} - \sum_{h \in H_0} W_{hj}^{\min} k_{ih} \right) x_j \leq \sum_{h \in H_0} x_{hj} k_{ih}, i \in I_3, j \in J_2.$$

7. По размерам отраслей растениеводства и животноводства

$$\bar{M}_j \leq x_j \leq M_j, j \in J_0.$$

8. По распределению товарной продукции

$$\sum_{j \in J_0} d_{ij} x_j = \sum_{n \in N_0} x_{in}, i \in I_4.$$

9. По предельным объемам сбыта продукции сельскохозяйственно-го производства

$$\bar{D}_{in} \leq x_{in} \leq D_{in}, i \in I_4, n \in N_0.$$

### 5.3. Подготовка информации для задачи

Обоснование прогнозной информации модели обычно начинается с анализа возделываемых культур и выращиваемого поголовья, на основе которого делается вывод об эффективности и целесообразности их развития на ближайшую и отдаленную перспективу. Например, можно предусмотреть возможность посевов таких культур, как озимая и яровая пшеница, рапс, развитие которых имеет государственную поддержку. Желательно также возделывание зернобобовых культур (горох, люпин, вика), которое способствует накоплению азота в почве, а для обеспечения бесперебойного зеленого конвейера – озимой ржи на зеленый корм и пожнивных культур.

По отдельным отраслям вводят столько же переменных, сколько имеется способов использования продукции, например рожь фуражная и рожь продовольственная. Часть продукции продовольственных культур будет использоваться на корм, а часть выделяться на семена (по зерновым, картофелю).

Наличие сельскохозяйственных угодий определяется по данным экспликации с учетом возможной трансформации, т. е. перевода одних их видов в другие.

Для определения общих ресурсов труда необходимо по фактическим данным за ряд лет выявить тенденции их изменения, которые можно перенести на перспективу. Однако в связи с внедрением механизированных процессов в АПК, устранением ручного труда обычно выявляется закономерность снижения среднегодовых работников с увеличением выработки в расчете на одного человека. Поскольку дефицит труда проявляется в напряженные периоды года, то ресурс труда в указанный срок составит 40–45 % от годового запаса. Количество привлеченного труда определяется с учетом предыдущих лет.

Для обоснования предельных норм кормления рассматриваются фактические рационы животных за последние три года, где выбирается меньшее значение в качестве минимальной нормы и большее значение в качестве максимальной. При этом выбранные параметры не должны противоречить физиологически допустимым зоотехническим нормам. В противном случае необходимо проводить корректировку.

Коэффициент питательности кормов берется по нормативам или по данным химического анализа кормов лабораторий по изучению их качества.

Расход кормов на внутрихозяйственные нужды определяется исходя из норматива их потребности в расчете на один двор и одну корову.

Объем покупных кормов (обрат, комбикорм и др.) вытекает из согласования с соответствующим перерабатывающим предприятием, а также определяется наличием свободных денежных средств. Количество кормов в результате коммерческих сделок основывается на условиях, оговоренных в предварительном контракте.

Важнейшим показателем планируемой информации данной модели является урожайность сельскохозяйственных культур. Так, урожайность зерновых рассчитывается с помощью трендовой модели или многофакторной корреляционной модели (КМ), где в качестве признаков выступают следующие: фактическая урожайность на начало периода; плодородие пашни; внесение минеральных и органических удобрений. Урожайность остальных культур может быть рассчитана по КМ вида  $y_x = a_0 x^{a_1}$ , где  $x$  – перспективная урожайность зерновых.

Продуктивность животных на перспективу может быть рассчитана по трендовой модели или по многофакторной КМ, где в качестве признаков взяты: фактическая продуктивность на начало периода; количество кормовых единиц на 1 гол.; обеспеченность кормовой единицы переваримым протеином.

Затраты труда на 1 га (1 гол.) определяются по многофакторным КМ, где одним из факторов может являться фактическое значение показателя на начало планового периода, а другим – перспективная урожайность или продуктивность.

Минимальные и максимальные размеры отраслей обосновываются так: в растениеводстве по зерновым и техническим культурам (лен, картофель, овощи, корнеплоды, сахарная свекла) площадь посева ограничивается агротехническими особенностями, при этом исключается нарушение ротации в севооборотах; в животноводстве поголовье животных определяется исходя из наличия ското-мест в помещениях с учетом возможного их расширения [13, с. 20–21].

Модельная программа сельхозпредприятия должна учитывать комплекс мер не только по организации производства, но и по сбыту продукции АПК с ориентацией на удовлетворение потребностей конкретных потребителей. Объем договорных поставок основывается на уровне фактической продажи основных видов. Количество реализуемой продукции по другим каналам (т. е. в определенных регионах в запланированном объеме и в намеченные сроки) определяется с учетом емкости рынка по каждому товару АПК. Развернутая экономико-математическая задача, составленная по информации сельскохозяйственного предприятия, заносится в матрицу для ее решения на персо-



нальном компьютере. После получения распечатки решения делается анализ оптимального варианта. При этом сравниваются фактические и оптимальные значения посевных площадей, поголовья животных, реализации продукции. Приводятся расчетные данные по рационам кормления животных, анализируются показатели уровня производства.

Далее необходимо разработать механизм внедрения результатов в производство. В частности, проводятся консультации на возможность заключения контрактов с потребителями и поставщиками, идет выработка многосторонних договоров по сбыту продукции на основе оптимизационного варианта решения ЭМЗ.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Каковы особенности постановки задачи по оптимизации сочетания отраслей сельхозорганизации?
2. В чем состоит сущность ограничения по использованию сельскохозяйственных угодий?
3. В чем состоит сущность ограничения по использованию трудовых ресурсов?
4. В чем состоит сущность ограничения по добавкам кормов?
5. В чем состоит сущность ограничения по размерам отраслей растениеводства и животноводства?
6. В чем состоит сущность ограничения по распределению товарной продукции и предельным объемам ее сбыта?
7. Как прогнозируют перспективные ресурсы труда?
8. Как прогнозируют урожайность культур?
9. Как прогнозируют продуктивность животных?
10. Как прогнозируют другие экономические показатели?

## 6. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОГРАММЫ РАЗВИТИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННО-СБЫТОВОЙ И ВНЕШНЕТОРГОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ АГРОПРОМЫШЛЕННОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

### 6.1. Общие сведения о модели

В республике в процессе реформирования появились новые организационные структуры, которые имеют как аграрное, так и промышленное производство, а также происходят процессы создания кооперационно-интеграционных формирований [19, с. 18].

Такая ситуация требует нахождения оптимальных параметров их развития в конкретных природно-экономических условиях. Разработка модельной программы различных агропромышленных объектов (фирм, комбинатов, объединений, товариществ, ассоциаций) должна происходить с учетом взаимодействия экономических, природных и техногенных факторов с ориентацией на выпуск определенных видов конечных продуктов АПК.

Модель оптимизации производственной структуры агропромышленного предприятия включает в себя блок сельского хозяйства, промышленной переработки сельскохозяйственной продукции и реализации ее внутри республики и за рубежом. При постановке ЭММ необходимо разработать рациональное использование земельных, трудовых, кормовых, сырьевых и финансовых ресурсов как для производства сельскохозяйственной продукции, так и для переработки ее с последующей продажей. Поэтому в экономико-математической задаче важно соблюдение условий, приведенных ниже [21].

*Использование земельных угодий.* Здесь можно предусмотреть возможность их трансформации, т. е. перевода одних видов угодий в другие (например, пастбищ в пашню, неиспользуемых земель в сенокосы и т. д.).

1. По использованию сельхозугодий после трансформации

$$\sum_{j \in J_1} a_{kj} x_j \leq x_k, k \in K_0,$$

где  $j, J_1$  – номер и множество отраслей растениеводства;

$a_{kj}$  – расход сельхозугодья вида  $k$  на единицу отрасли вида  $j$ ;

$k, K_0$  – номер и множество сельхозугодий;

$x_j$  – размер отрасли вида  $j$ ;

$x_k$  – площадь сельхозугодья вида  $k$  после трансформации.

Развернутая запись задачи: по использованию пашни после трансформации

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + \dots \leq x_{30},$$

где  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$  – соответственно площадь озимых зерновых продовольственных и фуражных, яровых зерновых продовольственных и фуражных, товарного картофеля, льна;

$x_{30}$  – площадь пашни после трансформации.

2. По формированию сельскохозяйственных угодий

$$x_k = A_k + \sum_{\bar{k} \in K_1} x_{\bar{k}k} - \sum_{\bar{k} \in K_2} x_{\bar{k}k}, k \in K_0,$$

где  $\bar{k}$  – способ трансформации сельхозугодья;

$K_1$  – множество других угодий, трансформируемых в данное сельхозугодье;

$K_2$  – множество угодий, в которые трансформируется данное сельскохозяйственное угодье;

$x_{\bar{k}k}$  – площадь угодья  $k$ , трансформируемого способом  $\bar{k}$ ;

$A_k$  – площадь сельскохозяйственных угодий вида  $k$  до трансформации.

В развернутом виде условие по формированию пашни таково:

$$x_{30} = 6000 + x_{31} - x_{32},$$

где 6000 – площадь пашни агрообъединения до трансформации;

$x_{31}$  – возможная трансформация кустарников в пашню;

$x_{32}$  – возможная трансформация пашни для залесения.

3. По отдельным видам трансформации

$$x_{\bar{k}k} \leq A_{\bar{k}k}, k \in K_0, \bar{k} \in K_1(K_2),$$

где  $A_{kk}$  – максимальная площадь трансформации сельхозугодья вида  $k$  способом  $\bar{k}$ .

Например, по площади трансформации  $x_{31} \leq 120$ ;  $x_{32} \leq 45$ , где 120 и 45 – максимальная площадь перевода кустарников в пашню и пашни в лес.

*Использование трудовых ресурсов.* Рассматриваются затраты труда в различных отраслях и производствах (сельское хозяйство, переработка, торговля). Здесь можно предусмотреть, что общее количество работников условно делится на две части: обеспеченные фондами жилищной сферы и не имеющие их. При таком подходе будет возможность для формирования фондов жилищно-коммунального назначения по установленному нормативу для данной зоны за счет различных инвестиций.

*Использование кормовых ресурсов.* В условиях задачи предусматривается установление баланса между потребностями в кормах и их наличием в целом по агроформированию. Однако этим самым не обеспечивается оптимизация кормопроизводства и животноводства. Рационы будут оптимальными тогда, когда с учетом перечисленного баланс питательных веществ (кормовых единиц, переваримого протеина) обеспечивается еще и в разрезе каждой половозрастной группы. Если имеются фиксированные рационы кормления животных, то ограничения на добавки кормов (и соответствующие неизвестные переменные) не записываются.

*Использование финансовых ресурсов.* В задаче предполагается учет экономического результата (прибыли), особенностей распределения прибыли (на капитальные вложения, выплату обязательных платежей, для начисления дивидендов, на материальное поощрение и т. д.). При этом предложено учитывать органическое строение капитала в процессе его приумножения [4, с. 34].

*Использование сырьевых ресурсов.* Особенностью рассматриваемой модели являются соотношения, связанные с распределением продукции растениеводства и животноводства для местной собственной переработки с целью выпуска отдельных конечных продуктов АПК; для реализации в счет договорных поставок (в том числе по госзаказу), на товарных биржах, частным посредникам, на локальных оптовых рынках, за пределами региона и республики.

4. По использованию товарной продукции

$$\sum_{j \in J_0} d_{ij} x_j = \sum_{n \in N_0} x_{in} + \sum_{i^0 \in I_2} x_{i^0}, i \in I_3,$$

где  $j, J_0$  – номер и множество отраслей;

$d_{ij}$  – выход товарной продукции вида  $i$  от единицы отрасли  $j$ ;

$i$  – номер труда, вещества, ресурса, продукции;

$n, N_0$  – номер и множество способов сбыта сельхозпродукции;

$x_{in}$  – объем сельхозпродукции вида  $i$ , сбываемой способом вида  $n$ ;

$i^0, I_2$  – номер и множество видов конечных продуктов;

$x_{i^0}$  – объем сельхозпродукции вида  $i$ , предназначенной для выработки конечного продукта  $i^0$ ;

$I_3$  – множество видов товарной (распределяемой) продукции.

Рассмотрим возможные ограничения развернутой экономико-математической задачи:

- по использованию зерна продовольственного

$$24x_1 + 21x_3 = x_{101} + x_{102} + x_{103},$$

где 24 и 21 – урожайность (за вычетом на семена и зернофураж) озимых и яровых зерновых, ц/га;

$x_{101}, x_{102}, x_{103}$  – сбыт зерна в госфонд, на рынок, на экспорт, ц;

- по использованию зерна фуражного

$$3,0x_1 + 27x_2 + 2,6x_3 + 23,6x_4 = x_{104},$$

где 3,0 и 2,6 – урожайность озимых и яровых продовольственных на корм, ц/га;

27 и 23,6 – урожайность озимых и яровых фуражных на корм, ц/га;

$x_{104}$  – объем зернофуража для выработки комбикорма, ц;

- по использованию картофеля

$$120x_5 = x_{105} + x_{106} + x_{107},$$

где 120 – урожайность картофеля (за вычетом на семена и отходов на корм), ц/га;

$x_{105}, x_{106}, x_{107}$  – объем картофеля для переработки в крахмал второго сорта и сорта экстра, а также для закладки в картофелехранилище с последующей реализацией предприятиям общественного питания, ц;

- по использованию льнотресты

$$30x_6 = x_{108},$$

где 30 – урожайность льнотресты, ц/га;

$x_{108}$  – объем стланцевой льнотресты в агропредприятии, ц;

- по использованию молока

$$41x_7 = x_{109} + x_{110} + x_{111} + x_{112},$$

где 41 – удой коровы за год (за вычетом на выпойку), ц;

$x_7$  – поголовье коров, гол.;

$x_{109}$  – сбыт молока на колхозном рынке, ц;

$x_{110}, x_{111}, x_{112}$  – объем молока для производства масла, сыра и цельномолочной продукции (ЦМП) в минимодульном цехе, ц;

- по использованию мяса

$$2x_8 \cdot 0,65 + 1,1x_9 \cdot 0,8 = x_{113} + x_{114},$$

где 2 и 1,1 – масса 1 гол. КРС и свиней при реализации, ц;

$x_8, x_9$  – поголовье крупного рогатого скота и свиней, гол.;

0,65 и 0,8 – коэффициенты перевода живой массы в убойный вес;

$x_{113}, x_{114}$  – сбыт мяса по контракту и для собственной переработки.

Запись математических соотношений по предельным объемам использования продукции сельскохозяйственного производства в разрезе различных каналов (непосредственно для продажи, дальнейшей переработки) имеет типичное содержание.

5. По выпуску и торговле конечными продуктами

$$\sum_{i \in I_4} x_{i^0} \mu_{i^0} = \sum_{i \in I_0} x_{i^0}, i^0 \in I_2,$$

где  $I_4$  – множество видов сельскохозяйственной продукции для выработки конечных продуктов;

$\mu_{i^0}$  – коэффициент выхода конечного продукта вида  $i^0$  в расчете на единицу сырья (сельскохозяйственной продукции) вида  $i$ ;

$l, L_0$  – номер и множество торговых каналов по сбыту конечного продукта АПК;

$x_{i^0 l}$  – количество конечного продукта вида  $i^0$ , реализуемого по торговому каналу вида  $l$ .

Например, ограничение по производству комбикорма на мобильной установке имеет следующий вид:

$$1,43x_{104} = x_{120} + x_{121},$$

где 1,43 – коэффициент, т. е. на производство 1 ц комбикорма требуется 0,7 ц зернофуража;

$x_{120}, x_{121}$  – объем комбикорма на корм животным и для продажи свиноводческому комплексу;

- по продаже картофеля весной

$$0,92x_{107} = x_{122} + x_{123},$$

где 0,92 – коэффициент, т. е. за период хранения картофеля его потери составляют 8 %;

$x_{122}, x_{123}$  – сбыт картофеля предприятиям потребительской кооперации и общественного питания;

- по выпуску льноволокна

$$0,25x_{108} = x_{124},$$

где 0,25 – коэффициент, т. е. на производство 1 ц льноволокна требуется 4 ц льнотресты;

$x_{124}$  – количество льноволокна, ц;

- по производству и торговле маслом

$$0,05(x_{110} + x_{115}) = x_{125} + x_{126},$$

где 0,05 – коэффициент, т. е. на производство 1 ц масла требуется 20 ц молока;

$x_{115}$  – объем молока, закупаемый у фермеров, ц;

$x_{125}, x_{126}$  – количество реализуемого масла в оптовом магазине и торговом автофургоне, ц;

- по производству и торговле сыром

$$0,11(x_{111} + x_{116}) = x_{127} + x_{128},$$

где 0,11 – коэффициент, т. е. на производство 1 ц сыра требуется 9 ц молока;

$x_{116}$  – объем молока, закупаемый в личных подсобных хозяйствах населения, ц;

$x_{127}, x_{128}$  – количество реализуемого сыра на рынках Смоленска и Брянска, ц;

- по производству и торговле цельномолочной продукцией (ЦМП)

$$1,11(x_{112} + x_{117}) = x_{129} + x_{130},$$

где 1,11 – коэффициент, т. е. на производство 1 ц ЦМП требуется 0,9 ц молока;

$x_{117}$  – объем молока, закупаемый у соседнего сельхозпредприятия, ц;

$x_{129}, x_{130}$  – сбыт ЦМП через фирменный магазин и специализированный киоск, ц;

- по выпуску и торговле различными видами крахмала (второго сорта и сорта экстра):

$$0,133(x_{105} + x_{131}) = x_{133} + x_{134} + x_{135};$$

$$0,220(x_{106} + x_{132}) = x_{136} + x_{137} + x_{138} + x_{139},$$

где 0,133; 0,220 – коэффициенты выхода конечного продукта, т. е. на производство 1 ц крахмала второго сорта и сорта экстра требуется соответственно 7,52 и 4,55 ц картофеля;

$x_{131}, x_{132}$  – дополнительная закупка картофеля в своем районе и соседней области для использования в качестве продукта переработки, ц;

$x_{133}, x_{134}, x_{135}$  – крахмал второго сорта для реализации бумажной фабрике, комбинату калийных солей, нефтеперерабатывающему заводу, ц;

$x_{136}, x_{137}, x_{138}, x_{139}$  – крахмал сорта экстра для реализации пищепрому, кондитерской фабрике, фирмам России, белорусским коммерческим структурам, ц.



Кроме ограничений технологического характера (по размерам отраслей растениеводства и животноводства) также записывают условия, связанные с техническим состоянием линий по переработке продукции, с особенностями процессов производства и торговли конечными продуктами.

б. По использованию мощностей технологических линий с учетом их возможного увеличения:

$$а) \sum_{l \in L_0(L_i)} x_{i^0 l} \leq F_{i^0} + x_{i^0}, i^0 \in I_2(I_8);$$

$$б) x_{i^0} \leq \bar{F}_{i^0}, i^0 \in I_2(I_8),$$

где  $l, L_1$  – номер и множество каналов торговли, по которым реализуются однородные виды конечного продукта;

$F_{i^0}$  – имеющаяся мощность технологической линии для производства одного или группы однородных конечных продуктов вида  $i^0$ ;

$x_{i^0}$  – прирост вновь вводимой технологической линии для выпуска одного или группы однородных конечных продуктов вида  $i^0$ ;

$I_8$  – множество однородных видов конечного продукта;

$\bar{F}_{i^0}$  – максимально возможная вводимая мощность перерабатывающей линии для выпуска одного или группы однородных конечных продуктов вида  $i^0$ .

Покажем, как записываются условия по мощности двух технологических линий по переработке картофеля в крахмал:

- технологическая линия № 1 по выпуску крахмала второго сорта

$$x_{133} + x_{134} + x_{135} \leq 3100 + x_{140};$$

- технологическая линия № 2 по выпуску крахмала сорта экстра

$$x_{136} + x_{137} + x_{138} + x_{139} \leq 2000 + x_{141},$$

где 3100 и 2000 – соответственно фактическая мощность производственных линий по выпуску двух видов крахмала, ц;

$x_{140}$  и  $x_{141}$  – соответственно дополнительный ввод оборудования для наращивания производства крахмала второго сорта и сорта экстра, ц.

Ограничения по возможному увеличению мощности технологических линий

$$x_{140} \leq 440; x_{141} \leq 150,$$

где 440 и 150 – максимально возможный объем выпуска соответственно крахмала второго сорта и сорта экстра на дополнительно вводимых линиях, ц.

7. По предельным объемам продаж конечных продуктов

$$\bar{O}_{i^0l} \leq x_{i^0l} \leq O_{i^0l}, i^0 \in I_2, l \in L_0,$$

где  $\bar{O}_{i^0l}, O_{i^0l}$  – соответственно минимальный и максимальный объем продажи конечного продукта вида  $i^0$  по торговому каналу вида  $l$ .

Например, условия по предельным объемам сбыта можно представить следующим образом:

- по продаже крахмала высшего сорта пищеπροму

$$x_{136} \leq 190;$$

- по продаже крахмала высшего сорта кондитерской фабрике

$$x_{137} \leq 85,$$

где 190 и 85 – соответственно минимальное и максимальное количество сбыта данного вида крахмала предприятиям пищепрома и кондитерской фабрике, ц.

Критерием оптимальности модели может быть максимизация стоимости выпускаемой продукции агрокомплекса (реализуемой как в сыром, так и переработанном виде):

$$F_{\max} = \sum_{i \in I_3} \sum_{n \in N_0} \lambda_{in} x_{in} + \sum_{i^0 \in I_2} \sum_{l \in L_0} \lambda_{i^0l} x_{i^0l},$$

где  $\lambda_{in}$  – стоимость единицы товарной продукции вида  $i$  при реализации способом  $n$ ;

$\lambda_{i^0l}$  – стоимость единицы конечного продукта вида  $i^0$  при сбыте по торговому каналу вида  $l$ .

## 6.2. Экономико-математическая задача линейно-динамического вида

Изученная экономико-математическая модель является статической, так как экономические показатели рассчитаны при одном (исходном) размере отрасли. Рассмотрим их более усложненные типы, в частности постановку задачи в *линейно-динамическом виде*. Сущность отдельных ЭММ такого рода заключается в том, что происходит изменение экономических показателей во времени (при взаимосвязи в ЭМЗ ряда лет). Например, современная ЭММ управления задолженностью заемщиков коммерческого банка [26, с. 506–514], современные инструменты моделирования и обработки больших данных позволяют создавать динамические стохастические модели [1, с. 125–132]. С другой стороны, разработаны и апробированы модели, в которых экономические показатели меняются в пространстве. Их реализация основывается на проявлении взаимосвязи между ростом размеров основных отраслей и повышением эффективности производства (путем совершенствования техники и технологии, а также вследствие сокращения потерь). Таким образом, например, при изменении площадей культур и поголовья животных в процессе решения экономико-математической задачи некоторые экономические показатели меняются (т. е. улучшаются), приобретают адресность.

Особенностью ЭММ такого типа является то, что основные отрасли предприятия представлены исходным (или минимальным) размером и возможным приращением его сверх этого уровня. Для этого в базовую модель вводят неизвестный параметр  $\Delta x_j$ , обозначающий превышение размера отрасли вида  $j$  сверх минимума. С учетом данной переменной вносятся следующие дополнения в левые части ограничений базовой модели:

- по минимальным размерам отраслей

$$x_j - \Delta x_j = \bar{M}_j, j \in J_0;$$

- по трудовым ресурсам

$$\dots - \sum_{j \in J_0} \bar{b}_{ij} \Delta x_j \leq \dots;$$

- по балансу кормов

$$\dots - \sum_{j \in J_2} \bar{W}_{hj} \Delta x_j \leq \dots;$$

- по балансу питательных веществ

$$\dots - \sum_{j \in J_2} \bar{W}_{ij} \Delta x_j \leq \dots,$$

где  $\bar{b}_{ij}, \bar{W}_{hj}, \bar{W}_{ij}$  – соответственно экономия труда вида  $i$ , кормов вида  $h$ , питательных веществ вида  $i$  от превышения сверх минимального уровня размера отрасли  $j$  на одну единицу.

Перечисленные показатели можно представить как  $\Delta a$  и рассчитать получаемый эффект для основных товарных отраслей по формуле

$$\Delta a = \frac{\Delta \Theta \cdot R_{\max}}{R_{\max} - R_{\min}},$$

где  $\Delta \Theta$  – разность между значениями показателей при максимальном и минимальном размере отрасли;

$R_{\max}, R_{\min}$  – соответственно максимальный и минимальный размер отрасли.

Например, установлено, что при площади посева ячменя в 100 га затраты труда составляют 26 чел.-ч на 1 га. При расширении посевов этой культуры до 300 га затраты труда снизятся и составят 21 чел.-ч на 1 га. Тогда эффективность от превышения размера отрасли, т. е. площади ячменя сверх минимума, составит:

$$\Delta a = \frac{(21 - 26) \cdot 300}{300 - 100} = -7,5.$$

Таким образом, экономия труда по всей отрасли, но рассчитанная на единицу приращения посевов ячменя сверх исходного уровня равна 7,5 чел.-ч. Если при решении ЭМЗ оптимальная площадь ячменя, например, будет 120 га, то затраты труда на 1 га по отрасли будут равны:

$$26 + \frac{(120 - 100) \cdot (-7,5)}{120} = 24,75 \text{ чел.-ч.}$$

Дополнительный эффект в расчете на 1 га или 1 гол., а также предельные размеры отраслей рассчитываются в разрезе однотипных агропромышленных формирований.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Каковы особенности постановки ЭМЗ по обоснованию параметров развития агропромышленного формирования?
2. Какова структурная запись ограничений по земельным ресурсам?
3. Какова структурная запись ограничений по использованию товарной продукции?
4. Какова структурная запись ограничений по выпуску и торговле конечными продуктами?
5. Какова структурная запись ограничений по использованию мощностей технологических линий с учетом их возможного увеличения?
6. Какова структурная запись ограничений по предельным объемам продаж конечных продуктов?
7. Какова структурная запись целевой функции?
8. Перечислите основные отличия статической экономико-математической модели от линейно-динамической.
9. В чем заключается сущность и смысл модели линейно-динамического вида?
10. Какова формула экономии ресурсов в ЭММ линейно-динамического вида?

## **7. МОДЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА КРЕСТЬЯНСКОГО (ФЕРМЕРСКОГО) ХОЗЯЙСТВА**

### **7.1. Постановка и сущность задачи**

В результате реформирования АПК в Республике Беларусь появились свободные товаропроизводители – крестьянские (фермерские) хозяйства, для развития которых были законодательно определены основные экономические, социальные, правовые и организационные меры. Особенность функционирования таких объектов состоит в том, что они являются саморегулируемой экономической системой, способной оперативно реагировать на изменения рыночной экономики.

При постановке ЭМЗ учитывают следующие характерные признаки:

- в среднем на одно крестьянское хозяйство приходится 3–4 человека, большинство сельхозработ выполняется собственными силами, хотя в период напряженных работ привлекаются сезонные работники в качестве наемной рабочей силы;
- члены фермерского хозяйства являются собственниками всех основных средств. Причем основная часть земли взята в пожизненное наследуемое владение, долгосрочная аренда занимает пока незначительное место;
- в силу небольших размеров фермер старается учесть все возможные направления расхода лимитированных ресурсов с целью повышения результатов хозяйствования. Речь идет о рациональном использовании земли, а также топлива, органики, минеральных удобрений и др. Следует иметь в виду, что в таком хозяйстве проводятся мероприятия по расчистке земельных угодий от кустарников, камней, кочек, по поверхностному и коренному улучшению сенокосов и пастбищ; выполняется ряд работ для поддержания положительного баланса гумуса в почве с целью роста плодородия пашни и кормовых угодий;
- реализация произведенной сельхозпродукции может осуществляться заготовительным организациям и потребительской кооперации на основании договоров контрактации, а также по различным рыночным каналам исходя из складывающейся конъюнктуры цен;
- покупка техники, животных, семян, кормов, минеральных удобрений, ядохимикатов, ГСМ, приобретение стройматериалов, оплата налогов, арендная плата и прочие расходы финансируются за счет доходов фермерского хозяйства, а также краткосрочных и долгосрочных кредитов;

- стремление к экономии материально-денежных ресурсов, выражающееся в снижении затрат на приобретение многообразной техники, покупку гибридных семян, удобрений и пестицидов, заставляет фермера обходиться возделыванием ограниченного количества наиболее доходных культур и содержать 1–2 основных вида скота с минимальным ассортиментным набором кормов.

## 7.2. Структурная экономико-математическая модель

Запись условий ЭММ сходна с записями условий для иных объектов АПК, однако имеет место ряд отличительных особенностей. Рассмотрим их более подробно [21].

1. По использованию сельхозземель

$$а) \sum_{j \in J_1} a_{ij} x_j = \sum x_{in};$$

$$б) x_{in} \leq A_{in}, i \in I_0, n \in N_0,$$

где  $j, J_1$  – номер и множество отраслей растениеводства;

$a_{ij}$  – расход сельхозземель вида  $i$  на единицу отрасли  $j$ ;

$x_j$  – размер отрасли вида  $j$ ;

$x_{in}$  – площадь сельхозземель вида  $i$  со способом владения вида  $n$ ;

$A_{in}$  – возможный объем сельхозземель вида  $i$  при способе владения вида  $n$ ;

$i, I_0$  – номер и множество видов сельхозземель;

$n, N_0$  – номер и множество способов владения землей.

Развернутую запись ограничений можно представить следующим образом:

- по использованию пахотных земель

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots = x_{10} + x_{11} + x_{12},$$

где  $x_1, x_2, x_3, x_4$  – соответственно площадь зерновых, картофеля, овощей и трав на зеленый корм, га;

$x_{10}, x_{11}, x_{12}$  – соответственно количество пашни, находящейся в пожизненном наследуемом владении, в долгосрочной аренде и выделяемой из резерва, га;

- по площади арендуемой пашни

$$x_{11} \leq 30,$$

где 30 – объем пашни, взятой в аренду, га.

Аналогично записываются прочие ограничения. Следует отметить, что в некоторых фермерских хозяйствах пахотные земли могут временно не засеиваться по причине переувлажненности и проведения мелиорации, культуртехнических работ, а также из-за недостатка отдельных сельскохозяйственных машин для проведения операций по обработке почвы, уходу за посевами и уборке.

Запись ограничения по использованию работников фермерского хозяйства предполагает его детализацию в разрезе каждого месяца с разбивкой на ручной и механизированный труд с учетом возможного привлечения отдельных категорий трудовых ресурсов в пиковые сезоны выполнения сельскохозяйственных работ.

## 2. По производству и использованию органических удобрений

$$\sum_{j \in J_1} e_{kj}^{\min} x_j + \sum_{j \in J_1} x_{kj} \leq \sum_{j \in J_2} l_{kj} x_j + x_k, k \in K_0,$$

где  $e_{kj}^{\min}$  – минимальная норма внесения органического удобрения вида  $k$  под культуру  $j$ ;

$x_{kj}$  – добавка удобрения вида  $k$  под культуру  $j$ ;

$J_2$  – множество отраслей животноводства;

$l_{kj}$  – выход удобрения вида  $k$  от единицы животноводческой отрасли вида  $j$ ;

$x_k$  – количество закупаемого удобрения вида  $k$ ;

$k, K_0$  – номер и множество видов удобрений.

Запишем в развернутом виде ограничение по производству и использованию органики:

$$8x_1 + 25x_2 + 45x_3 + 2x_4 + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + \dots \leq 1,8x_{20} + x_{21},$$

где 8, 25, 45 и 2 – соответственно минимальные дозы внесения органики на 1 га каждой культуры, т;

$x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}$  – добавка органики под зерновые, картофель, овощи и травы, т;



1,8 – выход органики от одной головы свиней, т;

$x_{20}$  – поголовье свиней, гол.;

$x_{21}$  – покупка органики у личных подсобных хозяйств населения, т.

### 3. По использованию минеральных удобрений

$$\sum_{j \in J_1} \bar{e}_{kj}^{\min} x_j + \sum_{j \in J_1} \bar{x}_{kj} = \bar{x}_k, k \in K_0,$$

где  $\bar{e}_{kj}^{\min}$  – минимальная норма внесения минеральных удобрений вида  $k$  под культуру  $j$ ;

$\bar{x}_{kj}$  – добавка минеральных удобрений вида  $k$  под культуру  $j$ ;

$\bar{x}_k$  – потребность в минеральных удобрениях вида  $k$ , ц.

Например, запишем условие по минеральным удобрениям в целом с учетом выдерживаемого соотношения между их питательными веществами (NPK):

$$1,7x_1 + 2x_2 + 2,4x_3 + 0,8x_4 + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + \dots = x_{30},$$

где 1,7; 2; 2,4; 0,8 – соответственно минимальные дозы внесения минеральных удобрений под культуры, ц;

$x_{22}, x_{23}, x_{24}, x_{25}$  – добавки минеральных удобрений под эти же культуры, ц;

$x_{30}$  – необходимое количество минеральных удобрений, ц.

Добавки органических и минеральных удобрений не должны превышать разности между максимальной и минимальной нормами их внесения на всю площадь сельскохозяйственной культуры. Определение максимальной дозы использования удобрений основывается на требовании покупателей приобретать экологически чистую сельскохозяйственную продукцию. Иногда минимальные нормы удобрений берут на нулевом уровне.

### 4. По использованию горюче-смазочных материалов (ГСМ)

$$\sum_{j \in J_0} t_{vj} x_j = x_v, v \in V_0,$$

где  $J_0$  – множество отраслей фермерского хозяйства;

$t_{vj}$  – расход ГСМ вида  $v$  на единицу отрасли  $j$ ;

$x_v$  – потребность в ГСМ вида  $v$ ;

$v, V_0$  – номер и множество видов ГСМ.

Например, ограничение по использованию дизельного топлива

$$2,6x_1 + 11,1x_2 + 18x_3 + 1,2x_4 + \dots + 2x_{20} + \dots = x_{31},$$

где 2,6; 11,1; 18; 1,2; 2 – соответственно расход дизельного топлива для возделывания культур, выращивания животных, ц;

$x_{31}$  – потребное количество дизтоплива, ц.

5. По балансу отдельных видов кормов

$$\sum_{j \in J_2} W_{hj}^{\min} x_j + \sum_{j \in J_2} x_{hj} \leq \sum_{j \in J_1} d_{hj} x_j + \sum_{j \in J_1} \sum_{k \in K_0} d_{hjk} x_{kj}(\bar{x}_{kj}), h \in H_0,$$

где  $W_{hj}^{\min}$  – минимальная норма дачи животным вида  $j$  корма  $h$ ;

$x_{hj}$  – добавка корма вида  $h$  животным вида  $j$ ;

$d_{hj}$  – выход корма  $h$  от отрасли растениеводства вида  $j$  при минимальной норме внесения органических и минеральных удобрений;

$d_{hjk}$  – прибавка корма вида  $h$  от отрасли  $j$  при внесении удобрений вида  $k$ ;

$h, H_0$  – номер и множество видов кормов.

Запишем данное условие в развернутом виде, например по балансу зеленого корма:

$$1,3x_{20} + x_{35} \leq 70x_4 + 1,6x_{16} + 30x_{25},$$

где 1,3 – минимальная норма зеленого корма для свиней, ц;

$x_{35}$  – добавка зеленого корма для свиней, ц;

70 – урожайность трав на зеленый корм при минимуме внесения удобрений, ц/га;

1,6 – прирост зеленой массы от внесения 1 т органики, ц;

30 – прирост зеленой массы от внесения 1 ц минеральных удобрений, ц.

Ограничения на добавки кормов по питательным веществам, по содержанию питательных веществ в дополнительных кормах для отдельных групп животных имеют прежнее содержание.

6. По производству товарной продукции растениеводства

$$\sum_{j \in J_1} d_{ij} x_j + \sum_{j \in J_1} \sum_{k \in K_0} d_{ijk} x_{kj} (\bar{x}_{kj}) = \sum_{r \in R_0} x_{ir}, i \in I_3,$$

где  $d_{ij}$  – выход продукции вида  $i$  от единицы отрасли вида  $j$  при минимальной норме внесения органических и минеральных удобрений;

$d_{ijk}$  – прибавка продукции вида  $i$  от отрасли вида  $j$  при внесении удобрений вида  $k$ ;

$x_{ir}$  – количество продукции вида  $i$ , сбываемой способом вида  $r$ ;

$r, R_0$  – номер и множество способов сбыта продукции;

$I_3$  – множество видов товарной продукции.

Рассмотрим развернутую запись данного ограничения по производству и сбыту такой продукции, как овощи:

$$185x_3 + 1,1x_{15} + 30x_{24} = x_{40} + x_{41},$$

где 185 – урожайность овощей при гарантированной минимальной дозе внесения удобрений, ц/га;

1,1 – добавка урожая овощей при внесении 1 т органики, ц;

30 – прибавка овощей от внесения 1 ц минеральных удобрений, ц;

$x_{40}, x_{41}$  – сбыт овощей на колхозном рынке и торгово-закупочной фирме, ц.

Ограничения по реализации продукции, в том числе на внешнем рынке, сходны с аналогичными ограничениями модели развития сельскохозяйственной организации с учетом внешнеэкономических взаимосвязей.

7. По распределению товарной продукции

$$\sum_{j \in J_0} d_{ij} x_j = \sum_{n \in N_0} x_{in}, i \in I_4.$$

8. По предельным объемам сбыта продукции сельскохозяйственно-го производства

$$\bar{D}_{in} \leq x_{in} \leq D_{in}, i \in I_4, n \in N_0.$$

Исходя из тенденций предыдущих лет или на основании предварительных соглашений сбыт продукции по разным направлениям должен быть ограничен (причем обязательно по минимуму). В ЭМЗ вводят условия по размерам отраслей растениеводства и животноводства. Финансовые ограничения, связанные с формированием выручки (доходов) и ее распределением для закупки ресурсов, материалов, строительства и др. являются такими же, как и для других формирований АПК. Прежнее содержание имеют и условия по сбыту животноводческой продукции (молоко, свинина, говядина).

Критерием оптимальности ЭМЗ является или максимум стоимости реализуемой продукции, или минимум издержек на производство и сбыт. При использовании последнего целевая функция имеет следующее содержание:

$$F_{\min} = \sum_{i \in I_3} \sum_{r \in R_0} s_{ir} x_{ir},$$

где  $s_{ir}$  – материально-денежные затраты в расчете на единицу продукции вида  $i$  при сбыте способом вида  $r$ .

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Каковы особенности постановки ЭМЗ по обоснованию параметров развития фермерского хозяйства?
2. Какова структурная запись ограничений по использованию сельхозземель?
3. Какова структурная запись ограничений по производству и использованию органических удобрений?
4. Какова структурная запись ограничений по использованию минеральных удобрений?
5. Какова структурная запись ограничений по использованию горюче-смазочных материалов?
6. Какова структурная запись ограничений по балансу отдельных видов кормов?
7. Какова структурная запись ограничений по производству товарной продукции растениеводства?
8. Какова структурная запись целевой функции?

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Аксень, Э. М. Стохастическая динамическая балансовая модель для выпусков отраслей с использованием коэффициентов пропорций инвестирования / Э. М. Аксень // Экономика, моделирование, прогнозирование – 2019. – № 13. – С. 125–132.
2. Буць, В. И. Концепция динамических способностей в аграрном образовании / В. И. Буць // Аграрное образование и наука для агропромышленного комплекса [Текст] : материалы респ. науч.-практ. конф., Белорус. агропром. неделя «БЕЛАГРО-2022», Индустриальный парк «Великий камень, 9 июня 2022 г. / Белорус. гос. с.-х. акад., Белорус. гос. аграр. техн. ун-т, Витеб. гос. акад. вет. мед., Гродн. гос. аграр. ун-т ; редкол.: В. А. Самсонович (гл. ред.) [и др.]. – Горки, 2022. – С. 155–158.
3. Буць, В. И. Сценарное прогнозирование инвестиционной привлекательности административного района в контексте ресурсосберегающего развития / В. И. Буць // Проблемы экономики [Текст] : сб. науч. тр. / Белорус. гос. с.-х. акад. ; редкол.: Л. В. Пакуш (гл. ред.) [и др.]. – Горки, 2022. – С. 3–11.
4. Буць, В. И. Тенденции изменения органического строения капитала в контексте политики ресурсосбережения / В. И. Буць // Актуальные проблемы инновационного развития агропромышленного комплекса Беларуси [Текст] : сб. науч. тр. по материалам XIII Междунар. науч.-практ. конф., Горки, 4–5 февр. 2021 г.: в 2 ч. / Белорус. гос. с.-х. акад. ; редкол.: И. В. Шафранская (гл. ред.) [и др.]. – Горки, 2021. – Ч. 1. – С. 34–37.
5. Буць, В. И. Логистическое обоснование параметров производственно-сбытовой системы сельскохозяйственной организации [Текст] : рекомендации / В. И. Буць, Л. А. Тапунов ; Белорус. гос. с.-х. акад. – Горки, 2021. – 36 с.
6. Буць, В. И. Оптимизация параметров ресурсосбережения в агропромышленном производстве [Текст] : монография / В. И. Буць ; Белорус. гос. с.-х. акад. – Горки, 2020. – 183 с.
7. Буць, В. И. Эконометрика и экономико-математические методы и модели [Текст] : метод. указания и задания для лаб.-практ. работ / В. И. Буць, Д. В. Редько ; Белорус. гос. с.-х. акад. – Горки, 2020. – 32 с.
8. Буць, В. И. Эконометрика и экономико-математические методы и модели [Текст] : курс лекций / В. И. Буць, Д. В. Редько ; Белорус. гос. с.-х. акад. – Горки, 2021. – 86 с.
9. Буць, В. И. RS-FMEA-анализ в управлении ресурсосбережением на основе концепции бережливого производства / В. И. Буць // Актуальные проблемы менеджмента в АПК [Текст] : сб. науч. ст. по материалам V Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 50-летию кафедры управления, Горки, 29–30 апр. 2021 г. / Белорус. гос. с.-х. акад. ; редкол.: И. В. Шафранская (гл. ред.) [и др.]. – Горки, 2021. – С. 32–36.
10. Буць, В. И. Генезис научной школы кафедры математического моделирования экономических систем АПК / В. И. Буць // Проблемы экономики [Текст] : сб. науч. тр., посвящ. 180-летию БГСХА / Белорус. гос. с.-х. акад. ; редкол.: Л. В. Пакуш (гл. ред.) [и др.]. – Горки, 2020. – С. 25–30.
11. Буць, В. И. Государственная политика в области определения перспективного развития отрасли животноводства Республики Беларусь / В. И. Буць, Т. М. Романенко // Актуальные проблемы менеджмента в АПК [Текст] : сб. науч. ст. по материалам V Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 50-летию кафедры управления, Горки, 29–30 апр. 2021 г. / Белорус. гос. с.-х. акад. ; редкол.: И. В. Шафранская (гл. ред.) [и др.]. – Горки, 2021. – С. 37–41.
12. Буць, В. И. Оценка производственных возможностей сельскохозяйственных организаций в разрезе типов ресурсосбережения / В. И. Буць // Современная аграрная эко-

номика: наука и практика [Текст] : материалы междунар. науч.-практ. конф. Горки, 29–30 апр. 2020 г. / Белорус. гос. с.-х. акад. ; редкол.: И. В. Шафранская (гл. ред.) [и др.]. – Горки, 2021. – С. 11–16.

13. Буць, В. И. Предпосылки экономико-математического моделирования ресурсосберегающего инновационного развития АПК / В. И. Буць // Актуальные проблемы инновационного развития агропромышленного комплекса Беларуси [Текст] : материалы XII Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 180-летию образования БГСХА, Горки, 13–15 мая 2020 г. / Белорус. гос. с.-х. акад. ; редкол.: И. В. Шафранская (гл. ред.) [и др.]. – Горки, 2020. – С. 18–21.

14. Буць, В. И. Диверсификация крестьянских (фермерских) хозяйств в аспекте применения почвозащитных технологий растениеводства / В. И. Буць // Развитие и внедрение современных наукоемких технологий для модернизации агропромышленного комплекса : сб. ст. по материалам Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 125-летию со дня рождения Т. С. Мальцева, Курган, 5 нояб. 2020 г. – Лесниково : Курган. гос. с.-х. акад. им. Т. С. Мальцева, 2020. – С. 63–69.

15. Буць, В. И. Модель оптимизации валового сбора продукции растениеводства в системе поддержки решений технологии точного земледелия / В. И. Буць // Аграрная наука – сельскому хозяйству: сб. материалов XVII Междунар. науч.-практ. конф. : в 2 кн. – Барнаул: Алтай. гос. аграр. ун-т, 2022. – Кн. 2. – С. 20–21.

16. Буць, В. И. Интеллектуальная система определения направления диверсификации частной аграрной организации / В. И. Буць // Информационные технологии в образовании и аграрном производстве : сб. материалов III Междунар. науч.-практ. конф., Брянск, 18 марта 2020 г. – Брянск : Брянск. гос. аграр. ун-т. – С. 18–23.

17. Гостев, М. В. Об эвристической природе моделей эволюционного городского развития / М. В. Гостев // Городские исследования и практики. – 2018. – № 1. – С. 7–22.

18. Гулемирова, М. К. Сущность и цели регулирования внешней торговли Республики Беларусь / М. К. Гулемирова, В. И. Буць // Инновации в агропромышленном комплексе: от теории к практике [Текст] : материалы IV Междунар. науч.-практ. конф. студ. и магистр., посвящ. 90-летию экон. фак., Горки, 16–18 окт. 2018 г. : в 2 ч. / Белорус. гос. с.-х. акад. ; редкол.: И. В. Шафранская (гл. ред.) [и др.]. – Горки, 2020. – Ч. 2. – С. 31–33.

19. Гусаков, В. Г. Факторы и методы эффективного хозяйствования / В. Г. Гусаков ; Нац. акад. наук Беларуси. – Минск : Беларус. навука, 2020. – 56 с.

20. Колеснев, В. И. Моделирование процессов в агробизнесе [Электронный ресурс] : учеб.-метод. комплекс для студ. спец. «Мировая экономика» / В. И. Колеснев ; Белорус. гос. с.-х. акад. – Электрон. текстовые и графические дан. – Горки, 2013. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

21. Ленькова, Р. К. Эконометрика и экономико-математические методы и модели [Текст] : учеб.-метод. пособие : в 2 ч. / Р. К. Ленькова, Е. В. Карачевская ; Белорус. гос. с.-х. акад. – Горки, 2020. – Ч. 1. – 60 с.

22. Применение математических методов в управлении АПК Беларуси и России [Текст] : монография / Н. М. Светлов [и др.] ; под ред. Н. М. Светлова, В. И. Буця. – Москва: ЦЭМИ РАН, 2020. – 177 с.

23. Светлов, Н. М. Современный экономико-математический инструментарий анализа последствий изменения климата / Н. М. Светлов // Междунар. с.-х. журн. – 2020. – Т. 63, № 6. – С. 20–25.

24. Сухарев, О. С. Структурные исследования современной российской экономической школы / О. С. Сухарев // Вестн. Перм. ун-та: экономика. – 2022. – Т. 17, № 1. – С. 5–26.

25. Стабинскайте, Ю. А. Воспроизводство и повышение эффективности человеческого капитала ЕС / Ю. А. Стабинскайте // Рос. внешнеэкон. вестн. – 2018. – № 11. – С. 47–58.

26. Читая, Г. О. Моделирование управления задолженностью заемщиков коммерческого банка / Г. О. Читая, В. С. Филинюк // Научные труды Белорусского государственного экономического университета / Белорус. гос. экон. ун-т ; [редкол: А. В. Егоров (гл. ред.) [и др.]. – Минск : БГЭУ, 2022. – Вып. 15. – С. 506–514.

27. Читая, Г. О. Эконометрика и экономико-математические методы и модели : учеб. пособие / Г. О. Читая [и др.] ; под ред. Г. О. Читая, С. Ф. Миксюк. – Минск : БГЭУ, 2018. – 510 с.

28. Statistical analysis of multivariate discrete-valued time series / K. Fokianos, R. Fried, Yu. Kharin, V. Voloshko // Journal of Multivariate Analysis. – 2022. – Vol. 188. – P. 1–15.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

**Значение  $F$ -критерия Фишера при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  и числе степеней свободы  $\nu$**

$\nu_2$	$\nu_1$ – степени свободы (для большого среднего квадрата)													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245	
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,40	19,41	19,42	
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74	8,71	
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91	5,87	
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68	4,64	
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00	3,96	
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57	3,52	
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28	3,23	
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07	3,02	
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91	2,86	
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79	2,74	
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69	2,64	
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60	2,55	
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53	2,48	
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48	2,43	
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42	2,37	
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,41	2,38	2,33	
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,37	2,34	2,29	
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,55	2,48	2,43	2,38	2,34	2,31	2,26	
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,52	2,45	2,40	2,35	2,31	2,28	2,23	
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,28	2,25	2,20	



**Значение  $t$ -критерия Стьюдента при уровне значимости  $\alpha$   
и числе степеней свободы  $\nu$**

$\nu$	$\alpha = 0,01$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,1$
1	2	3	4
1	63,6567412	12,7062047	6,3137515
2	9,9248432	4,3026527	2,9199856
3	5,8409093	3,1824463	2,3533634
4	4,6040949	2,7764451	2,1318468
5	4,0321430	2,5705818	2,0150484
6	3,7074280	2,4469119	1,9431803
7	3,4994833	2,3646243	1,8945786
8	3,3553873	2,3060041	1,8595480
9	3,2498355	2,2621572	1,8331129
10	3,1692727	2,2281389	1,8124611
11	3,1058065	2,2009852	1,7958848
12	3,0545396	2,1788128	1,7822876
13	3,0122758	2,1603687	1,7709334
14	2,9768427	2,1447867	1,7613101
15	2,9467129	2,1314495	1,7530504
16	2,9207816	2,1199053	1,7458837
17	2,8982305	2,1098156	1,7396067
18	2,8784405	2,1009220	1,7340636
19	2,8609346	2,0930241	1,7291328
20	2,8453397	2,0859634	1,7247182
21	2,8313596	2,0796138	1,7207429
22	2,8187561	2,0738731	1,7171444
23	2,8073357	2,0686576	1,7138715
24	2,7969395	2,0638986	1,7108821
25	2,7874358	2,0595386	1,7081408
26	2,7787145	2,0555294	1,7056179
27	2,7706830	2,0518305	1,7032884
28	2,7632625	2,0484071	1,7011309
29	2,7563859	2,0452296	1,6991270
30	2,7499957	2,0422725	1,6972609
31	2,7440419	2,0395134	1,6955188
32	2,7384815	2,0369333	1,6938887
33	2,7332766	2,0345153	1,6923603
34	2,7283944	2,0322445	1,6909243
35	2,7238056	2,0301079	1,6895725
36	2,7194846	2,0280940	1,6882977
37	2,7154087	2,0261925	1,6870936
38	2,7115576	2,0243942	1,6859545

Окончание прил. 2

1	2	3	4
39	2,7079132	2,0226909	1,6848751
40	2,7044593	2,0210754	1,6838510
41	2,7011813	2,0195410	1,6828780
42	2,6980662	2,0180817	1,6819524
43	2,6951021	2,0166922	1,6810707
44	2,6922783	2,0153676	1,6802300
45	2,6895850	2,0141034	1,6794274
46	2,6870135	2,0128956	1,6786604
47	2,6845556	2,0117405	1,6779267
48	2,6822040	2,0106348	1,6772242
49	2,6799520	2,0095752	1,6765509
50	2,6777933	2,0085591	1,6759050

Приложение 3

Статистика Дарбина – Уотсона:  $d_L$  и  $d_U$ , уровень значимости 5 %

$n$	$k = 1$		$k = 2$		$k = 3$		$k = 4$		$k = 5$	
	$d_L$	$d_U$	$d_L$	$d_U$	$d_L$	$d_U$	$d_L$	$d_U$	$d_L$	$d_U$
15	1,08	1,36	0,95	1,54	0,82	1,75	0,69	1,97	0,56	2,21
16	1,10	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73	0,74	1,93	0,62	2,15
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,90	1,71	0,78	1,90	0,67	2,10
18	1,16	1,39	1,05	1,53	0,93	1,69	0,82	1,87	0,71	2,06
19	1,18	1,40	1,08	1,53	0,97	1,68	0,86	1,85	0,75	2,02
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68	0,90	1,83	0,79	1,99
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67	0,93	1,81	0,83	1,96
22	1,24	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66	0,96	1,80	0,86	1,94
23	1,26	1,44	1,17	1,54	1,08	1,66	0,99	1,79	0,90	1,92
24	1,27	1,45	1,19	1,55	1,10	1,66	1,01	1,78	0,93	1,90
25	1,29	1,45	1,21	1,55	1,12	1,66	1,04	1,77	0,95	1,89
26	1,30	1,46	1,22	1,55	1,14	1,65	1,06	1,76	0,98	1,88
27	1,32	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65	1,08	1,76	1,01	1,86
28	1,33	1,48	1,26	1,56	1,18	1,65	1,10	1,75	1,03	1,85
29	1,34	1,48	1,27	1,56	1,20	1,65	1,12	1,74	1,05	1,84
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65	1,14	1,74	1,07	1,83

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	3
1. История и перспективы моделирования процессов в агробизнесе .....	5
2. Система экономико-математических моделей в агробизнесе .....	16
3. Прогнозная оптимизационная экономико-математическая модель .....	23
4. Эконометрические модели в агробизнесе .....	31
5. Моделирование производственной структуры сельскохозяйственного предприятия с учетом внешнеэкономических взаимосвязей .....	50
6. Моделирование программы развития производственно-сбытовой и внешнеторговой деятельности агропромышленного предприятия .....	58
7. Модельная программа крестьянского (фермерского) хозяйства .....	70
Библиографический список .....	77
Приложения .....	80

Учебное издание

**Буць Владимир Иванович**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В АГРОБИЗНЕСЕ**

Курс лекций

Редактор *Н. Н. Пьянусова*

Технический редактор *Н. Л. Якубовская*

Подписано в печать 30.11.2022. Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная.

Ризография. Гарнитура «Таймс». Усл. печ. л. 4,88. Уч.-изд. л. 4,27.

Тираж 40 экз. Заказ .

УО «Белорусская государственная сельскохозяйственная академия».

Свидетельство о ГРИИРПИ № 1/52 от 09.10.2013.

Ул. Мичурина, 13, 213407, г. Горки.

Отпечатано в УО «Белорусская государственная сельскохозяйственная академия».

Ул. Мичурина, 5, 213407, г. Горки.