

30K-1

9212

НКЗ СССР

БЕЛАРУСКИ СЕЛЬСКАГАСПАДАРЧЫ ІНСТЫТУТ
БЕЛОРУССКИЙ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ
THE PEOPLE'S COMMISSARIAT FOR AGRICULTURE OF USSR
THE WHITE RUSSIAN AGRICULTURAL INSTITUTE

ТРУДЫ БЕЛАРУСКАГА
СЕЛЬСКАГАСПАДАРЧАГА ІНСТЫТУТА

ТОМ VII (29)

ТРУДЫ БЕЛОРУССКОГО
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО
ИНСТИТУТА

ТОМ VII (29)

A N N A L S
OF THE WHITE RUSSIAN
AGRICULTURAL INSTITUTE

VOLUME VII (29)

ВЫДАВЕЦТВА БЕЛАРУСКАГА С. Г. ІНСТЫТУТА
ГОРКИ—БССР

1 9 3 8

Б. 1513/40

НКЗ СССР

БЕЛАРУСКІ СЕЛЬСКАГАСПАДАРЧЫ ІНСТЫТУТ
БЕЛОРУССКИЙ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ
THE PEOPLE'S COMMISSARIAT FOR AGRICULTURE OF USSR
THE WHITE RUSSIAN AGRICULTURAL INSTITUTE

30K-1
9212

50
**ТРУДЫ БЕЛАРУСКАГА
СЕЛЬСКАГАСПАДАРЧАГА ІНСТЫТУТА**

ТОМ VII (29)



ТРУДЫ БЕЛОРУССКОГО
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО
ИНСТИТУТА
ТОМ VII (29)

A N N A L S
OF THE WHITE RUSSIAN
AGRICULTURAL INSTITUTE
VOLUME VII (29)

ВЫДАВЕЦТВА БЕЛАРУСКАГА С. Г. ІНСТЫТУТА
ГОРКІ—БССР
1 9 3 8

Редакционная коллегия: Проф. П. А. Курчатов, проф. П. Е. Гребенников, доктор
технических наук проф. Ю. А. Вейс, доктор технических
наук проф. В. В. Попов, доц. А. Д. Козлихин, доц. С. И. Исаев.

Ответственный редактор П. А. Курчатов. Технический редактор М. Б. Мейтин.
Корректор Е. С. Рабец.

Сдано в набор 26 января 1938 г.
Формат бумаги 74×105 мм.
Горки, Райлант № 378.

Подписано к печати 17 июня 1938 г.
6 печати. лист. Тираж 800 экз.
Заг. № 340

Типография Белорусского с. х. института

СОДЕРЖАНИЕ

	<i>Стр.</i>
1. <i>Д. А. Кулешов.</i> О применении стальных проволок при измерении базисов и в полигонометрии.....	1
2. <i>В. Н. Кашутин.</i> Способ расчета тары для северных комбайнов СКАГ-5А	45
3. <i>И. В. Зубрицкий.</i> Способ совместного определения приближенного значения географической широты места, поправки хронометра и азимута земного направления	49
4. <i>Н. Н. Кавцевич.</i> Потенциометр для измерения малых электродвижущих сил	59
5. <i>Е. Г. Ларченко.</i> Вычисление поправок за центрировки и редукции.....	71

CONTENTS

	<i>Page</i>
1. <i>D. A. Kuleshov.</i> On the application of steel wires at bases measurement and in traverse.....	1
2. <i>W. N. Kashutin.</i> A method of calculation of tare for north combines SKAG-5A	45
3. <i>J. W. Zubritzky.</i> A method of joint determination of the approximate value of the geographical latitude of a place, correction of the chronometer and of the azimuth of terrestrial direction.....	57
4. <i>N. N. Kavzevitsh.</i> Potentiometer für Messungen schwacher elektromotorischer Kräfte	69
5. <i>E. G. Larchenko.</i> The calculation of corrections for centerings and reductions	71

Д. А. КУЛЕШОВ

О применении стальных проволок при измерении базисов и в полигонометрии

§ 1. Введение

Социалистическое строительство фабрик и заводов, колхозов и совхозов, строительство новых городов и рабочих поселков, строительство путей сообщения водного и железнодорожного транспорта, освоение больших пространств Заполярья и оборона страны настоятельно требуют быстрого и высококачественного картографирования территории СССР как в целом, так и отдельных ее частей. Геодезические работы, связанные с выполнением этой задачи, включают в себе значительный объем точных линейных измерений, как-то: базисов триангуляции и длин линий при полигонометрии и траверсах.

Известно, что одним из наиболее совершенных приборов для точного измерения длин линий является прибор, изобретенный шведским геодезистом профессором Едериным в восьмидесятых годах прошлого столетия. Главной частью прибора являются проволоки, которыми производятся измерения. Проволоки должны сохранять устойчивость своей длины, т. е. они должны иметь незначительные коэффициенты линейных расширений под влиянием температуры и натяжения.

Ошибку, происходящую от натяжения, можно свести к ничтожной величине путем измерения длин линий с натяжением, при котором производилось компарирование проволок. Температура же, при которой производится измерение, значительно отличается от температуры компарирования проволок, и разница их может достигать нескольких десятков градусов. По этой причине точное определение температуры проволок при измерении линий и коэффициентов линейного расширения под влиянием температуры оказывает весьма существенное влияние на точность результатов измерений.

Трудная задача точного учета термического расширения мерного прибора значительно облегчилась с изобретением французскими учеными Бенуа и Гильом специального сплава, названного ими инваром.

Проф. Красовский Ф. Н. указывает¹, что наибольший коэффициент расширения проволок, изготовленных из инвара, можно считать

¹ Ф. Н. Красовский. Руководство по высшей геодезии, ч. I, стр. 97. Москва, 1926 год.

все же менее $\frac{1}{3000000}$, а для некоторых проволок он получается даже отрицательным. Это обстоятельство позволяет определять температуру проволок довольно грубо, с точностью до одного градуса.

Наряду с таким положительным качеством инвар имеет и отрицательные свойства.

1) Проволока из инвара не обладает устойчивостью внутреннего строения, свойственной, например, стали, и изменяет свою длину с течением времени, а иногда и внезапно, даже от незначительных сотрясений или от резкой перемены температуры.

2) Для создания положительных качеств инвара, необходима весьма длительная обработка механическим путем, что значительно увеличивает его стоимость.

Кроме того, неустойчивость инварных проволок, — изменяемость их длины от незначительных сотрясений — затрудняет использование их в условиях городского движения, на что указывает в своей статье Б. А. Литвинов¹.

Наличие в СССР достаточного количества качественной стальной проволоки, дешевизна и легкость ее приобретения являются причиной и основанием применения последней для измерения длин линий. Наряду с проволоками большое распространение в качестве мерного прибора при полигонометрии, особенно низших классов, получила штриховая стальная лента, хотя преимуществ, как это мы установим позже, на стороне проволок.

Слабой стороной стальных проволок и лент является значительный коэффициент линейного расширения, что влечет за собой необходимость знания с высокой точностью как температуры проволоки или ленты при измерении, так и величины самого коэффициента расширения.

Задача усложняется еще тем, что температура мерного прибора, особенно ленты, имеющей большую поверхность нагревания, обычно, значительно отличается от температуры воздуха.

Вопросу определения температуры стальной ленты и определения коэффициента расширения стальной проволоки в нашей литературе за последние годы уделяется значительное место, но вопрос этот нельзя считать полностью решенным, ибо нет достаточно ясного ответа, — с какой точностью возможно измерять длины линий стальными проволоками, и в какой мере экономически выгодно применять их в полигонометрии различных классов.

С целью выяснения этих вопросов мною был поставлен специальный опыт измерения длины линии стальными и одновременно инварными проволоками.

Полученные результаты и их обработка приводятся ниже.

§ 2. Постановка опыта

Опыт был произведен 27 августа 1936 года после окончания линейных измерений первоклассного траверса Жирово-Питомник. Местом для измерения базиса была избрана бровка полотна железной дороги, т. е. базис, как и первоклассный траверс, измерялся в непосредственной близости от железнодорожного рельса, в расстоянии

¹ Б. А. Литвинов. Определение линейных коэффициентов расширения стальных проволок в полевых условиях. „Геодезист“, 1935 г., № 1, стр. 42.

1,5 метра от него. Длина базиса была взята 528 метров, т. е. 22 двадцати четырех-метровых пролета. Концы линии были закреплены временными центрами в виде деревянных столбов, врытых вровень с землей. В столбы были вбиты гвозди с нарезанными на поверхности шляпки двумя взаимно перпендикулярными линиями. Точки пересечения этих линий, над которыми во время измерения устанавливались лотаппараты, служили началом и концом измеряемой линии.

Бровка для измерения опытного базиса была избрана с целью дополнительного исследования и окончательного решения вопроса о допустимости измерения базисов и первоклассных траверсов по штативам в непосредственной близости от ж. д. рельса.

Вопрос этот, решенный положительно измерением 180-километрового первоклассного траверса и подтвержденный настоящим опытом, мною будет освещен отдельно, и здесь мы на нем подробно останавливаться не будем.

Измерение опытного базиса произведено по способу Едерина двумя стальными 24-метровыми проволоками диаметром 1,1 мм и четырьмя инварными также 24-метровыми проволоками.

Длины стальных и инварных проволок определены на компараторе Московского Геодезического Института и оказались:

стальных

проволока № 1 — 24 м + 0,06 мм	}	при $t = +17,4^{\circ}\text{C}$
„ № 2 — 24 м + 0,68 мм		

инварных:

проволока № 980 — 24 м + 1,28 мм — $3,312 (t - 15^{\circ})$

проволока № 982 — 24 м + 1,02 мм — $3,312 (t - 15^{\circ})$

проволока № 985 — 24 м + 1,50 мм — $3,312 (t - 15^{\circ})$

проволока № 986 — 24 м + 0,83 мм — $3,312 (t - 15^{\circ})$

Кроме обычного снаряжения базисной партии: проволок, штативов с целиками, станков Карпантье, гирь по 10 кг, лотаппаратов, термометров-пращей, нивелира и теодолита для вешения, мы располагали проектир-аппаратом специально для засечки целиков. Засечка производилась с целью исправления положения целика в случае смещения его после прохода поезда. Операция эта производилась следующим образом: примерно, в 10 метрах от целика, по направлению перпендикуляра к базису выставлялся проектир-аппарат, труба которого заранее наводилась на целик; при приближении поезда на целике в точке пересечения взаимно перпендикулярных линий выставлялась тонкая игла, на нижний конец которой точно наводилось пересечение нитей сетки трубы проектир-аппарата. После прохода поезда на целик снова выставлялась игла, и этим самым проверялось положение целика. Во избежание ошибок и для контроля работы техника-визировщика, игла после прохода поезда выставлялась не сразу в точку пересечения линий на целике, а где-нибудь в стороне — на линии целика, перпендикулярной к визирному лучу проектир-аппарата. Затем игла переводилась по указанию техника-визировщика до тех пор, покуда техник скажет „хорошо“. Если игла ока-

зывалась в точке пересечения линий целика, значит, положение целика не изменилось. Засекался всегда задний целик.

За время измерения опытного базиса прошло шесть поездов, которые в двух случаях изменили положение целика на 0,4 мм. При детальном выяснении причины изменения положения целика оказалось, что эти два случая относятся к одному и тому же штативу № 13, у которого была сломана одна ножка. Этот дефект при расстановке штативов не был замечен и обнаружен при изучении на месте причины изменения именно данного штатива при прохождении поезда.

Положение целика исправлялось при помощи винтов головки целика. Если бы даже исправление не было произведено, то ошибка в измерении опытного базиса по этой причине не превышала бы

$\frac{1}{1320000}$, что не имеет существенного значения для точности результатов измерения. Заметим, что при измерении 180 км первоклассного траверса по бровке железной дороги, из 194 случаев прохождения поездов во время измерения в 20 случаях положение целика изменилось в среднем на 1 мм и всегда по направлению хода поезда. Эти изменения целиков также исправлялись, хотя на точность измерения линий траверса они не могли оказать сколько-нибудь существенного влияния, тем более, что сдвиги были как с плюсом по ходу измерения, так и с минусом в противоположную сторону, смотря по ходу поездов, число которых в одну и в другую сторону было одинаковым. Этим кратким замечанием относительно наблюдения за целиком во время прохождения поездов мы здесь ограничимся. Более подробно этот вопрос будет освещен мною отдельно в работе „Траверсы по линиям железных дорог СССР“ на основании опыта измерения первоклассного траверса Жирово-Питомник.

Имея в виду, что решающее влияние на точность измерения базиса стальными проволоками будет оказывать точность измерения температуры, было решено измерение производить четырьмя выверенными термометрами №№ 1, 2, 3 и 4, из которых №№ 1 и 3 были обмотаны стальными проволоками. Перед отсчетами по термометрам последние вращались, примерно, 2 минуты. Измерение температуры производилось всеми четырьмя термометрами на каждом пролете.

Перед началом измерения пролета стальными проволоками производились отсчеты по термометрам № 1 и № 2, а после окончания измерения—по термометрам № 3 и № 4. Погода в течение всего дня была ясная, слегка ветреная, и проволоки, как и термометры, находились под непосредственным воздействием солнечных лучей.

Порядок измерения каждого из 24-х пролетов базиса был принят следующий:

- 1) Отсчеты по шкалам с тремя сдвигами двух инварных проволок №№ 980 и 982.
- 2) Отсчеты по двум термометрам.
- 3) Отсчеты по шкалам с тремя сдвигами стальных проволок № 1 и № 2.
- 4) Отсчеты по двум другим термометрам.

Измерение обратным ходом производилось в таком же порядке, как и вперед, только вместо инварных проволок №№ 980 и 982 применялись инварные проволоки №№ 985 и 986. При измерении

проволоки подвешивались на станках Карпантье под натяжением в 10 кг.

Положение станков Карпантье при измерении пролета стальными и инварными проволоками не изменялось.

Для исключения личных ошибок измерения делались с переменной мест наблюдателей. Нивелировка целиков производилась вслед за измерением.

Полевой журнал измерения базиса приводится в приложении. Из него видно, что качество полевых измерений вполне удовлетворительное. В некоторых случаях, когда разность П—З колебалась на 0,3 мм, бралась дополнительная пара отсчетов, и среднее выводилось из всех 4 результатов. Всего таких случаев было 12, не считая первого и последнего пролетов, где два сдвига делались до и два после поворота вкладыша лотаппарата с целью уничтожения эксцентрицитета пересечения черточек вкладыша.

§ 3. Обработка результатов опыта

Обработка результатов измерения опытного базиса состояла из следующих операций:

1. Проверка полевых результатов измерений.
2. Подсчет суммы разностей (П—З) и разностей уравнений проволок.
3. Вычисление поправок за наклон.
4. Вывод средней температуры и поправок за температуру.
5. Вычисление длины базиса, измеренного инварными и стальными проволоками с оценкой точности.
6. Определение длин секций базиса по измерениям инварными и стальными проволоками с оценкой точности.
7. Вычисление длины каждого пролета, измеренного инварными и стальными проволоками с оценкой точности.
8. Вычисление начальных данных для определения коэффициентов расширения стальных проволок.
9. Определение коэффициентов расширения стальных проволок.
10. Определение длины базиса при найденных значениях коэффициентов расширения с оценкой точности.

После тщательной проверки всех данных был произведен подсчет суммы средних разностей отсчетов шкал (П—З) и разностей уравнений проволок.

Результаты обработки приводятся ниже (см. таблицу 1).

Среднее значение разности уравнений стальных проволок по результатам полевых измерений получилось, как это видно из таблицы, равным + 0,56 мм; по результатам же компарирования — + 0,62 мм.

Следовательно, относительная ошибка измерения, выведенная по истинной ошибке разности уравнений проволок, равна:

$$\frac{0,62 - 0,56}{24000 \sqrt{2}} = \frac{1}{640000}$$

Разность уравнений инварных проволок №№ 980 и 982 по результатам измерения равна 0,29 мм; а по результатам компарирования — 0,26 мм. Разность уравнений инварных проволок №№ 985-

Подсчет суммы средних разностей отсчетов шкал

№ № шта- тивов	П р я м о й х о д					
	(П-3)		Разность уравнений стальных проволок	(П-3)		Разность уравнений стальных проволок
	Проволока № 1 стальная	Проволока № 2 стальная		Проволока 980 инварц.	Проволока 982 инварц.	
В м и л л и м е т р а х						
0	-18,62	-19,18	+ 0,56	-19,77	-19,44	- 0,33
1	-42,63	-43,13	+ 0,50	-43,43	-43,23	- 0,20
2	+61,80	+61,00	+ 0,80	+60,93	+61,17	- 0,24
3	-62,90	-63,57	+ 0,67	-63,83	-63,50	- 0,33
4	+ 0,57	- 0,10	+ 0,67	+ 0,10	+ 0,33	- 0,23
5	-26,83	-27,50	+ 0,67	-27,23	-26,90	- 0,33
6	+39,90	+39,60	+ 0,30	+39,80	+40,03	- 0,23
7	-41,00	-41,57	+ 0,57	-41,17	-40,93	- 0,24
8	+ 6,53	+ 5,97	+ 0,56	+ 6,17	+ 6,53	- 0,36
9	-48,93	-49,50	+ 0,57	-49,03	-48,77	- 0,26
10	+24,82	+24,30	+ 0,52	+24,88	+25,17	- 0,29
11	-11,73	-12,60	+ 0,87	-11,87	-11,63	- 0,24
12	- 2,17	- 2,63	+ 0,46	- 2,73	- 2,43	- 0,30
13	-39,77	-40,40	+ 0,63	-40,10	-39,87	- 0,23
14	-10,70	-10,86	+ 0,16	-10,73	-10,37	- 0,36
15	-29,97	-30,53	+ 0,56	-30,07	-29,63	- 0,44
16	- 4,47	- 4,93	+ 0,46	- 4,33	- 4,07	- 0,26
17	- 0,30	- 0,70	+ 0,40	- 0,10	+ 0,20	- 0,30
18	-22,40	-23,10	+ 0,70	-22,43	-22,23	- 0,20
19	+ 7,30	+ 6,55	+ 0,75	+ 6,93	+ 7,20	- 0,27
20	- 0,87	- 1,50	+ 0,63	- 0,97	- 0,70	- 0,27
21	- 6,17	- 6,83	+ 0,66	- 6,15	- 5,77	- 0,38
22						
Σ	-228,54	-241,21	+ 0,58 средняя	-235,13	-228,84	- 0,29 средняя

№№ шта- тивов	Обратный ход					
	(П—3)		Разность уровнений стальных проволок	(П—3)		Разность уровнений стальных проволок
	Проволока № 1 стальная	Проволока № 2 стальная		Проволока 985 ниварн.	Проволока 986 ниварн.	
В м и л л и м е т р а х						
0	-18,77	-19,60	+ 0,83	-19,27	-18,80	- 0,47
1	-43,53	-44,10	+ 0,57	-43,93	-43,20	- 0,73
2	+60,97	+60,42	+ 0,55	+60,37	+61,67	- 0,80
3	-63,57	-64,07	+ 0,50	-63,93	-63,27	- 0,66
4	+ 0,73	- 0,07	+ 0,80	+ 0,13	+ 0,93	- 0,80
5	-27,77	-28,27	+ 0,50	-27,90	-27,20	- 0,70
6	+39,83	+39,50	+ 0,33	+39,73	+40,27	- 0,54
7	-41,17	-41,67	+ 0,50	-41,37	-40,90	- 0,47
8	+ 6,50	+ 5,97	+ 0,53	+ 6,47	+ 7,03	- 0,56
9	-49,30	-49,77	+ 0,47	-49,47	-48,90	- 0,57
10	+24,60	+24,07	+ 0,53	+24,67	+25,13	- 0,46
11	-11,93	-12,40	+ 0,47	-12,07	-11,20	- 0,87
12	- 2,77	- 3,17	+ 0,40	- 2,70	- 2,00	- 0,70
13	-40,00	-40,30	+ 0,30	-40,07	-39,10	- 0,97
14	-10,07	-10,63	+ 0,56	-10,30	- 9,87	- 0,43
15	-29,63	-30,43	+ 0,80	-30,07	-29,53	- 0,54
16	- 4,67	- 5,37	+ 0,70	- 4,77	- 4,37	- 0,40
17	+ 0,03	- 0,43	+ 0,46	- 0,07	+ 0,60	- 0,67
18	-22,50	-23,00	+ 0,50	-22,37	-21,67	- 0,70
19	+ 6,93	+ 6,37	+ 0,56	+ 6,77	+ 7,37	- 0,60
20	- 1,27	- 1,77	+ 0,50	- 1,20	- 0,33	- 0,87
21	- 6,60	- 7,02	+ 0,52	- 6,42	- 5,62	- 0,80
22						
Σ	-233,86	-245,74	+ 0,54 средняя	-237,27	-222,96	- 0,65 средняя

и 986 по результатам измерения равна $-0,65$ мм; по результатам компарирования $-0,67$ мм.

Можно считать, что относительная ошибка измерения инварными проволоками, выведенная по истинной ошибке разности уравнений проволок, равна $\frac{1}{1360000}$.

Эти данные о точности близки к данным, полученным иными способами, в чем убедимся ниже.

Нивелирование целиков производилось как при измерении вперед, так и при измерении назад.

Для каждого пролета бралось среднее превышение, и по нему вычислялась поправка за наклон.

Вычисление поправок за наклон

Таблица 2.

№№ шта- тивов	Превыше- ния h мм	Поправки за наклон Δl мм	№№ шта- тивов	Превыше- ния h мм	Попр-вки за наклон Δl мм
1			12		
	+ 96	-0,19		- 96	- 0,19
2			13		
	+ 15	0,00		- 58	- 0,07
3			14		
	- 48	-0,05		- 13	0,00
4			15		
	+ 2	0,00		-145	- 0,44
5			16		
	- 33	-0,02		+ 13	0,00
6			17		
	- 82	- 0,14		- 61	- 0,08
7			18		
	-150	-0,47		-112	- 0,26
8			19		
	- 74	-0,11		- 68	- 0,10
9			20		
	+ 19	-0,01		-180	- 0,68
10			21		
	- 69	-0,10		- 17	- 0,01
11			22		
	-114	-0,27		-174	- 0,63
					- 3,82

Все данные по измерению температуры 4-мя термометрами, из которых два были обмотаны стальными проволочками, обработаны и приводятся в таблице 3.

Вычисление средней температуры и поправок за температуру для каждого пролета и для всего базиса.

Таблица 3.

П р я м о й х о д

№№ штативов	Т е м п е р а т у р а					П о п р а в к а з а т е м п е р а т у р у в м м	
	тер. 1	тер. 2	тер. 3	тер. 4	средняя	стальных проволок	инварных проволок
0	18,0	18,3	18,0	18,0	18,08	+ 0,20	- 0,01
1	18,0	17,7	18,0	18,0	17,92	+ 0,15	- 0,01
2	17,7	18,5	18,7	19,0	18,48	+ 0,32	- 0,01
3	19,1	18,9	18,7	19,1	18,95	+ 0,45	- 0,01
4	19,4	19,4	19,6	20,0	19,60	+ 0,65	- 0,02
5	20,0	19,9	19,5	19,7	19,77	+ 0,71	- 0,02
6	20,2	19,9	19,7	19,9	19,92	+ 0,75	- 0,02
7	20,1	20,1	20,7	20,2	20,27	+ 0,85	- 0,02
8	20,6	20,5	20,6	20,8	20,62	+ 0,96	- 0,02
9	20,1	20,1	21,7	21,5	20,85	+ 1,03	- 0,02
10	21,8	21,7	21,5	22,0	21,75	+ 1,29	- 0,02
11	21,1	21,2	21,6	21,8	21,42	+ 1,20	- 0,02
12	21,0	21,0	20,7	20,7	20,85	+ 1,03	- 0,02
13	20,9	20,9	20,8	21,0	20,90	+ 1,04	- 0,02
14	21,1	21,2	21,0	21,2	21,12	+ 1,11	- 0,02
15	21,0	21,0	21,3	21,1	21,10	+ 1,10	- 0,02
16	21,9	21,6	21,4	21,5	21,60	+ 1,25	- 0,02
17	22,0	22,0	21,5	21,6	21,77	+ 1,30	- 0,02
18	21,6	21,5	21,4	21,5	21,50	+ 1,22	- 0,02
19	21,0	21,4	20,3	21,1	20,95	+ 1,06	- 0,02
20	20,9	20,9	21,1	20,8	20,92	+ 1,05	- 0,02
21	22,0	22,5	21,2	21,5	21,80	+ 1,30	- 0,02
22							
средняя	20,43	20,42	20,40	20,55	20,46	+20,03	-0,40

Вычисление средней температуры и поправок за температуру для каждого пролета и для всего базиса.

(Продолжение таблицы 3)

Обратный ход

№№ штативов	Температура					Поправка за температуру в м.м	
	тер. 1	тер. 2	тер. 3	тер. 4	средняя	стальных проволоч	инварных проволоч
0	20,5	20,5	20,9	21,1	20,75	+ 1,00	- 0,02
1	21,6	21,5	21,7	22,0	21,70	+ 1,28	- 0,02
2	21,9	21,8	21,4	21,6	21,67	+ 1,27	- 0,02
3	21,4	21,4	21,5	21,6	21,47	+ 1,20	- 0,02
4	21,5	21,5	21,1	21,2	21,32	+ 1,17	- 0,02
5	21,4	21,6	21,7	21,7	21,60	+ 1,25	- 0,02
6	21,0	21,1	21,3	21,3	21,17	+ 1,12	- 0,02
7	21,8	21,8	21,0	21,0	21,40	+ 1,19	- 0,02
8	22,4	22,6	21,8	21,8	22,15	+ 1,40	- 0,02
9	22,5	22,6	21,0	21,1	21,80	+ 1,31	- 0,02
10	22,9	22,8	22,2	22,1	22,50	+ 1,52	- 0,03
11	22,4	22,2	21,9	21,6	22,02	+ 1,37	- 0,03
12	22,0	21,5	22,0	21,6	21,77	+ 1,30	- 0,02
13	21,8	21,9	22,0	22,1	21,95	+ 1,35	- 0,02
14	21,5	21,8	21,0	20,7	21,25	+ 1,15	- 0,02
15	22,2	22,4	21,5	21,0	21,77	+ 1,30	- 0,02
16	22,5	22,6	22,4	21,5	22,25	+ 1,44	- 0,03
17	22,0	22,0	21,7	21,5	21,80	+ 1,31	- 0,02
18	21,8	21,9	21,1	21,8	21,65	+ 1,26	- 0,02
19	22,1	22,2	21,5	21,4	21,80	+ 1,31	- 0,02
20	23,0	22,9	22,0	22,1	22,50	+ 1,52	- 0,03
21	22,0	21,8	22,0	22,5	22,07	+ 1,39	- 0,03
22							
средняя	21,92	21,93	21,58	21,56	21,74	+ 28,41	- 0,49

Обработка состояла из вывода средней температуры пролета, средней температуры измерения всего базиса и вычисления поправок за температуру для каждого пролета в отдельности. При вычислении поправок за температуру коэффициент расширения для стальных проволок был взят из справочника (лабораторный): $K = 124 \cdot 10^{-7}$.

Поправка за температуру к длине пролета, измеренного стальными проволоками, вычислялась по формуле:

$$\Delta l_t = + 0,2976 \text{ мм} (t - 17^\circ \cdot 4).$$

Поправка за температуру к длине пролета, измеренного инварными проволоками, вычислялась по формуле:

$$\Delta l_t = - 3,312 (t - 15^\circ).$$

Из таблицы 3 видно, что средняя температура при измерении базиса вперед, а также и при измерении обратно, по всем четырем термометрам получилась почти одна и та же. Самая большая разница, равная $0^{\circ},19$, оказалась между средней температурой из показаний 4-х термометров и средней температурой термометра № 2 при обратном ходе.

Из этой таблицы можно сделать два вывода:

1. Температуру достаточно измерять двумя хорошо выверенными термометрами, одним перед измерением пролета стальными проволоками, вторым после измерения. Подсчет показывает, что если бы измерение температуры в данном опыте было произведено даже одним термометром, то относительная ошибка в длине базиса по

этой причине не превысила бы $\frac{1}{430000}$.

2. Температуру стальных проволок диаметром 1,1 мм можно считать достаточно близкой к температуре воздуха, так как средние показания термометров, обмотанных стальной проволокой и не обмотанных, оказались почти попарно равными, а именно:

Прямой ход

Термометр 1—(обмотан.) — $t = + 20^{\circ},43$

Термометр 2—(не обмот.) — $t = + 20^{\circ},42$

Термометр 3—(обмотан.) — $t = + 20^{\circ},40$

Термометр 4—(не обмот.) — $t = + 20^{\circ},55$

Обратный ход

Термометр 1—(обмотан.) — $t = + 21^{\circ},92$

Термометр 2—(не обмот.) — $t = + 21^{\circ},93$

Термометр 3—(обмотан.) — $t = + 21^{\circ},58$

Термометр 4—(не обмот.) — $t = + 21^{\circ},56$

Ниже приводятся таблицы 4 и 5 окончательного вычисления длины базиса, измеренного инварными и стальными проволоками.

Вычисление длины базиса, измеренного инварными проволоками, и оценка точности.

Таблица 4.

№№ инварн. проволок	n м	Поправка за ур-е проволок в м.м	$\Sigma(P-3)$ м.м	Поправка за температуру м.м	Поправка за наклон м.м	Длина базиса в метрах	δ м.м	δ^2
980	528	+28,16	-235,13	-0,40	-3,82	527,78881	+1,34	—
982	528	+22,44	-228,84	-0,40	-3,82	78938	+0,77	—
			О б р а т н о					
985	528	+33,00	-237,27	-0,49	-3,82	79142	-1,27	—
986	528	+18,26	-222,96	-0,49	-3,82	79099	-0,84	—
						527,79015	—	4,7070

Средняя кв. ошибка измерения базиса одной инварной проволокой равна:

$$m = \sqrt{\frac{[\delta\delta]}{n-1}} = \sqrt{\frac{4,7070}{3}} = \pm 1,25 \text{ м.м}$$

Относительная ошибка будет:

$$\frac{m}{L} = \frac{1}{422000}$$

Средн. кв. ошибка среднего из результатов измерения четырьмя проволоками будет:

$$M = \frac{m}{\sqrt{4}} = \pm 0,62 \text{ м.м}$$

Относительная ошибка равна:

$$\frac{M}{L} = \frac{1}{844000}$$

Вычисление длины базиса, измеренного стальными проволоками, и оценка точности

Таблица 5.

№№ стальных проволок	n м	Поправка за ур-е проволок в м.м	$\Sigma(P-3)$ м.м	Поправка за температуру м.м	Поправка за наклон м.м	Длина базиса в метрах	δ м.м	δ
1	528	+1,32	-228,54	+20,03	-3,82	527,78899	+2,21	—
2	528	+14,96	-241,21	+20,03	-3,82	78996	+1,24	—
			О б р а т н о					
1	528	+1,32	-233,86	+28,41	-3,82	79205	-0,85	—
2	528	+14,96	-245,74	+28,41	-3,82	79381	-2,61	—
						527,79120		13,9563

Средняя квадратическая ошибка измерения одной стальной проволокой по отклонениям отдельных результатов от арифметической середины будет:

$$m = \sqrt{\frac{[\delta\delta]}{n-1}} = \sqrt{\frac{13,9563}{3}} = \pm 2,16 \text{ мм}$$

Относительная ошибка равна:

$$\frac{m}{L} = \frac{1}{244000}$$

Средняя кв. ошибка среднего из 4-х результатов:

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}} = \pm \frac{2,16}{\sqrt{4}} = \pm 1,08 \text{ мм}$$

Относительная ошибка среднего результата будет:

$$\frac{M}{L} = \frac{1}{489000}$$

Если принять длину базиса, полученную из измерения инварными проволоками, за истинную величину, то истинная ошибка длины, полученная из измерения стальными проволоками, будет:

$$\Delta = - 1,05 \text{ мм}$$

Следовательно, относительная истинная ошибка измерения базиса стальными проволоками равна:

$$\frac{\Delta}{L} = \frac{1,05}{527790} = \frac{1}{503000}$$

Как видим, эта величина отлично согласуется со средней квадратической ошибкой, выведенной по отклонениям отдельных результатов от арифметической середины.

Для того, чтобы выяснить, что столь высокий показатель точности измерения базиса стальными проволоками получен не случайно, мною были вычислены длины двух секций по 11 пролетов, а также длины всех пролетов в отдельности. Для вычисления длин секций, показанных в таблицах 6 и 7, мы воспользовались данными таблицы 8.

Результаты вычисления длины первой секции, измеренной стальными и инварными проволоками

Таблица 6.

№№ стальных проволок	Длина секции в метрах	№№ инварных проволок	Длина секции в метрах
П р я м о			
1	263,89938	980	263,89996
2	263,89981	982	263,90014
О б р а т н о			
1	263,90153	985	263,90091
2	263,90224	986	263,90030
Среднее	263,90074	среднее	263,90033

Абсолютная истинная ошибка длины первой секции:

$$\Delta = -0,41 \text{ мм}$$

Относительная ошибка $\frac{1}{644000}$

Результаты вычисления длины второй секции, измеренной стальными и инварными проволоками

Таблица 7.

№№ стальных проволок	Длина секции в метрах	№№ инварных проволок	Длина секции в метрах
П р я м о			
1	263,88961	980	263,88885
2	263,89015	982	263,88924
О б р а т н о			
1	263,89052	985	263,89051
2	263,89157	986	263,89069
Среднее	263,89046	Среднее	263,88982

Абсолютная истинная ошибка второй секции:

$$\Delta = -0,64 \text{ мм},$$

а относительная ошибка: $\frac{1}{412000}$

Средняя квадратическая ошибка измерения одного пролета (см. табл. 8) в одном направлении двумя стальными проволоками, выведенная по истинным ошибкам длин отдельных пролетов, будет:

$$m = \sqrt{\frac{[\Delta \Delta]}{n}} = \sqrt{\frac{0,9658}{44}} = \sqrt{0,0219} = \pm 0,14 \text{ мм}$$

Средняя квадратическая ошибка измерения одного пролета двумя стальными проволоками в двух направлениях (прямо и обратно):

$$M = \frac{m}{\sqrt{2}} = \pm \frac{0,14}{1,4} = \pm 0,10 \text{ мм}$$

Относительная истинная ошибка длины одного пролета, измеренного прямо и обратно двумя стальными проволоками, будет:

$$\frac{M}{l} = \pm \frac{0,10}{24000} = \frac{1}{240000}$$

Истинная относительная ошибка длины всего базиса, измеренного стальными проволоками в одном направлении — вперед, равна:

$$\frac{0,38}{527790} = \frac{1}{1390000}$$

Истинная относительная ошибка измерения всего базиса в одном направлении — обратно — равна:

$$\frac{1,73}{527790} = \frac{1}{305000}$$

Вычисление длин отдельных пролетов, измеренных стальными и инварными проволоками.

Таблица 8

№.№ шта- тивов	П р я м о й х о д				Средняя длина пролета, измеренного		Разн. измер. инварными и стальными проволоками
	провол. № 1 стальная	провол. № 2 стальная	провол. № 980 инварная	провол. № 982 инварная	стальными проволо- ками	инварными проволо- ками	
В м и л л и м е т р а х							
0	23981,45	23981,51	23981,31	23981,38	23981,48	23981,34	- 0,14
1	23957,58	23957,70	23957,84	23957,78	23957,64	23957,81	+ 0,17
2	24062,13	24061,95	24062,15	24062,13	24062,04	24062,14	+ 0,10
3	23937,62	23937,57	23937,44	23937,51	23937,60	23937,48	- 0,12
4	24001,26	24001,21	24001,34	24001,31	24001,24	24001,32	+ 0,08
5	23973,80	23973,75	23973,89	23973,96	23973,78	23973,92	+ 0,14
6	24040,24	24040,56	24040,59	24040,56	24040,40	24040,58	+ 0,18
7	23959,80	23959,85	23959,98	23959,96	23959,82	23959,97	+ 0,15
8	24007,54	24007,60	24007,42	24007,52	24007,57	24007,47	- 0,10
9	23952,06	23952,11	23952,13	23952,13	23952,09	23952,13	+ 0,04
10	24025,90	24026,00	24025,87	24025,90	24025,95	24025,89	- 0,06
11	23989,34	23989,09	23989,20	23989,18	23989,22	23989,19	- 0,03
12	23998,85	23999,01	23998,46	23998,50	23998,93	23998,48	- 0,45
13	23961,33	23961,32	23961,16	23961,13	23961,32	23961,15	- 0,17
14	23990,03	23990,49	23990,09	23990,19	23990,26	23990,14	- 0,12
15	23971,19	23971,25	23971,19	23971,37	23971,22	23971,28	+ 0,06
16	23996,76	23996,92	23996,85	23996,85	23996,84	23996,85	+ 0,01
17	24000,80	24001,02	24000,90	24000,94	24000,91	24000,92	+ 0,01
18	23978,78	23978,70	23978,73	23978,67	23978,74	23978,70	- 0,04
19	24007,74	24007,61	24007,51	24007,52	24007,67	24007,51	- 0,16
20	24000,23	24000,22	24000,28	24000,29	24000,22	24000,29	+ 0,07
21	23994,56	23994,52	23994,48	23994,60	23994,54	23994,54	0,00
22							
Σ	527788,99	527789,96	527788,81	527789,38	527789,48	527789,10	- 0,38

Вычисление длин отдельных пролётов, измеренных стальными и инварными проволоками.

Продолжение таблицы 8.

№№ шта- тивов	Обратный ход				Средняя длина пролета, измеренного		Разн. измер. инварными и стальными проволоками
	провол. № 1 стальная	провол. № 2 стальная	провол. № 980 инварная	провол. № 982 инварная	стальными проволоками	инварными проволоками	
В м и л л и м е т р а х							
0	23982,10	23981,89	23982,02	23981,82	23982,00	23981,91	- 0,09
1	23957,81	23957,86	23957,55	23957,61	23957,84	23957,58	- 0,26
2	24062,25	24062,32	24062,30	24062,43	24062,28	24062,37	+ 0,09
3	23937,69	23937,81	23937,55	23937,54	23937,75	23937,55	- 0,20
4	24001,94	24001,76	24001,59	24001,72	24001,85	24001,66	- 0,19
5	23973,40	23973,52	23973,44	23973,47	23973,46	23973,46	0,00
6	24040,54	24040,83	24040,74	24040,61	24040,68	24040,68	0,00
7	23959,97	23960,09	23960,00	23959,80	23960,03	23959,90	- 0,13
8	24007,95	24008,04	24007,94	24007,83	24008,00	24007,89	- 0,11
9	23951,97	23952,12	23951,91	23951,81	23952,05	23951,86	- 0,19
10	24025,91	24026,00	24025,87	24025,66	24025,95	24025,77	- 0,18
11	23989,31	23989,46	23989,21	23989,41	23989,38	23989,31	- 0,07
12	23998,52	23998,74	23998,71	23998,74	23998,63	22998,72	+ 0,09
13	23961,41	23961,73	23961,41	23961,71	23961,57	23961,56	- 0,01
14	23990,70	23990,76	23990,74	23990,50	23990,73	23990,62	- 0,11
15	23971,73	23971,55	23971,41	23971,28	23971,64	23971,34	- 0,30
16	23996,75	23996,67	23996,62	23996,35	23996,71	23996,48	- 0,23
17	24001,14	24001,30	24001,15	24001,15	24001,22	24001,15	- 0,07
18	23978,72	23978,84	23979,01	23979,04	23978,78	23979,02	- 0,24
19	24007,62	24007,68	24007,57	24007,50	24007,65	24007,53	- 0,12
20	24000,30	24000,42	24000,26	24000,46	24000,36	24000,36	0,00
21	23994,32	23994,42	23994,42	23994,55	23994,37	23994,48	+ 0,11
22							
Σ	527792,05	527793,81	527791,42	527790,99	527792,93	527791,20	- 1,73

Относительная ошибка окончательного результата, как это было указано выше, равна:

$$\frac{1}{503000}$$

Данные таблицы № 8 показывают:

1. Измерение стальными проволоками произведено с высокой точностью, о чем свидетельствуют не только результаты обработки всего базиса и его двух звеньев, но и сопоставление длин по каждому пролету в отдельности.

2. Значительная истинная ошибка пролета 12—13, равная—0,45 мм, объясняется неустойчивостью штатива № 13, о чем было сказано выше.

3. Длины пролетов при прямом и обратном измерениях остаются достаточно устойчивыми, что в пределах точности отсчетов подтверждает неизменность положения штативов после прохождения поездов.

Максимальная разность в длине пролетов, измеренных инварными проволоками, обнаруженная на первом пролете, оказалась равной 0,57 мм, что можно объяснить недостаточно точной установкой лот-аппарата над центром.

§ 4. Вычисление линейных коэффициентов расширения стальных проволок.

В связи со статьями в журнале „Геодезист“ Б. Шейтлеса¹ и Б. А. Литвинова² мною произведено определение линейных коэффициентов расширения стальных проволок по способу наименьших квадратов.

Определение коэффициентов произведено для проволок № 1 и № 2 отдельно. Обозначения приняты такие же, как в статье Б. А. Литвинова.

Для составления нормальных уравнений с целью определения из них K_1 и K_2 , было использовано 44 начальных уравнения вида— $ak_1 + bk_2 = l$, где K_1 и K_2 —коэффициенты расширения стальных проволок:

$$\begin{aligned} a &= \Delta t = t - t_0 \\ b &= \Delta t^2 = (t - t_0)^2 \\ l &= \frac{L - L_t}{L_t} \cdot 10^7 \end{aligned}$$

t —температура, отсчитанная при измерении данного пролета;

t_0 —температура компарирования проволоки;

L —истинная длина пролета, измеренного инварными проволоками;

L_t —длина пролета, измеренного стальными проволоками при температуре t .

Для проволоки № 1 получают нормальные уравнения:

$$655,20 K_1 + 2729,00 K_2 = 79596,68$$

$$2729,00 K_1 + 11614,13 K_2 = 331040,83$$

¹ Б. Шейтлес. О полевом определении линейного коэффициента расширения стальных проволок. „Геодезист“, № 3 за 1937 г.

² Б. А. Литвинов. Определение линейных коэффициентов расширения стальных проволок в полевых условиях. „Геодезист“, № 1 за 1935 год.

Отсюда:

$$K_1 = + 130 \cdot 10^{-7}$$

$$K_2 = - 2 \cdot 10^{-7}$$

Нормальные уравнения для проволоки № 2 будут:

$$655,20 K_1 + 2729,00 K_2 = 74854,63$$

$$2729,00 K_1 + 11614,13 K_2 = 310747,99$$

Отсюда:

$$K_1 = +132 \cdot 10^{-7}$$

$$K_2 = - 4 \cdot 10^{-7}$$

Среднее значение коэффициентов будет¹:

$$K_1 = + 131 \cdot 10^{-7}$$

$$K_2 = - 3 \cdot 10^{-7}$$

Отбросив K_2 , как это предлагает Б. Шейтлес, мы будем иметь одно нормальное уравнение

для проволоки № 1:

$$655,20 K_1 = 79596,68;$$

$$\text{откуда } K_1 = 121,5 \cdot 10^{-7}$$

и для проволоки № 2:

$$655,20 K_1 = 74954,63$$

$$\text{откуда } K_1 = + 114,2 \cdot 10^{-7}$$

Среднее значение $K_1 = + 118 \cdot 10^{-7}$

Вычисление K_1 для проволок №№ 1 и 2 произведено так же по данным измерениям прямо и обратно в отдельности.

Результаты вычислений приводятся ниже.

Для проволоки № 1—прямой ход:

$$236,28 K_1 = 29173,40$$

откуда

$$K_1 = + 123,5 \cdot 10^{-7}$$

Для проволоки № 1—обратный ход:

$$418,92 K_1 = 50423,28$$

откуда:

$$K_1 = + 120,4 \cdot 10^{-7}$$

Для проволоки № 1 среднее значение:

$$K_1 = 122 \cdot 10^{-7}$$

Для проволоки № 2—прямой ход:

$$236,28 K_1 = 27742,47$$

¹ Проволоки сделаны из одного куска стали.

откуда:

$$K_1 = + 117,4 \cdot 10^{-7}$$

Для проволоки № 2—обратный ход:

$$418,92 K_1 = + 47112,16$$

откуда:

$$K_1 = + 112,5 \cdot 10^{-7}$$

Для проволоки № 2 среднее значение:

$$K_1 = 115 \cdot 10^{-7}$$

Линейные коэффициенты расширения стальных проволок №№ 1 и 2 нами вычислены так же по строгой формуле, предложенной проф. В. В. Поповым.

$$K = c \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \frac{c^2 [\Delta t^2] - [\Delta l^2]}{2c [\Delta t \Delta l]} \right), \quad 1$$

где

$$c = \frac{m_l}{m_t}$$

$$\Delta t = t - t_0$$

$$t_0 = \frac{[t]}{n}$$

$$l = L - L_t$$

$$\Delta l = l - l_0$$

$$l_0 = \frac{[l]}{n}$$

- п — число начальных уравнений, в данном случае, число пролетов (прямо и обратно), равное 44;
m_l — средняя квадратическая ошибка величины l, полученной при измерении одного пролета;
m_t — средняя квадратическая ошибка температуры, измеренной на каждом пролете;
t — температура, отсчитанная при измерении данного пролета;
L — истинная длина пролета, полученная из измерения инварными проволоками;
L_t — длина пролета, полученная из измерения стальной проволокой при температуре t.

Приняв

$$m_l = \pm 0,2 \text{ мм}$$

$$m_t = \pm 0,5^\circ$$

и определив из 44 начальных уравнений остальные величины, входящие в строгую формулу, будем иметь

для проволоки № 1:

¹ В. В. Попов и Д. С. Шерман. Первоклассный траверс Казань-Агрыз Извест. Гос. Союз. Треста основн. геод. работ и аэросъемки, в. V, стр. 39, 1936 г.

$$K_1 = c \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \frac{c^2 [\Delta t^2] - [\Delta l^2]}{2c[\Delta t \Delta l]} \right) =$$

$$= 0,4 \operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \frac{0,16 \times 52,0296 - 5,1552}{0,8 \times 14,3524} \right) =$$

$$= 0,4 \operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{ctg} 0,2760 \right) = 0,4 \operatorname{tg} \frac{74^\circ 34'}{2} = + 0,3045 \text{ мм (на 24 м)}$$

откуда:

$$K = + 127 \cdot 10^{-7}$$

для проволоки № 2:

$$K_2 = 0,4 \operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \frac{0,16 \times 52,0296 - 4,1507}{0,8 \times 13,0873} \right) =$$

$$= 0,4 \operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{ctg} 0,3987 \right) = 0,4 \operatorname{tg} \frac{68^\circ 16'}{2} = 0,2712 \text{ мм (на 24 м)}$$

откуда:

$$K = + 113 \cdot 10^{-7}$$

Среднее значение коэффициента, выведенного по строгой формуле, по результатам измерения проволоками № 1 и № 2, будет $K = + 120 \cdot 10^{-7}$. Сопоставляя коэффициент расширения $K = + 120 \cdot 10^{-7}$, полученный по строгой формуле, с коэффициентом $K = + 118 \cdot 10^{-7}$, выведенным по упрощенной формуле, видим, что они отличаются между собою на незначительную величину, равную $2 \cdot 10^{-7}$.

Пользуясь найденными коэффициентами, мы произвели вторичное вычисление длины базиса. Результаты приводятся ниже.

Определение длины базиса при $K_1 = 131 \cdot 10^{-7}$ и $K_2 = - 3 \cdot 10^{-7}$

Таблица 9.

№№ про- волоков	Длина базиса без учета поправки за темпер. в метрах	Поправка за температуру		Сумма температур. поправок	Длина базиса в метрах	δ мм	δ^2
		1-я погр. в мм	2-я погр. в мм				
П р я м о							
1	527,76896	+21,17	-1,70	+19,47	527,78843	+1,79	-
2	527,76993	+21,17	-1,70	+19,47	527,78940	+0,82	-
О б р а т н о							
1	527,76364	+30,02	-3,02	+27,00	527,79064	-0,42	-
2	527,76540	+30,02	-3,02	+27,00	527,79240	-2,18	-
					527,79022		8,8053

Средн. кв. ошибка длины базиса, полученного как среднее из 4-х результатов измерения стальными проволоками, будет:

$$M = \sqrt{\frac{[\delta^2]}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{8,8053}{12}} = \pm 0,86 \text{ мм}$$

Относительная ошибка будет:

$$\frac{M}{L} = \frac{1}{614000}$$

Длина базиса при $K_1 = 118 \cdot 10^{-7}$

Таблица 10

№№ про- волоки	Длина бази- са без учета поправок за температуру в метрах	Поправка за темпера- туру в мм	Длина базиса в метрах	δ мм	δ^2
		П р я м о			
1	527,76896	+19,07	527,78803	+1,99	—
2	527,76993	+19,07	527,78900	+1,02	—
		О б р а т н о			
1	527,76364	+27,01	527,79065	-0,63	—
2	527,76540	+27,01	527,79241	-2,39	—
			527,79002		11,1095

Средн. кв. ошибка длины базиса, полученного как среднее из 4-х результатов измерения стальными проволоками:

$$M = \sqrt{\frac{[\delta\delta]}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{11,1095}{12}} = \pm 0,96 \text{ мм.}$$

Относительная ошибка будет:

$$\frac{1}{550000}$$

Сравнивая длину базиса, полученную при $K_1 = 131 \cdot 10^{-7}$ и $K_2 = -3 \cdot 10^{-7}$, а также при $K = 118 \cdot 10^{-7}$, с истинной длиной базиса, равной 527,79015, видим, что они отличаются в первом случае на 0,07 мм, во втором на +0,13 мм, т. е. длина базиса получена как для первого случая, так и для второго с ничтожной абсолютной истинной ошибкой.

Далее, сравнивая длину базиса, полученную при $K_1 = +131 \cdot 10^{-7}$, $K_2 = -3 \cdot 10^{-7}$, а также длину базиса, вычисленную при $K_1 = +118 \cdot 10^{-7}$, с длиной, полученной при $K = +124 \cdot 10^{-7}$ (лабораторный коэффициент), находим разницу между ними:

$$\begin{aligned} \text{для первого случая} & -d_1 = -0,98 \text{ мм} \\ \text{для второго} & -d_2 = -1,18 \text{ мм} \end{aligned}$$

т. е. разницы эти, как и следовало ожидать, близки к истинной ошибке измерения базиса, равной -1,05 мм.

Полученный в полевых условиях коэффициент линейного расширения стальных проволок близок к лабораторному коэффициенту, равному $124 \cdot 10^{-7}$, принятому при вычислении длины опытного базиса. На основании полученных данных можно утверждать:

1. Коэффициент расширения стальных проволок K_1 достаточно определять из нормального уравнения вида:

$$[\Delta t^2] K_1 = [\Delta t],$$

так как определение K , из нормальных уравнений вида:

$$[\Delta t^2] K_1 + [\Delta t^3] K_2 = [\Delta t]$$

$$[\Delta t^3] K_1 + [\Delta t^4] K_2 = [\Delta t^2.]$$

не повышает точности K_1 (как это утверждает Б. А. Литвинов). Следовательно, можно согласиться с Б. Шейтлес, что производить вычисление K_2 нерационально. Абсолютная истинная ошибка в первом случае меньше на ничтожную величину, которую можно объяснить ошибками округления.

2. Вычисление коэффициента линейного расширения стальных проволок в полевых условиях желательно, но в случае отсутствия инварных проволок можно пользоваться коэффициентом, определенным лабораторным путем, т. е. $K = 124 \cdot 10^{-7}$.

3. Коэффициент $K = 80 \cdot 10^{-7}$, полученный Литвиновым и отличающийся от лабораторного на $44 \cdot 10^{-7}$, не пригоден для вычисления для линий, измеренных стальными проволоками.

§ 5. Производительность работ при измерении линий проволоками по штативам.

Полагая, что в смысле скорости работы измерение линий стальными проволоками ничем не отличается от измерения инварными проволоками, приведем некоторые данные, взятые из практики нашей работы. В полевой период 1936 года, линейным отрядом, в котором автор был начальником, измерено за 45 рабочих дней 180 километров *первоклассного* траверса Жирово-Питомник. Измерение производилось двумя 48-метровыми инварными проволоками при 3-х сдвигах в одном направлении. В среднем продвиг в один рабочий день равен 4 километрам, причем продвиг за первые 23 дня (период обучения и освоения техники) в среднем составлял 2,7 километра в день, а за последние 22 дня в среднем 5,4 км. В последние дни измерения траверса производительность поднялась до 7 километров в день, а 24 августа за рабочий день измерено 11 километров. Стоимость измерения одного километра оказалась равной 120 рублям.

При этом необходимо подчеркнуть, что весь технический персонал траверсной партии работал на данном виде работы впервые. Следовательно, хорошо обученный отряд может среднюю производительность измерения длин линий поднять свыше 5 километров в день, а стоимость измерения километра значительно понизить.

В полевых условиях измерение 48-метровыми проволоками идет, примерно, на 30—40% быстрее, чем измерение 24-метровыми.

Интересно сопоставить наши данные, относящиеся, повторяем, к *первоклассному* траверсу, с приведенными в литературе данными о производительности линейных измерений другими способами.

А. С. Юркевич в своей книге „Траверсы в гидротехнических изысканиях“ изд. 1937 года, приводит следующие данные: при измерении одной 50-метровой проволокой в одном направлении, по предложенным им же переносным скамейкам, средний дневной продвиг

равен 2,3 километра. При измерении 50-метровой лентой по земле, также в одном направлении, средний продвиг равен 2,8 километра в рабочий день. По точности проложенный А. С. Юркевичем траверс относится к *полигонометрии IV—V класса*, и предельная ошибка хода составляет 1/4000—1/5000.

Д. С. Шейн в своей книге „Дальномерно-базисная (параллактическая) полигонометрия“ изд. 1937 г., сообщает, что в *полигонометрии V класса* измерение линий параллактическим способом идет со скоростью 1,6—2,0 км в день.

С. В. Лотко в статье: „К вопросу экономики метода параллактической полигонометрии, предложенного проф. В. В. Даниловым“, в журнале „Геодезист“ № 3 за 1937 год пишет, что в Германии за 47 рабочих дней проложен ход параллактической полигонометрии протяжением 73,3 километра, и что пункты, определенные этим ходом, имеют точность, соответствующую точности триангуляции III класса. Любопытно, что эта убогая фашистская „производительность“ приводится, как положительный материал, подтверждающий выгодность применения метода параллактической полигонометрии, предложенного проф. В. В. Даниловым.

Насколько нам известно, метод проф. Данилова широко применяется в советской практике и при том с гораздо большим успехом, чем в Германии. Производительность же, экономическая выгодность, а главное—точность прецизионных траверсов I и II классов, проложенных в СССР по методу проф. Попова¹, оставляют далеко позади себя указанный опыт германских геодезистов.

Выводы

Полученные нами результаты и сравнение их с результатами других опытов приводят к следующему заключению:

1. Измерение стальными проволоками длин линий дает необходимую точность при работах в полигонометрии II, III, IV и V классов, а также при измерении базисов триангуляции в городах площадью до 100 кв. километров и в городской полигонометрии высших классов.

2. Температуру воздуха достаточно измерять двумя термометрами—перед началом и после окончания измерения каждого пролета. Перед отсчетами термометры нужно вращать не менее 2 минут.

3. При вычислении можно пользоваться коэффициентом линейного расширения, полученным лабораторным путем, т.-е.

$$K = 124 \cdot 10^{-7}$$

4. Компарирование проволок необходимо производить перед началом и после окончания работ. Если имеются инварные проволоки, нужно делать полевое эталонирование с целью, главным образом, оценки точности результатов измерений.

Если измерение производится 48-метровыми проволоками, то полевое эталонирование необходимо делать не только в целях

¹ В. В. Попов. „Траверс II класса“. Известия Всесоюзного треста основных геодезических и гравиметрических работ, выпуск II, 1936 г.

² В. В. Попов и Д. С. Шерман. „Первоклассный траверс Казань Агрыз, Известия Государственного Союзного Треста основных геодезических работ и Аэро съемки, вып. сж V, 1936 года.

оценки точности, но и для определения длин рабочих проволок, впредь до сооружения специального 48-метрового компаратора.

5. Высокая производительность труда при применении метода траверса, разработанного теоретически и практически проф. Поповым В. В., с измерением линий по штативам, с возможно широким применением стальных проволок, особенно 48-метровых, и достаточная точность этого метода говорят за преимущества его перед способами измерения линий методом параллактической полигонометрии, методом инж. Юркевича (по скамейкам) и др.

6. Измерение базисов триангуляции в городах с площадью менее 100 кв. километров можно производить двумя стальными проволоками—в прямом и двумя другими—в обратном направлении.

7. Измерять длины линий в траверсах II и III классов можно двумя стальными проволоками в одном направлении.

8. В полигонометрии IV и V классов можно измерять линии одной стальной проволокой в одном направлении.

9. Во всех случаях желательно применять проволоки длиной 48 метров.

ЛИТЕРАТУРА

- Ф. Н. Красовский — Руководство по высшей геодезии, ч. I, 1926 г.
Проф. Попов В. В. — Траверс II класса. Известия Всесоюзного треста основных геодезических и гравиметрических работ, выпуск II, 1936 г.
Проф. Попов В. В. и инж. Шерман — Первоклассный траверс Казань-Агрыз. Известия Государственного Союзного Треста основных геодезических работ и аэросъемки, вып. V, 1936 г.
Проф. Данилов В. В. — Траверсы II класса, 1930 г.
А. С. Чеботарев. — Полигонометрия, ММИ, 1930 г.
А. С. Чеботарев. — Дальномерная полигонометрия, 1933 г.
А. С. Юркевич — Траверсы в гидротехнических изысканиях, 1937 г.
Д. С. Шейн. — Дальномерно-базисная (параллактическая) полигонометрия, 1937 г.
Б. Шейтлес. — О полевом определении линейного коэффициента расширения стальных проволок. „Геодезист“, № 3, 1937 г.
Б. А. Литвинов. — Определение линейных коэффициентов расширения стальных проволок в полевых условиях. „Геодезист“, I, 1935.
С. В. Лотко — К вопросу экономии метода параллактической полигонометрии, предложенного проф. В. В. Даниловым. „Геодезист“, № 3, 1937 г.
Н. А. Головин. — О влиянии температуры на стальную ленту при измерении линий. „Геодезист“, № 1, 1937 г.
Ф. Павлов. — Измерение базиса стальными проволоками. „Геодезист“, № 1, 1929 г.
Н. Галанин. — О применении стальных проволок при измерении линий полигонных ходов. „Геодезист“, № 10, 1927 г.
Госплан СССР — Основная техническая инструкция по съемке городов, 1933 г.
Пранис-Праневиц. — Вычисление коэффициента расширения инварной проволоки. „Геодезист“, № 4, 1928 г.

ВЫЧИСЛЕНИЕ

данных для определения коэффициентов расширения
стальных проволок № 1 и № 2 из нормальных
уравнений вида:

$$[\Delta t^1] K_1 + [\Delta t^2] K_2 = [\Delta t^1]$$

$$[\Delta t^3] K_1 + [\Delta t^4] K_2 = [\Delta t^2]$$

Для проволоки № 1

П р я м о й х о д							$i = \frac{L-L_t}{L_t} \cdot 10^{+7}$
№№ про- летов	средн. темпер. t	$\Delta t = t - t_0$	Δt^2	L м.м	L_t м.м	$L - L_t$ м.м	
0	18,08	+ 0,68	0,46	23981,34	23981,25	+ 0,09	37,5
1	17,92	+ 0,52	0,27	23957,81	23957,43	+ 0,38	158,6
2	18,48	+ 1,08	1,17	24062,14	24061,81	+ 0,33	137,1
3	18,95	+ 1,55	2,40	23937,48	23937,16	+ 0,32	133,7
4	19,60	+ 2,20	4,84	24001,32	24000,61	+ 0,71	295,9
5	19,77	+ 2,37	5,62	23973,92	23973,09	+ 0,83	346,0
6	19,92	+ 2,52	6,35	24040,58	24039,49	+ 1,09	454,4
7	20,27	+ 2,87	8,24	23959,97	23958,95	+ 1,02	425,2
8	20,62	+ 3,22	10,37	24007,47	24006,58	+ 0,89	371,0
9	20,85	+ 3,45	11,90	23952,13	23951,03	+ 1,10	458,5
10	21,75	+ 4,35	18,92	24025,89	24024,61	+ 1,28	533,6
11	21,42	+ 4,02	16,16	23989,19	23988,14	+ 1,05	437,7
12	20,85	+ 3,45	11,90	23998,48	23997,82	+ 0,66	275,1
13	20,90	+ 3,50	12,25	23961,15	23960,29	+ 0,86	358,5
14	21,12	+ 3,72	13,84	23990,14	23988,92	+ 1,22	508,5
15	21,10	+ 3,70	13,69	23971,28	23970,09	+ 1,19	496,0
16	21,60	+ 4,20	17,64	23996,85	23995,51	+ 1,34	558,6
17	21,77	+ 4,37	19,10	24000,92	23999,50	+ 1,42	591,9
18	21,50	+ 4,10	16,81	23978,70	23977,56	+ 1,14	475,2
19	20,95	+ 3,55	12,60	24007,51	24006,68	+ 0,83	346,0
20	20,92	+ 3,52	12,39	24000,29	23999,18	+ 1,11	462,7
21	21,80	+ 4,40	19,36	23994,54	23993,26	+ 1,28	533,6
22							
	20,46	+67,34	236,28	527789,10	527768,96	+20,14	

$$[\Delta t^2] = 236,28$$

$$[\Delta t^3] = 876,83$$

$$[\Delta t^4] = 29173,40$$

$$[\Delta t^4] = 3355,19$$

$$[\Delta t^5] = 107842,73$$

Для проволоки № 1

Обратный ход							$1 = \frac{L - L_t}{L_t} \cdot 10^{+7}$
№№ пролетов	средн. темпер. t	$\Delta t = t - t_0$	Δt^2	L мм	L_t мм	$L - L_t$ мм	
0	20,75	+ 3,35	11,22	23981,91	23981,10	+ 0,81	337,6
1	21,70	+ 4,30	18,49	23957,58	23956,3	+ 1,05	437,7
2	21,67	+ 4,27	18,23	24062,37	24060,98	+ 1,39	579,4
3	21,47	+ 4,07	16,56	23937,55	23936,49	+ 1,06	441,9
4	21,32	+ 3,92	15,37	24001,66	24000,77	+ 0,89	371,0
5	21,60	+ 4,20	17,64	23973,46	23972,15	+ 1,31	546,1
6	21,17	+ 3,77	14,21	24040,68	24039,42	+ 1,26	525,2
7	21,40	+ 4,00	16,00	23959,90	23958,78	+ 1,12	466,9
8	22,15	+ 4,75	22,56	24007,89	24006,55	+ 1,34	558,6
9	21,80	+ 4,40	19,36	23951,86	23950,66	+ 1,20	500,2
10	22,50	+ 5,10	26,01	24025,77	24024,39	+ 1,38	575,2
11	22,02	+ 4,62	21,34	23989,31	23987,94	+ 1,37	571,1
12	21,77	+ 4,37	19,10	23998,72	23997,22	+ 1,50	625,3
13	21,95	+ 4,55	20,70	23961,56	23960,06	+ 1,50	625,3
14	21,25	+ 3,85	14,82	23990,62	23989,55	+ 1,07	446,0
15	21,77	+ 4,37	19,10	23971,34	23970,43	+ 0,91	379,3
16	22,25	+ 4,85	23,52	23996,48	23995,31	+ 1,17	487,7
17	21,80	+ 4,40	19,36	24001,15	23999,83	+ 1,32	550,2
18	21,65	+ 4,25	18,06	23979,02	23977,46	+ 1,56	650,3
19	21,80	+ 4,40	19,36	24007,53	24006,31	+ 1,22	508,5
20	22,50	+ 5,10	26,10	24000,36	23998,78	+ 1,58	658,6
21	22,07	+ 4,67	21,81	23994,48	23982,93	+ 1,55	646,1
22							
	21,74	95,56	418,92	527791,20	527763,64	+ 27,56	

$$[\Delta t^2] = 418,92$$

$$[\Delta t^3] = 1852,17$$

$$[\Delta t^4] = 50423,28$$

$$[\Delta L^4] = 8258,94$$

$$[\Delta L^3] = 223198,10$$

Для проволоки № 2

П р я м о й х о д							$l = \frac{L-L_t}{L_t} \cdot 10^{+7}$
№№ про- летов	средн. темпер. t	$\Delta t = t - t_0$	Δt^2	L мм	L _t мм	L-L _t мм	
0							
1	18,08	+ 0,68	0,46	23981,34	23981,31	+ 0,03	12,5
2	17,92	+ 0,52	0,27	23957,81	23957,55	+ 0,26	108,4
3	18,48	+ 1,08	1,17	24062,14	24061,63	+ 0,51	212,6
4	18,95	+ 1,55	2,40	23937,48	23937,11	+ 0,37	154,2
5	19,60	+ 2,20	4,84	24001,32	24000,56	+ 0,76	316,8
6	19,77	+ 2,37	5,62	23973,92	23973,04	+ 0,88	366,8
7	19,92	+ 2,52	6,35	24040,58	24039,81	+ 0,77	321,0
8	20,27	+ 2,87	8,24	23959,97	23959,00	+ 0,97	404,3
9	20,62	+ 3,22	10,37	24007,47	24006,64	+ 0,83	376,0
10	20,85	+ 3,45	11,90	23952,13	23951,08	+ 1,05	437,7
11	21,75	+ 4,35	18,92	24025,89	24024,71	+ 1,18	491,9
12	21,42	+ 4,02	16,16	23989,19	23987,89	+ 1,30	541,9
13	20,85	+ 3,45	11,90	23998,48	23997,98	+ 0,50	208,4
14	20,90	+ 3,50	12,25	23961,15	23960,28	+ 0,87	362,6
15	21,12	+ 3,72	13,84	23990,14	23989,38	+ 0,76	316,8
16	21,10	+ 3,70	13,69	23971,28	23970,15	+ 1,13	471,0
17	21,60	+ 4,20	17,64	23996,85	23995,67	+ 1,18	491,9
18	21,77	+ 4,37	19,10	24000,92	23999,72	+ 1,20	500,2
19	21,50	+ 4,10	16,81	23978,70	23977,48	+ 1,22	508,5
20	20,95	+ 3,55	12,60	24007,51	24006,55	+ 0,96	400,2
21	20,92	+ 3,52	12,39	24000,29	23999,17	+ 1,12	466,9
22	21,80	+ 4,40	19,36	23994,54	23993,22	+ 1,32	550,2
	20,46	67,34	236,28	527789,10	527769,93	+19,17	

$$[\Delta t^2] = 236,28$$

$$[\Delta t^3] = 876,83$$

$$[\Delta t^4] = 27742,47$$

$$[\Delta l^4] = 3355,19$$

$$[\Delta l^2] = 102491,27$$

Для проволоки № 2

Обратный ход

№№ про-летов	средн. темпер. t	$\Delta t = t - t_0$	Δt^2	L мм	L_t мм	L-L _t мм	$i = \frac{L-L_t}{L_t} \cdot 10^{+7}$
0	20,75	+ 3,35	11,22	23981,91	23980,89	+ 1,02	425,2
1	21,70	+ 4,30	18,49	23957,58	23956,58	+ 1,00	416,8
2	21,67	+ 4,27	18,23	24062,37	24061,05	+ 1,32	550,2
3	21,47	+ 4,07	16,56	23937,55	23936,61	+ 0,94	391,8
4	21,32	+ 3,92	15,37	24001,66	24000,59	+ 1,07	446,0
5	21,60	+ 4,20	17,64	23973,46	23972,27	+ 1,19	496,0
6	21,17	+ 3,77	14,21	24040,68	24039,71	+ 0,97	404,3
7	21,40	+ 4,00	16,00	23959,90	23958,90	+ 1,00	416,8
8	22,15	+ 4,75	22,56	24007,89	24006,64	+ 1,25	521,1
9	21,80	+ 4,40	19,36	23951,86	23950,81	+ 1,05	437,7
10	22,50	+ 5,10	26,01	24025,77	24024,48	+ 1,29	537,7
11	22,02	+ 4,62	21,34	23989,31	23988,09	+ 1,22	508,5
12	21,77	+ 4,37	19,10	23998,72	23997,44	+ 1,28	533,6
13	21,95	+ 4,55	20,70	23961,56	23960,38	+ 1,18	491,9
14	21,25	+ 3,85	14,82	23990,62	23989,61	+ 1,01	421,0
15	21,77	+ 4,37	19,10	23971,34	23970,25	+ 1,09	454,4
16	22,25	+ 4,85	23,52	23996,48	23995,23	+ 1,25	521,1
17	21,80	+ 4,40	19,36	24001,15	23999,99	+ 1,16	483,5
18	21,65	+ 4,25	18,06	23979,02	23977,58	+ 1,44	600,2
19	21,80	+ 4,40	19,36	24007,53	24006,37	+ 1,16	483,5
20	22,50	+ 5,10	26,10	24000,36	23998,90	+ 1,46	608,6
21	22,07	+ 4,67	21,81	23994,48	23993,03	+ 1,45	604,4
22							
	21,74	95,56	418,92	527791,20	527765,40	+25,80	

$$[\Delta t^2] = 418,92$$

$$[\Delta t^3] = 1852,17$$

$$[\Delta t^4] = 47112,16$$

$$[\Delta t^4] = 8258,94$$

$$[\Delta t^5] = 208256,72$$

Вычисление данных для определения „К“ по строгой формуле:

$$K = c \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \frac{c^2 [\Delta t^2] - [\Delta l^2]}{2c [\Delta t \Delta l]} \right)$$

для проволоки № 1 и проволоки № 2.

Проволока № 1

№ № прол.	П р я м о й х о д				О б р а т н ы й х о д			
	t	Δt	l=L-L _t мм	Δl мм	t	Δt	l=L-L _t мм	Δt мм
0	18,08	- 3,02	+ 0,09	- 0,99	20,75	- 0,35	+ 0,81	- 0,27
1	17,92	- 3,18	0,38	- 0,70	21,70	+ 0,60	1,05	- 0,03
2	18,48	- 2,62	0,33	- 0,75	21,67	+ 0,57	1,39	+ 0,31
3	18,95	- 2,15	0,32	- 0,76	21,47	+ 0,37	1,06	- 0,02
4	19,60	- 1,50	0,71	- 0,37	21,32	+ 0,22	0,89	- 0,19
5	19,77	- 1,33	0,83	- 0,25	21,60	+ 0,50	1,31	+ 0,23
6	19,92	- 1,18	1,09	+ 0,01	21,17	+ 0,07	1,26	+ 0,18
7	20,27	- 0,83	1,02	- 0,06	21,40	+ 0,30	1,12	+ 0,04
8	20,62	- 0,48	0,89	- 0,19	22,15	+ 1,05	1,34	+ 0,26
9	20,85	- 0,25	1,10	+ 0,02	21,80	+ 0,70	1,20	+ 0,12
10	21,75	+ 0,65	1,28	+ 0,20	22,50	+ 1,40	1,38	+ 0,30
11	21,42	+ 0,32	1,05	- 0,03	22,02	+ 0,92	1,37	+ 0,29
12	20,85	- 0,25	0,66	- 0,42	21,77	+ 0,67	1,50	+ 0,42
13	20,90	- 0,20	0,86	- 0,22	21,95	+ 0,85	1,50	+ 0,42
14	21,12	+ 0,02	1,22	+ 0,14	21,25	+ 0,15	1,07	- 0,01
15	21,10	0,00	1,19	+ 0,11	21,77	+ 0,67	0,91	- 0,17
16	21,60	+ 0,50	1,34	+ 0,26	22,25	+ 1,15	1,17	+ 0,09
17	21,77	+ 0,67	1,42	+ 0,34	21,80	+ 0,70	1,32	+ 0,24
18	21,50	+ 0,40	1,14	+ 0,06	21,65	+ 0,55	1,56	+ 0,48
19	20,95	- 0,15	0,83	- 0,25	21,80	+ 0,70	1,22	+ 0,14
20	20,92	- 0,18	1,11	+ 0,03	22,50	+ 1,40	1,58	+ 0,50
21	21,80	+ 0,70	1,28	+ 0,20	22,07	+ 0,97	1,55	+ 0,47

$$t_0 = \frac{[t]}{44} = \frac{928,50}{44} = 21^{\circ},10$$

$$l_0 = \frac{[l]}{44} = \frac{47,70}{44} = +1,08 \text{ мм}$$

$$[\Delta t^2] = + 52,0296$$

$$[\Delta l^2] = + 5,1552$$

$$[\Delta t \Delta l] = +14,3524$$

Проблока № 2

№ дол.	Прямой ход				Обратный ход			
	t	Δt	$l=L-L_t$ мм	Δl мм	t	Δt	$l=L-L_t$ мм	Δt мм
0	18,08	-3,02	+0,03	-0,99	20,75	-0,35	+1,22	0,00
1	17,92	-3,18	0,26	-0,76	21,70	+0,60	1,00	-0,02
2	18,48	-2,62	0,51	-0,51	21,67	+0,57	1,32	+0,30
3	18,95	-2,15	0,37	-0,65	21,47	+0,37	0,94	-0,08
4	19,60	-1,50	0,76	-0,26	21,32	+0,22	1,07	+0,05
5	19,77	-1,33	0,88	-0,14	21,60	+0,50	1,19	+0,17
6	19,92	-1,18	0,77	-0,25	21,17	+0,07	0,97	-0,05
7	20,27	-0,83	0,97	-0,05	21,40	+0,30	1,00	-0,02
8	20,62	-0,48	0,83	-0,19	22,15	+1,05	1,25	+0,23
9	20,85	-0,25	1,05	+0,03	21,80	+0,70	1,05	+0,03
10	21,75	+0,65	1,18	+0,16	22,50	+1,40	1,29	+0,27
11	21,42	+0,32	1,30	+0,28	22,02	+0,92	1,22	+0,20
12	20,85	-0,25	0,50	-0,52	21,77	+0,67	1,28	+0,26
13	20,90	-0,20	0,87	-0,15	21,95	+0,85	1,18	+0,16
14	21,12	+0,02	0,76	-0,26	21,25	+0,15	1,01	-0,01
15	21,10	0,00	1,13	+0,11	21,77	+0,67	1,09	+0,07
16	21,60	+0,50	1,18	+0,16	22,25	+1,15	1,25	+0,23
17	21,77	+0,67	1,20	+0,18	21,80	+0,70	1,16	+0,14
18	21,50	+0,40	1,22	+0,20	21,65	+0,55	1,44	+0,42
19	20,95	-0,15	0,96	-0,06	21,80	+0,70	1,16	+0,14
20	20,92	-0,18	1,12	+0,10	22,50	+1,40	1,46	+0,44
21	21,80	+0,70	1,32	+0,30	22,07	+0,97	1,45	+0,43
22								

$$t_0 = \frac{[t]}{44} = \frac{928,50}{44} = 21,^{\circ}10$$

$$l_0 = \frac{[l]}{44} = \frac{44,97}{44} = +1,02 \text{ мм}$$

$$[\Delta t^2] = + 52,0296$$

$$[\Delta l^2] = + 4,1507$$

$$[\Delta t \Delta l] = +13,0873$$

ПОЛЕВОЙ ЖУРНАЛ
измерения опытного базиса
1936 г.

Дата: 27 августа

УЧАСТОК №

Наблюдатели

{ П Лившиц А

Начало измерения: 10 00^m

{ З Попова Е.В

Конец измерения

°
t
с

Записывающий Кулешов Д. А.

Погода: ясно, легкий ветер

r. C	№, № про- летов	№ 1			№ 2			№ 980			№ 982		
		П	З	(П-З)	П	З	(П-З)	П	З	(П-З)	П	З	(П-З)
18,0	0-1	451	639	-188	318	509	-191	428	628	-200	293	488	-195
18,3		421	609	-188	281	472	-191	391	590	-199	210	402	-192
18,0		390	574	-184	199	391	-192	340	537	-197	148	340	-192
18,0		356	541	-185	307	500	-193	306	501	-195	145	341	-196
18,08											101	298	-197
				-18,62	+0,56		-19,18			-19,77	-0,33		-19,44
18,0	1-2	251	678	-427	168	599	-431	329	763	-434	199	631	-432
17,7		307	733	-426	202	634	-432	292	727	-435	242	674	-432
18,0		354	780	-426	260	691	-431	277	711	-434	287	720	-433
18,0													
17,92													
				-42,63	+0,50		-43,13			-43,43	-0,20		-43,23
17,7	2-3	703	85	+618	709	099	+610	705	096	+609	663	051	+612
18,5		657	39	+618	679	069	+610	662	052	+610	738	127	+611
18,7		768	150	+618	787	177	+610	766	157	+609	752	140	+612
19,0													
18,48													
				+61,80	+0,80		+61,00			+60,93	-0,24		+61,17
19,1	3-4	79	707	-628	46	681	-635	72	711	-639	050	686	-636
18,9		132	762	-630	85	721	-636	145	783	-638	077	712	-635
18,7		157	786	-629	108	744	-636	160	798	-638	106	740	-634
19,1											020	655	-635
18,95													
				-62,90	+0,67		-63,57			-63,83	-0,33		-63,50
19,4	4-5	461	456	+ 5	474	476	- 2	441	440	+1	444	440	+4
19,4		431	426	+ 5	420	420	- 0	414	412	+2	402	399	+3
19,6		400	392	+ 8	389	390	- 1	399	399	+0	377	374	+3
20,0		435	430	+ 5									
19,60													
				+0,57	+0,67		-0,10			+0,10	-0,23		+0,33

Дата: 27 августа

УЧАСТОК №

Наблюдатели

П

Начало измерения

З

Конец измерения: 15^h 45^m

°

Записывающий

c

Погода

t°С	№№ про- летов	№ 1			№ 2			№ 985			№ 986		
		П	З	(П-З)	П	З	(П-З)	П	З	(П-З)	П	З	(П-З)
20,5	1-0	190	379	-189	373	569	-196	211	405	-194	201	388	-187
20,5		217	405	-188	402	600	-198	258	451	-193	178	365	-187
20,9		200	387	-187	375	570	-195	229	421	-192	491	680	-189
21,1		219	406	-187	288	483	-195	178	370	-192	452	641	-189
20,75				-18,77	+0,83		-19,60			-19,27	-0,47		-18,80
21,6	2-1	341	776	-435	200	642	-442	310	749	-439	176	608	-432
21,5		275	710	-435	150	590	-440	281	720	-439	142	575	-433
21,7		221	657	-436	99	540	-441	219	659	-440	118	549	-431
22,0													
21,70				-43,53	+0,57		-44,10			-43,93	-0,73		-43,20
21,9	3-2	728	119	+609	712	107	+605	706	188	+608	696	79	+617
21,8		702	92	+610	730	127	+603	750	141	+609	637	21	+616
21,4		694	84	+610	759	153	+606	730	121	+609	769	152	+617
21,6					762	159	+603						
21,67				+60,97	+0,55		+60,42			+60,87	-0,80		+61,67
21,4	4-3	126	761	-635	110	751	-641	109	749	-640	144	778	-634
21,4		95	731	-636	149	790	-641	149	788	-639	118	750	-632
21,5		108	744	-636	101	741	-640	100	739	-639	99	731	-632
21,6													
21,47				-63,57	+0,50		-64,07			-63,93	-0,66		-63,27
21,5	5-4	248	241	+7	371	372	-1	460	459	+1	407	397	+10
21,5		300	292	+8	310	311	-1	398	397	+1	365	357	+8
21,1		287	280	+7	249	249	0	367	365	+2	235	225	+10
21,2													
21,32				+0,73	+0,80		-0,07			+0,13	-0,80		+0,93

Дата: 27 августа

УЧАСТОК №

Наблюдатели

П Лившиц А.

Начало измерения: 10 00^m

З Попова Е.

Конец измерения

o
t
c

Записывающий Кулешов Д. А.

Погода: ясно, легкий ветер

р.с	№№ про- летов	№ 1			№ 2			№ 980			№ 982			
		П	З	(П-З)	П	З	(П-З)	П	З	(П-З)	П	З	(П-З)	
20,0	5-6	307	575	-268	191	467	-276	218	490	-272	198	466	-268	
19,9		280	549	-269	248	523	-275	275	547	-272	244	513	-269	
19,5		259	527	-268	270	544	-274	311	584	-273	290	560	-270	
19,7														
19,77														
				-26,83	+0,67		-27,50			-27,23	-0,33		-26,90	
20,2	6-7	730	330	+400	582	187	+395	538	140	+398	641	240	+401	
19,9		696	299	+397	555	159	+396	510	111	+399	610	210	+400	
19,7		680	280	+400	510	113	+397	462	065	+397	591	191	+400	
19,9		590	191	+399										
19,92														
				+39,90	+0,30		+39,60			+39,80	-0,23		+40,03	
20,1	7-8	239	648	-409	168	583	-415	099	511	-412	112	522	-410	
20,1		203	613	-410	210	627	-417	138	549	-411	189	597	-408	
20,7		150	561	-411	257	672	-415	155	567	-412	221	631	-410	
20,2														
20,27														
				-41,00	+0,57		-41,57			-41,17	-0,24		-40,93	
20,6	8-9	770	706	+64	580	521	+59	461	400	+61	476	410	+66	
20,5		738	672	+66	549	489	+60	401	339	+62	439	375	+64	
20,6		688	622	+66	509	449	+60	373	311	+62	407	341	+66	
20,8														
20,62														
				+6,53	+0,56		+5,97			+6,17	-0,36		+6,53	
20,1	9-10	259	748	-489	159	653	-494	029	519	-490	060	547	-487	
20,1		215	704	-489	140	635	-495	68	558	-490	45	533	-488	
21,7		193	683	-490	224	720	-496	104	595	-491	124	612	-488	
21,5														
20,85														
				-48,93	+0,57		-49,50			-49,03	-0,26		-48,77	

Начало измерения: 13⁰⁰

Наблюдатели

3 Попова Е.

Конец измерения

°
t
c

Записывающий Кулешов Д.А.

Погода: ясно, легкий ветер

р.-с	№№ про- летов	№ 1			№ 2			№ 985			№ 986		
		П	З	(П-З)	П	З	(П-З)	П	З	(П-З)	П	З	(П-З)
21,4	6-5	220	498	-278	218	500	-282	331	610	-279	230	501	-271
21,6		321	598	-277	187	470	-283	292	571	-279	169	441	-272
21,7		402	680	-278	158	441	-283	221	500	-279	122	395	-273
21,7													
21,60					-27,77	+0,50		-28,27			-27,90	-0,70	
21,0	7-6	693	296	+397	579	184	+395	665	267	+398	605	202	+403
21,1		695	296	+399	538	143	+395	616	219	+397	542	140	+402
21,3		539	140	+399	620	225	+395	572	175	+397	508	105	+403
21,3													
21,17					+39,83	+0,33		+39,50			+39,73	-0,54	
21,8	8-7	141	553	-412	222	640	-418	149	563	-414	161	570	-409
21,8		118	530	-412	176	592	-416	58	472	-414	103	512	-409
21,0		339	750	-411	246	662	-416	167	580	-413	64	473	-409
21,0													
21,40					-41,17	+0,50		-41,67			-41,37	-0,47	
22,4	9-8	195	130	+65	312	252	+60	451	388	+63	400	330	+70
22,6		306	240	+66	287	227	+60	370	305	+65	339	268	+71
21,8		203	139	+64	252	193	+59	318	252	+66	302	232	+70
21,8													
22,15					+6,50	+0,53		+5,97			+6,47	-0,56	
22,5	10-9	236	729	-493	216	712	-496	198	692	-494	108	597	-489
22,6		161	654	-493	192	690	-498	155	650	-495	62	551	-489
21,0		107	600	-493	171	670	-499	108	603	-495	40	529	-489
21,1													
21,80					-49,30	+0,47		-49,77			-49,47	-0,57	

Дата: 27 августа

УЧАСТОК №.....

Наблюдатели

{ П Лившиц А

Начало измерения: 10 00^m

{ З Попова Е.

Конец измерения

°

Записывающий Булешов Д.А

t

Погода: ясно, легкий ветер

c

t °C	№№ про- летов	№ 1			№ 2			№ 980			№ 982		
		П	З	(П-З)	П	З	(П-З)	П	З	(П-З)	П	З	(П-З)
21,8	10-11	500	251	+249	584	340	+244	562	311	+251	632	380	+252
21,7		464	218	+246	554	312	+242	526	279	+247	577	327	+250
21,5		428	179	+249	607	364	+243	482	235	+247	531	278	+253
22,0		399	150	+249				520	270	+250			
21,75								440	191	+249			
				+24,82	+0,52		+24,30			+24,88	-0,29		+25,17
21,1	11-12	294	411	-117	128	252	-124	110	229	-119	198	314	-116
21,2		326	443	-117	193	320	-127	178	296	-118	136	252	-116
21,6		368	486	-118	230	357	-127	210	329	-119	153	270	-117
21,8													
21,42													
				-11,73	+0,87		-12,60			-11,87	-0,24		-11,63
21,0	12-13	601	623	-22	496	523	-27	602	629	-27	526	550	-24
21,0		577	598	-21	462	489	-27	583	610	-27	504	529	-25
20,7		556	578	-22	438	463	-25	569	597	-28	453	477	-24
20,7													
20,85													
				-2,17	+0,46		-2,63			-2,73	-0,30		-2,43
20,9	13-14	217	613	-396	148	552	-404	108	508	-400	267	665	-398
20,9		180	578	-398	183	588	-405	183	585	-402	235	634	-399
20,8		143	542	-399	239	642	-403	160	561	-401	200	599	-399
21,0													
20,90													
				-39,77	+0,63		-40,40			-40,10	-0,23		-39,87
21,1	14-15	419	526	-107	346	453	-107	640	748	-10	496	600	-104
21,2		391	498	-107	315	422	-107	591	699	-108	462	565	-103
21,0		432	539	-107	290	399	-109	569	675	-106	445	549	-104
21,2					412	521	-109						
21,12					460	571	-111						
				-10,70	+0,16		-10,86			-10,73	-0,36		-10,37

Дата: 27 августа

УЧАСТОК №

Наблюдатели

Начало измерения

П

З

Конец измерения: 15^h 45^m

0

t

с

Записывающий

Погода

t°С	№№ про- летов	№ 1			№ 2			№ 985			№ 986			
		П	З	(П--З)	П	З	(П--З)	П	З	(П--З)	П	З	(П--З)	
22,9	11—10	345	99	+246	439	199	+240	495	248	+247	639	387	+252	
22,8		300	54	+246	350	109	+241	463	216	+247	582	331	+251	
22,2		252	06	+246	309	68	+241	391	145	+246	480	229	+251	
22,1														
22,50														
				+24,60	+0,53		+24,07			+24,67	-0,46		+25,13	
22,4	12—11	650	770	-120	408	532	-124	498	619	-121	579	690	-111	
22,2		550	669	-119	368	492	-124	450	569	-119	448	561	-113	
21,9		461	580	-119	337	461	-124	408	530	-122	489	601	-112	
21,6														
22,02														
				-11,93	+0,47		-12,40			-12,07	-0,87		-11,20	
22,0	13—12	428	455	-27	560	591	-31	592	619	-27	511	531	-20	
21,5		391	420	-29	485	517	-32	550	577	-27	448	468	-20	
22,0		355	382	-27	426	458	-32	516	543	-27	392	412	-20	
21,6														
21,77														
				-2,77	+0,40		-3,17			-2,70	-0,70		-2,00	
21,8	14—13	308	708	-400	256	660	-404	279	679	-400	80	470	-390	
21,9		258	659	-401	238	641	-403	199	600	-401	260	651	-391	
22,0		211	610	-399	200	602	-402	139	540	-401	159	550	-391	
22,1											100	492	-392	
21,95														
				-40,00	+0,30		-40,30			-40,07	-0,97		-39,10	
21,5	15—14	170	270	-100	128	233	-105	190	292	-102	245	343	-98	
21,8		206	307	-101	190	297	-107	307	410	-103	323	422	-99	
21,0		243	344	-101	234	341	-107	331	435	-104	359	458	-99	
20,7		177	278	-101										
21,25														
				-10,07	+0,56		-10,63			-10,30	-0,43		-9,87	

Дата: 27 августа

УЧАСТОК №

Наблюдатели (П Попова Е.
З Лившиц А.)

Начало измерения

Конец измерения: 12^h 40^mo
t
c

Записывающий Кулешов Д. А.

Погода: ясно, легкий ветер

t-C	№№ про- летов	№ 1			№ 2			№ 980			№ 982		
		П	З	(П-З)	П	З	(П-З)	П	З	(П-З)	П	З	(П-З)
21,0	15-16	210	510	-300	274	579	-305	151	452	-301	118	413	-295
21,0		186	486	-300	228	533	-305	247	547	-300	146	443	-297
21,3		258	557	-299	181	487	-306	291	592	-301	195	492	-297
21,1													
21,10													
				-29,97	+0,56		-30,53			-30,07	-0,44		-29,63
21,9	16-17	563	608	-45	277	327	-50	602	645	-43	509	550	-41
21,6		524	569	-45	231	280	-49	566	610	-44	480	520	-40
21,4		487	531	-44	190	239	-49	527	570	-43	425	466	-41
21,5													
21,60													
				-4,47	+0,46		-4,93			-4,33	-0,26		-4,07
22,0	17-18	343	346	-3	477	482	-5	398	399	-1	550	548	+2
22,0		300	303	-3	440	448	-8	344	345	-1	512	510	+2
21,5		276	279	-3	415	423	-8	279	280	-1	475	473	+2
21,6					474	481	-7						
21,77													
				-0,30	+0,40		-0,70			-0,10	-0,30		+0,20
21,6	18-19	37	260	-223	200	432	-232	99	324	-225	308	530	-222
21,5		02	226	-224	370	601	-231	66	290	-224	273	496	-223
21,4		123	348	-225	290	520	-230	38	262	-224	208	430	-222
21,5													
21,50													
				-22,40	+0,70		-23,10			-22,43	-0,20		-22,23
21,0	19-20	477	404	+73	312	248	+64	415	347	+68	480	408	+72
21,4		436	363	+73	261	196	+65	370	300	+70	432	361	+71
20,3		400	327	+73	245	177	+68	340	270	+70	375	302	+73
21,1					168	103	+65						
20,95													
				+7,30	+0,75		+6,55			+6,93	-0,27		+7,20

Дата: 27 августа

УЧАСТОК №

Наблюдатели { П Лившиц А.
З Попова Е.Начало измерения: 13⁰⁰

Конец измерения

Записывающий Кулешов Д.А.

Погода: ясно, легкий ветер

t_c

t _c	№№ про- летов	№ 1			№ 2			№ 985			№ 986			
		П	З	(П-З)	П	З	(П-З)	П	З	(П-З)	П	З	(П-З)	
22,2	16-15	309	605	-296	321	626	-305	88	389	-301	377	671	-294	
22,4		264	560	-296	434	738	-304	59	360	-301	353	649	-296	
21,5		313	610	-297	371	675	-304	182	482	-300	282	578	-296	
21,0														
21,77														
				-29,63	+0,80		-30,43				-30,07	-0,54		-29,53
22,5	17-16	212	260	-48	221	275	-54	218	265	-47	243	288	-45	
22,6		297	342	-45	307	361	-54	260	308	-48	190	233	-43	
22,4		184	231	-47	352	405	-53	342	390	-48	215	259	-44	
21,5											200	243	-43	
22,25														
				-4,67	+0,70		-5,37				-4,77	-0,40		-4,37
22,0	18-17	589	589	0	485	490	-5	421	420	+1	475	469	+6	
22,0		628	627	+1	428	432	-4	497	499	-2	378	371	+7	
21,7		670	670	0	386	390	-4	539	540	-1	325	320	+5	
21,5														
21,80														
				+0,03	+0,46		-0,43				-0,07	-0,67		+0,60
21,8	19-18	374	599	-225	266	496	-230	328	552	-224	299	515	-216	
21,9		330	555	-225	233	463	-230	279	502	-223	138	355	-217	
21,1		302	527	-225	212	442	-230	151	375	-224	098	315	-217	
21,8														
21,65														
				-22,50	+0,50		-23,00				-22,37	-0,70		-21,67
22,1	20-19	269	199	+70	433	370	+63	658	590	+68	434	360	+74	
22,2		325	256	+69	356	293	+63	612	544	+68	341	268	+73	
21,5		451	382	+69	158	093	+65	552	485	+67	301	227	+74	
21,4														
21,80														
				+6,93	+0,56		+6,37				+6,77	-0,60		+7,37

Дата: 27 августа

УЧАСТОК №.....

Наблюдатели { П Попова Е.
З Лившиц А.

Начало измерения.....

Конец измерения: 12^h 40^mt^o.....
c

Записывающий Кулешов Д. А

Погода: ясно, легкий ветер

p—C	№№ про- летов	№ 1			№ 2			№ 980			№ 982		
		П	З	(П-З)	П	З	(П-З)	П	З	(П-З)	П	З	(П-З)
20,9	20—21	530	539	-9	285	300	-15	711	720	-9	413	420	-7
20,9		492	500	-8	253	269	-16	663	673	-10	375	381	-6
21,1		438	447	-9	226	240	-14	634	644	-10	327	335	-8
20,8													
20,92													
				-0,87	+0,63		-1,50			-0,97	-0,27		-0,70
22,0	21—22	621	683	-62	532	600	-68	160	222	-62	514	572	-58
22,5		590	651	-61	489	557	-68	317	378	-61	479	536	-57
21,2		160	222	-62	450	519	-69	309	370	-61	443	501	-58
21,5		228	290	-62				282	344	-62	265	323	-58
21,80													
				-6,17	+0,66		-6,83			-6,15	-0,38		-5,77

Примечание: 1) Термометры 1 и 3 были обмотаны стальной проволокой.

2) Отсчет по термометру 1 и 2 производился перед измерением стальной проволокой.

Дата: 27 августа

УЧАСТОК № _____

Наблюдатели { П Лившиц А.
З Попова Е.В.Начало измерения: 13⁰⁰

Конец измерения

t^o
c

Записывающий Кулишов Д.А.

Погода: ясно, легкий ветер

t ^o -C	№№ про- летов	№ 1			№ 2			№ 985			№ 986		
		П	З	(П-З)	П	З	(П-З)	П	З	(П-З)	П	З	(П-З)
23,0	21-20	110	123	-13	298	317	-19	321	333	-12	109	112	-3
22,9		127	140	-13	236	254	-18	352	364	-12	174	178	-4
22,0		149	161	-12	208	224	-16	374	386	-12	209	212	-3
22,1													
22,54				-1,27	+0,50		-1,77			-1,20	-0,87		-0,33
22,0	21-20	601	666	-65	338	410	-72	627	690	-63	348	406	-58
21,8		534	599	-65	378	448	-70	498	560	-62	301	360	-59
22,0		492	558	-66	450	519	-69	462	527	-65	280	335	-55
22,5		534	598	-64	618	688	-70	405	472	-67	248	301	-53
22,07				-6,50	+0,52		-7,02			-6,42	-0,80		-5,62

Примечание: 3) Отсчет по термометру 3 и 4 производился сейчас-же после окончания измерения стальными проволоками.

4) Перед отсчетом термометр вращался.

В. Н. КАШУТИН

Кандидат сельскохозяйственных наук

Способ расчета тары для северных комбайнов СКАГ-5А

Конструктивные особенности северных комбайнов СКАГ—5, СКАГ—5А и СКАГ—7 способствуют все большему их распространению в северные наиболее увлажненные области, края и районы нашего Союза. Опыт работы северными комбайнами за последние годы показал, что весьма большое влияние на их производительность оказывают обеспеченность тарой (мешками) и правильная организация транспорта намолоченной массы (невейки). Количество мешков, потребное для бесперебойной работы северных комбайнов, величина далеко не постоянная и зависит от многих условий, как то: а) урожайности убираемой культуры (высоты стеблестоя, засоренности сорняками), б) производительности машины, в) расстояния от места работы до разгрузочного пункта, г) вида перевозочных средств и д) метеорологических условий в период уборки. Определение потребного количества мешков (проверенное при изучении работы северных комбайнов в БССР) можно производить следующим способом: зная V —часовую километровую скорость перемещения машины во время работы и A —ширину захвата режущего аппарата в метрах, определяем P —производительность комбайна в га за один час:

$$P = \frac{AV}{10} \dots \dots \dots (1);$$

зная B —биологическую урожайность невейки с 1 га в центнерах и q —весовую емкость мешка в центнерах, определяем K —количество мешков, наполняемых комбайном за 1 час чистой работы:

$$K = \frac{P \cdot B}{q} \dots \dots \dots (2).$$

Но, если в час комбайн будет наполнять K штук мешков, а отвозить от комбайна будем только K_1 шт. мешков, то разница между $K - K_1$ даст остаток неотвезенных мешков от комбайна после каждого часа работы, что за T часов чистой работы комбайна составит $T(K - K_1)$ штук накопившихся возле комбайна мешков. Но мешки все время увозятся и подвозятся, следовательно, если на одну подводу (в зависимости от количества упряжных животных и условий транспорта) будем грузить d шт. мешков, при количестве от-

правляемых от комбайна в один час K_1 шт., то промежуток времени t —между каждой отправленной или прибывшей подводой с мешками—можно определить из равенства $d=K_1 t$, откуда:

$$t = \frac{d}{K_1} \dots \dots \dots (3).$$

В зависимости же от S —расстояния убираемого участка от ссыпного пункта и скорости перемещения подвод v —с грузом и v_1 —без груза, время нахождения каждой подводы в пути, или время полного оборота подводы— T_1 , определится следующей формулой:

$$T_1 = \frac{S}{v} + \frac{S}{v_1} + \frac{h \cdot d}{60} \dots \dots (4),$$

где $\frac{h \cdot d}{60}$ — время в часах, потребное на сборку и высыпку мешков для одной подводы, считая $\frac{h}{60}$ —время, потребное для одного мешка. Тогда n —количество подвод, потребное для работы комбайна, будет равно:

$$n = \frac{T_1}{t} = \frac{T_1 K_1}{d} \dots \dots \dots (5)^1).$$

Но для бесперебойной работы комбайна за время T , кроме остатка неотвезенных мешков $T(K-K_1)$, потребуется еще дополнительное количество мешков $K_1 T_1$, или $d n$ находящихся в пути на подводах за время T_1 и плюс $K_1 t$ или d —необходимый запас пустых мешков, возле комбайна, для одной подводы. Поэтому количество мешков, потребное для работы комбайна за время T , определится следующей формулой: $Q = T(K-K_1) + K_1 T_1 + K_1 t$

$$\text{или } Q = T(K-K_1) + K_1(T_1 + t) \dots \dots (6),$$

где, заменяя T_1 через $t n$ согласно уравнения 5 и делая соответствующие преобразования, находим:

$$Q = T(K-K_1) + d(n+1) \dots \dots (7).$$

Для обеспечения зерна от порчи, особенно при уборке во время влажной погоды или засоренных культур, дающих мякину с высокой влажностью, необходимо минимальное время совместного нахождения зерна и мякины. Тогда количество отвозимых мешков в час $K_1 \rightarrow K$ и при случае, когда $K_1=K$ (к чему необходимо стремиться, т. к. в этом случае будет наиболее правильная организация транспорта намолоченной массы), формулы (6) и (7) примут следующий вид:

¹⁾ Так как n есть частное от деления T_1 на t , и оно не всегда может получиться целым числом, то при определении числа подвод при остатке c , большем половины делителя или равным половине его, остаток иривнимается за единицу, при остатке же, меньшем половины—последний делится на n и умножается на d , т. е. $\frac{c}{n} \cdot d$, и полученный результат прибавляется к d , т. е. остаток мешков размещается на фактически взятых подводах. Величина $\frac{c}{n} \cdot d$ в этом случае прибавляется и к Q .

$$Q = KT_1 + d \dots \dots \dots (8)$$

$$Q = d(n + 1) \dots \dots \dots (9)$$

Или, имея заданное Q , по формуле (9) можно определить и n :

$$n = \frac{Q}{d} - 1 \dots \dots \dots (10)$$

Учитывая, что во время пути та или иная подвода может почему-либо задержаться, к окончательному количеству мешков, полученному по формулам (8) и (9), можно сделать некоторый процент прибавки или целиком добавить d — количество мешков, отвозимых одной подводой.

Пример: Определить потребное количество мешков — Q и потребное количество подвод — n , при уборке ржи северным комбайном СКАГ-5А, зная следующие данные:

1. Уборка будет производиться трактором ХТЗ на II-й скорости $V = 4,2$ км/час, при полной ширине захвата $A = 2,5$ м. Биологическая урожайность зерна 20 цн., урожайность невейки B — согласно таблицы — можно считать 23,0 цн. Расстояние от поля до колхоза 2,5 км. Считая, что уборка происходит во влажную погоду, принимаем среднюю весовую емкость мешка $q = 40$ кг. Колхоз располагает парными подводами, следовательно, количество мешков, груженых на одну подводу, можно принять $d = 20$. Скорость груженой подводы $v = 3,5$ км/час, скорость разгруженной подводы $v_1 = 7,5$ км/час. Отвозка мешков должна быть организована без их залежи возле комбайна.

При подсчете весового количества невейки можно пользоваться следующей таблицей.

Таблица весовых соотношений в %/о между зерном и мякиной, полученная по опытным данным при изучении работы комбайнов в БССР

Культура	Зерна	Мякины	Примечание
Рожь	100	9—19	Весовое количество мякины возрастает при: а) увеличении влажности и количества сорняков и б) при уменьшении высоты стеблестоя.
Пшеница	"	15—21	
Ячмень	"	17—33	
Овес	"	17—27	

Решение: 1) Определяем производительность по формуле (1):

$$P = \frac{2,5 \cdot 4,2}{10} = \frac{10,5}{10} = 1,05 \text{ га за час.}$$

2) Определяем количество намолоченных мешков в час по формуле (2):

$$K = \frac{1,05 \cdot 23,0}{0,4} = 60,3 \text{ шт. час.}$$

3) Определяем t — промежуток времени между отправляемыми подводами по формуле (3), находим:

$$t = \frac{20}{60} = 0,33 \text{ ч. (или 20 минут).}$$

4) Определяем T_1 — время полного оборота подводы — по формуле (4), считая, что h равно одной минуте:

$$T_1 = \frac{2,5}{3,5} + \frac{2,5}{7,5} + \frac{20}{60} = 0,71 + 0,33 + 0,33 = 1,37 \text{ часа (или 1 час 22,5 мин.)}$$

5) Определяем n — потребное количество подвод — по формуле (5):

$$n = \frac{1,37}{0,33} = 4,15 \dots \dots \dots \text{(или 4 подводы).}$$

6) Определяем Q — потребное количество мешков — по формуле (8) или (9):

$$Q = 83 + 20 = 103, \text{ или } Q = 20 (4,15 + 1) = 103.$$

Но т. к. при определении n у нас имелся остаток $c = 0,15$, то к окончательному количеству мешков, полученному по формуле (8) или (9), необходимо еще добавить величину $\frac{c}{n} \cdot d$, или

$$\frac{0,15}{4} \cdot 20 = 0,75 \text{ или } \approx 1 \text{ шт., т. е. } Q = 103 + 1 = 104 \text{ штуки.}$$

Делаем надбавку — запас на одну подводу, но т. к. и d — должно быть равно не 20, а $20 + \frac{c}{n} \cdot d$, т. е. 21 шт., то окончательно получаем:

$$Q = 104 + 21 = 125 \text{ шт. мешков.}$$

И. В. ЗУБРИЦКИЙ

Способ совместного определения приближенного значения географической широты места, поправки хронометра и азимута земного направления

§ 1.

В условиях экспедиционных астрономо-геодезических работ могут быть случаи незнания наблюдателем начальных значений географической широты пункта наблюдения, поправки хронометра и азимута земного направления, без которых, вообще говоря, трудно организовать сами наблюдения на пункте. Правда, известен в практике астронома-геодезиста способ П. Смыслова, дающий возможность определить приближенное значение широты, поправку хронометра и место зенита инструмента. Однако, неудобство этого способа заключается в том, что он требует специальных наблюдений, для постановки которых необходимо знать приближенное направление географического меридиана пункта наблюдения или хотя-бы грубое значение поправки хронометра, так как звезды в этом способе должны быть наблюдаемы вблизи верхней кульминации.

Вышеуказанные начальные значения широт, поправок хронометра и азимутов направлений достаточно получить при этом с довольно грубою точностью и, тем не менее, приступить к окончательной обработке результатов наблюдений. Так, например, при определении поправки хронометра можно окончательные вычисления производить, если начальное значение широты будет известно с ошибкою до одной минуты; конечно, в дальнейшем необходимо будет ввести дифференциальную поправку за ошибку широты.

Настоящая работа имеет своей целью предложить способ определения начальных значений широты места, поправки хронометра и азимута земного направления, используя при этом наблюдения по определению широты пункта из измерения абсолютных зенитных расстояний звезд.

Пусть в некоторый момент произведено наблюдение Полярной (α Ursae minoris) с отсчетами по вертикальному кругу инструмента и по хронометру, поправка которого неизвестна.

Обозначим исправленное за рефракцию и уровень зенитное расстояние для момента наблюдения через Z_1 , а соответствующий отсчет по хронометру через T_1 .

Произведя наблюдения той же звезды в близкий к первому момент, получим соответственно Z_2 и T_2 .

Пренебрегая величиною хода хронометра вследствие близости моментов наблюдений, можно посчитать разность часовых углов звезды для этих моментов равной разности отсчетов по хронометру. Если t_1 и t_2 —часовые углы α Ursae minoris для двух близких моментов наблюдения ее, а Δt —промежуток времени между двумя указанными моментами, то имеем:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = T_2 - T_1 \dots \dots \dots (1)$$

При этом предполагается, что хронометр звездный; в случае работы с средним хронометром, необходимо для получения Δt разность $T_2 - T_1$ перевести по соответствующим таблицам в промежуток звездного времени.



Если на чертеже 1:

Z —зенит места наблюдения,

P —полюс мира,

σ —положение α Ursae minoris,

то $PZ = 90 - \varphi$, где φ —широта места наблюдения;

$P\sigma = 90 - \delta = \Delta$, где Δ —полярное расстояние звезды;

$Z\sigma = Z$ —зенитное расстояние звезды;

$K\sigma$ —дуга, перпендикулярная дуге меридиана;

$KZ = \zeta$ —проекция зенитного расстояния на меридиан;

$PK = x$ —вспомогательная величина.

Для каждого из двух близких моментов наблюдений α Ursae minoris можно написать:

$$90 - \varphi = \zeta_1 + x_1$$

$$90 - \varphi = \zeta_2 + x_2$$

или $\varphi = 90 - \zeta_1 - x_1$

$$\varphi = 90 - \zeta_2 - x_2$$

Складывая и вычитая последние два равенства, получим:

$$\varphi = 90^\circ - \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} - \frac{x_1 + x_2}{2} \dots \dots (2)$$

$$\zeta_2 - \zeta_1 = x_1 - x_2 \dots \dots \dots (3)$$

Обозначим: $\frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} = \zeta$ и $\frac{x_1 + x_2}{2} = x$,

тогда формула (2) переписывается так:

$$\varphi = 90^\circ - \zeta - x \dots \dots \dots (4)$$

Примем $\zeta_2 - \zeta_1 = Z_2 - Z_1 = \Delta z \dots \dots \dots (5)$

Несложные вычисления приводят нас к заключению, что ошиб-

ка от последней замены для моментов наблюдений, отстоящих друг от друга до 8 минут времени, даже для наихудших случаев, не превзойдет величины $0^{\circ},5$.

Тогда формула (3) переписывается так:

$$\Delta z = x_1 - x_2 \dots \dots \dots (6),$$

$$\text{или } \operatorname{tg}(\Delta z) = \operatorname{tg}(x_1 - x_2) = \frac{\operatorname{tg} x_1 - \operatorname{tg} x_2}{1 + \operatorname{tg} x_1 \operatorname{tg} x_2}.$$

Из треугольника $PK\sigma$ следует, что $\operatorname{tg} x_1 = \operatorname{tg} \Delta_1 \operatorname{Cost}_1$, и $\operatorname{tg} x_2 = \operatorname{tg} \Delta_2 \operatorname{Cost}_2$, почему будем иметь:

$$\operatorname{tg}(\Delta z) = \frac{\operatorname{tg} \Delta_1 \operatorname{Cost}_1 - \operatorname{tg} \Delta_2 \operatorname{Cost}_2}{1 + \operatorname{tg} \Delta_1 \operatorname{tg} \Delta_2 \operatorname{Cost}_1 \operatorname{Cost}_2}.$$

Для двух близких моментов наблюдения α *Ursae minoris* полярные расстояния ее будут отличаться лишь на $0^{\circ},001$, поэтому примем, что $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$; кроме того, из формулы (1) $t_2 = t_1 + \Delta t$, и тогда получим:

$$\operatorname{tg}(\Delta z) = \frac{\operatorname{tg} \Delta [\operatorname{Cost}_1 - \operatorname{Cos}(t_1 + \Delta t)]}{1 + \operatorname{tg}^2 \Delta \operatorname{Cos} t_1 \operatorname{Cos}(t_1 + \Delta t)} \quad (7),$$

$$\text{или } \operatorname{tg}(\Delta z) = \frac{2 \operatorname{tg} \Delta \operatorname{Sn} \frac{\Delta t}{2} \cdot \operatorname{Sn}(t_1 + \frac{\Delta t}{2})}{1 + \operatorname{tg}^2 \Delta \operatorname{Cos} t_1 \operatorname{Cos}(t_1 + \Delta t)},$$

$$\text{откуда } \operatorname{Sn}(t_1 + \frac{\Delta t}{2}) = \frac{\operatorname{tg}(\Delta z) [1 + \operatorname{tg}^2 \Delta \operatorname{Cos} t_1 \operatorname{Cos}(t_1 + \Delta t)]}{2 \operatorname{tg} \Delta \operatorname{Sn} \frac{\Delta t}{2}} \quad (8)$$

Исследование члена, стоящего в числителе правой части равенства (8) и заключенного в квадратные скобки, показывает, что значение его отличается от единицы лишь на $0,0003$ при наибольшем его значении (при $t = 0^{\circ}$). На этом основании можно первое значение $(t_1 + \frac{\Delta t}{2})$ получить по такой формуле:

$$\operatorname{Sn}(t_1 + \frac{\Delta t}{2}) = 0,5 \frac{\operatorname{tg}(\Delta z)}{\operatorname{tg} \Delta \operatorname{Sn} \frac{\Delta t}{2}} \dots \dots \dots (9)$$

$$\text{и, далее, найти } t'_1 = (t_1 + \frac{\Delta t}{2}) - \frac{\Delta t}{2} \dots \dots \dots (10)$$

Полученное значение t'_1 можно использовать для определения $t_1 + \frac{\Delta t}{2}$ по точной формуле (8) и вновь окончательно найти t_1 по формуле (10).

Определивши t_1 , находим t_2 по формуле (1).

Для этих значений часовых углов легко получить величины ζ и x , необходимые для вычисления широты места по формуле (2). Вместо того, чтобы вычислять дважды ζ и x , удобнее вычислить их один раз для часового угла t , среднего из t_1 и t_2 , так что

$$t = \frac{t_1 + t_2}{2} = t_1 + \frac{\Delta t}{2} \dots \dots \dots (11),$$

и воспользоваться формулою (4) для определения широты места.

Вычисление азимута Полярной α , широты места φ и поправки хронометра U , зная часовой угол, произведем по следующим формулам:

$$\sin \alpha = \frac{\sin t \sin \Delta}{\sin Z} \dots \dots \dots (12)$$

$$\operatorname{tg} \zeta = \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{tg} Z \dots \dots \dots (13)$$

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \Delta \operatorname{Cos} t \dots \dots \dots (14)$$

$$\varphi = 90 - (\zeta + x) \dots \dots \dots (15)$$

$$U = \alpha \pm t - T_1 \dots \dots \dots (16),$$

где α —прямое восхождение α Ursae minoris, а $Z = \frac{Z_1 + Z_2}{2}$.

§ 2.

При нахождении величины t_1 , по формулам 8—10, мы получаем часовой угол только для положения α Ursae minoris на западе вблизи верхней кульминации; при других же положениях получается, вообще говоря, угол между кругом склонения, проходящим через звезду, и южною или северною частью небесного меридиана.

Чтобы найти часовой угол момента наблюдения звезды по найденному табличному его значению, необходимо установить, во-первых, на западе или востоке наблюдается α Ursae minoris и, во-вторых, вблизи какой кульминации—верхней или нижней.

Очевидно, если $\Delta z = Z_2 - Z_1$ будет величиною положительною, то α Ursae minoris находится на западе, если же Δz отрицательна, то звезда на востоке.

Вблизи какой кульминации наблюдается α Ursae minoris, соображаем по положению ζ Ursae majoris (вторая звезда от хвоста со звезды Большой Медведицы) относительно небесного меридиана, памятуя, что разность прямых восхождений этих двух звезд, примерно, равна 12^h , а значит, если ζ Ursae majoris находится ближе к верхней кульминации, то α Ursae minoris—ближе к нижней, и наоборот.

На основании этих же соображений, легко устанавливаем такие формулы, сведенные в таблицу, для нахождения величины часового угла t по табличному его значению t_0 , вычисленному по формулам 8—10, в зависимости от четырех возможных положений Полярной при наблюдениях.

Таблица 1.

Положение α Ursae minoris		
Кульминация	На западе	На востоке
Верхняя	t°	$360 - t_0$
Нижняя	$180^\circ - t^\circ$	$180_0 + t_0$

Само собою разумеется, что наблюдатель может сообразить и иначе положение α Ursae minoris при наблюдениях, но и изложенное

правило не представит затруднений, так как с *Ursae majoris* легко отыскивается на небесном своде.

Величина часового угла необходима для установления знака x , находимого по формуле (14), и для определения U по формуле (16).

Конечно, если имеется ввиду определить также азимут земного направления, в целях ориентирования лимба инструмента, необходимо получить отсчеты по горизонтальному кругу при наведении визирной оси трубы на земной предмет и на Полярную и к разности этих отсчетов прибавить азимут Полярной, вычисленный по формуле (12), если Полярная наблюдалась на востоке, и вычесть из этой разности, если на западе.

§ 3.

Исследуем теоретически ожидаемые ошибки в географической широте, поправке хронометра и азимуте земного направления, при получении их указанным выше способом.

Введем обозначения:

m_{T_1}, m_{T_2} — средние квадратические ошибки отсчетов по хронометру для двух моментов наведения на α *Ursae minoris*;
 m_{z_1}, m_{z_2} — ср. квадр. ошибки зенитных расстояний для двух положений Полярной;

m_{Δ} — ср. кв. ошибка полярного расстояния звезды;

$m_{\Delta T}$ — " " " разности отсчетов T_2 и T_1 ;

$m_{\Delta Z}$ — " " " разности зенитных расстояний;

m_u — " " " поправки хронометра;

m_{φ} — " " " широты места;

m_{α} — " " " азимута.

На основании формул 9 и 11, применяя известные положения об ошибках функций измеренных величин, определим ср. кв. ошибку часового угла m_t по такой формуле:

$$m_t = 2 \operatorname{tg} t \sqrt{\frac{m_{\Delta Z}^2}{\operatorname{sn}^2(2\Delta z)} + \frac{m_{\Delta}^2}{\operatorname{sn}^2(2\Delta)} + \frac{1}{16} \operatorname{ctg}^2 \frac{\Delta t}{2} m_{\Delta t}^2 \dots} \quad (17)$$

Из формулы (1) устанавливаем, что $m_{\Delta t} = \sqrt{m_{T_1}^2 + m_{T_2}^2}$; понимая под m_{T_1} и m_{T_2} случайные ошибки отсчитанных моментов наблюдений по хронометру и принимая $m_{T_1} = m_{T_2} = m_T = \pm 0,3$ ¹⁾, получим: $m_{\Delta t} = \pm m_T \sqrt{2} = \pm 0,42 = \pm 6,73$.

Формула (5) приводит нас к заключению, что

$$m_{\Delta Z} = \pm \sqrt{m_{z_1}^2 + m_{z_2}^2};$$

полагая $m_{z_1} = m_{z_2} = m_z = \pm 1''$ ¹⁾, находим: $m_{\Delta Z} = m_z \sqrt{2} = 1,41$.

¹⁾ К. А. Цветков. Курс практической астрономии. Москва 1934 г., стр. 110 и 111.

Суточное изменение полярного расстояния α Ursae minoris не превосходит $0'',2$, почему при выборе величины Δ из астрономического ежегодника по аргументу времени, ошибочному даже на 12^h , ошибка m_Δ составит не больше $\pm 0'',1$.

Примем промежуток времени между двумя ближайшими наведениями на звезду равным 8^m и рассчитаем для разных часовых углов изменение зенитного расстояния за этот промежуток времени по известной формуле: $\Delta z = 15 \cos \varphi \operatorname{Sn} \alpha \Delta t$.

Теперь нам будут известны все величины, входящие в правую часть формулы (17), и потому ошибки часовых углов нами могут быть получены.

Далее, на основании формулы (12), ошибка азимута Полярной найдется так:

$$m_\alpha = \operatorname{tg} \alpha \sqrt{\operatorname{ctg}^2 t m_t^2 + \operatorname{ctg}_\Delta^2 m_\Delta^2 + \operatorname{ctg}^2 Z m_z^2} \dots (18)$$

Из формулы (13) определяем ошибку величины ζ :

$$m_\zeta = \sqrt{\frac{1}{4} \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{Sn}^2(2\zeta) m_\alpha^2 + \frac{\operatorname{sn}^2(2\zeta)}{\operatorname{sn}^2(2Z)} m_z^2} \dots (19)$$

Ошибку вспомогательной величины x найдем на основании формулы (14) так:

$$m_x = \sqrt{\frac{1}{4} \operatorname{tg}^2 t \operatorname{Sn}^2(2x) m_t^2 + \frac{\operatorname{sn}^2(2x)}{\operatorname{sn}^2(2\Delta)} m_\Delta^2} \dots (20)$$

и, наконец, применяя формулу (2), определим ошибку широты места по нижеследующей формуле:

$$m_\varphi = 0,7 \sqrt{m_\zeta^2 + m_x^2} \dots (21)$$

Опуская подробности вычислений ошибок величин t , ζ , x , α и φ по формулам (17—21), произведенных для разных широт $35,60^\circ$ и 75° и разных часовых углов, окончательные результаты сведем в таблицу 2.

Табл. 2.

t	m_t			m_α			m_φ		
	35°	60°	75°	35°	60°	75°	35°	60°	75°
0^h	0^s	0^s	0^s	$0''$	$0''$	$0''$	$0'',7$	$0'',7$	$0'',7$
1	$2^m 14^s$	$2^m 14^s$	$2^m 14^s$	$0'44''$	$1'26''$	$2'24''$	$6''$	$6''$	$6''$
2	2 45	2 45	2 45	48	1 26	2 39	15	15	15
3	3 20	3 20	3 20	47	1 26	2 36	27	27	27

Данные таблицы 2 приводят нас к таким заключениям:

1. Ошибка в широте и часовом угле практически не зависит от широты места наблюдения (в пределах от $\varphi = 35^\circ$ до $\varphi = 75^\circ$).

2. Ошибка в широте и часовом угле увеличивается с увеличением часового угла, при счете последних к востоку и западу от верхней и нижней кульминации α Ursae minoris.

3. При наблюдениях вблизи меридиана возможно получение точного значения широты места по предложенному способу и определение поправки хронометра с ошибкой до $2,5^m$.

4. Если ограничиться получением широты места с точностью до $\pm 0',4$, то наблюдения возможно производить от 21^h до 3^h и от 9^h до 15^h обычного счета часовых углов, т. е. промежутков возможного для наблюдений времени очень большой.

5. Наилучшее время для наблюдений можно легко установить и без знания местного времени по положению ϵ Ursae majoris относительно круга высот, проведенного на глаз через α Ursae minoris: когда ϵ Ursae majoris находится вблизи указанного круга, то тогда лучше и производить наблюдения α Ursae minoris.

6. Ошибка азимута Полярной мало изменяется с изменением часового угла и возрастает с увеличением широты места от $0',8$ для $\varphi = 35^\circ$ до $2',6$ для $\varphi = 75^\circ$.

* *
*

Предлагаемый способ совместного определения приближенных значений широты места, поправки хронометра и азимута земного направления был практически проверен путем наблюдений разными инструментами в двух пунктах—в г. Горки БССР ($\varphi = 54^\circ 17',6$) и в Пулковской астрономической обсерватории ($\varphi = 59^\circ 46',3$).

Кроме того, произведена обработка наблюдений, имеющихся в литературных источниках, по определению широты места из измерений зенитных расстояний α Ursae minoris. Результаты этих исследований показали, что действительные ошибки способа не выходят за пределы ошибок, полученных теоретически и приведенных в таблице 2. Так, при наблюдениях прецизионным теодолитом № 159 Wild'a в пункте, широта которого равна $54^\circ 17' 28'',39$, получено из определений при двух кругах $54^\circ 17' 32''$ при часовом угле α Ursae minoris в $0^h 36^m$.

Значение географической широты восточного столба Военно-морской обсерватории в Пулкове, при наблюдениях односекундным универсальным инструментом Hildebrand'a № 63048, получилось равным $59^\circ 46' 34''$ в то время, как точное значение широты этого пункта $59^\circ 46' 21'',44$; при этом часовой угол момента наблюдения был $39^\circ 27'$.

Из обработки по предложенным формулам примера № 3, помещенного в книге „Курс практической астрономии“ (К. А. Цветков, Москва 1934 г., стр. 142) получено значение широты $60^\circ 24' 37''$ при точном значении ее в $60^\circ 24' 10'',8$; наблюдения, приведенные в этом примере, произведены пятисекундным универсалом и при $t = 1^h 54^m$, чем и объясняется расхождение на $26''$, так как таковое получалось значительно меньше при наблюдениях односекундным универсалом и теодолитом Wild'a.

Порядок наблюдений, очевидно, ничем не будет отличаться от принятого при наблюдениях по определению широты по измерению зенитных расстояний α Ursae minoris, только вместо 4 наведений в каждом полуприеме достаточно произвести их два; если же имеется в виду также и определение азимута земного направления, необходимо произвести отсчеты по горизонтальному кругу при наведении трубы на земной предмет и на Полярную.

В заключение приведем схему обработки наблюдений по предложенному способу.

23—24 сентября 1933 года. Пункт—восточный столб Военно-морской Обсерватории в Пулкове. Односекундный универсал Hildebrand'a № 63048. Хронометр № 122,

ЖУРНАЛ НАБЛЮДЕНИЙ

(приведены данные только при круге право)

№№ наведений	Хронометр	Уровень	Вертикальный круг	
1	10 ^h 54 ^m 38 ^s	36,4—13,6	328°58' 58",4	59",6
2	11 02 10	36,4—13,6	328°57' 33,6	38,8

Барометр 768,0 м.м.; термометр + 18,6 С

MZ = 0°0'27",6.

α Ursae minoris ближе к нижней кульминации

Обозначения	К р. П р.	
	1	2
R'	328°58'59"	328°57'39",2
i	— 0"	0"
R	328°58' 59	328°57' 39,2
M. Z.	0°0'27",6	0° 0' 27,6
Z'	31°01' 28,6	31°02' 48,4
p	34,0	34,1
Z	31°02' 02,6	31°03' 22,5
T	10 54 38	11 02 10
ΔZ	0°1' 19,9	
Δt	0 07 32	
$\frac{\Delta t}{2}$	0°56' 30	
lg 0,5	9,6989700	
lg tg(ΔZ)	6,5881186	
-lg tg Δ	8,2642630	
-lg sn $\frac{\Delta t}{2}$	8,2157550	
lg sn t'	9,8070706	
t'	39°53'24"	
lg[1+tg²ΔCost'Cos(t₁+Δt)]	0,0000820	
lg sn t₀	9,8071526	
t₀	39°53'56"	
t	140°06'04"	
lg snt	9,8071526	
lg sn Δ	8,2641896	
-lg sn Z	9,7124082	
-lg sn α	8,2589340	
α	1°02'24"	
lg Cos α	9,9999284	
lg tg Z	9,7795484	
lg tg c	9,7794768	
c	31°02'27",5	
lg tg Δ	8,2642630	
lg Cost	9,8848959 _n	
lg tg x	8,1491589 _n	
x	-0°48'27",7	
c + x	30°13'59",8	
φ	59°46'0",2	

A method of joint determination of the approximate value of the geographical latitude of a place, correction of the chronometer and the azimuth of terrestrial direction

S U M M A R Y

This method is recommended for determining the initial values of the geographical latitude of a place, correction of the chronometer and azimuth of terrestrial direction under astronomical observations at the point, when even the approximate values of the indicated magnitudes are unknown for the observer.

The method is based upon the measurement of differences of zenith-distances α *Ursae minoris* for two near moments. The difference of zenith-distances is determined by means of vertical circle of the universal instrument. An interval of time between two observations of the star is obtained as a difference of the readings on the star chronometer at the moments of the observation of the star.

Using the well-known designations, the calculation formulas of indicated elements will be the following:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = T_2 - T_1 \dots \dots \dots (1)$$

$$\Delta z = z_2 - z_1 \dots \dots \dots (2)$$

$$\operatorname{sn} \left(t_1 + \frac{\Delta t}{2} \right) = 0,5 \frac{\operatorname{tg} (\Delta z)}{\operatorname{tg} \Delta \operatorname{sn} \frac{\Delta t}{2}} \dots \dots (3)$$

$$\operatorname{sn} \alpha = \frac{\operatorname{sn} t \cdot \operatorname{sn} \Delta}{\operatorname{sn} z} \dots \dots \dots (4)$$

$$\operatorname{tg} \zeta = \cos \alpha \operatorname{tg} z \dots \dots \dots (5)$$

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \Delta \cos t \dots \dots \dots (6)$$

$$\varphi = 90 - \zeta - x \dots \dots \dots (7)$$

$$U = \alpha \pm t - G_1(T_1) \dots \dots \dots (8)$$

In this work an investigation of the accuracy of this method is stated, the best time for the observations is found out, and an example of working up the results of the observations by means of this method is given.

Н. Н. КАВЦЕВИЧ

Потенциометр для измерения малых электродвижущих сил

Цель настоящей работы заключается в том, чтобы получить прибор для измерения э.-д. сил, который, удовлетворяя поставленной степени чувствительности при отсчете, имел бы минимальные размеры.

Током для компенсации элемента служит ток, протекающий в мосту Витстона и изменяющийся по силе в зависимости от передвижения подвижного контакта по струне.

Для определения напряжения на концах моста мною получено следующее уравнение:

$$e_0 = \frac{r_1 - (r_1 + r_2) u}{ru^2 + (r_1 - r - r_2) u - [wr_0 + r_1(r_2 + r)] \frac{1}{r}} r_0 i \dots (1),$$

где r_1 и r_2 —сопротивления ветвей моста, r_0 —сопротивление самого моста, r —сопротивление струны, $w = r_1 + r_2 + r$, u —переменное отношение длины левой части струны до подвижного контакта к длине всей струны, i —сила тока, протекающего через систему моста, определяемая амперметром.

Уравнение (1) является справедливым в том случае, если ток течет в направлении от верхней точки моста к нижней. При направлении противоположном знак уравнения меняется на обратный.

Из уравнения (1) видно, что e_0 есть некоторая функция от u , $e_0 = f(u)$, причем уравнение это представляет собою кривую линию и, следовательно, e_0 не изменяется пропорционально с изменением u .

Условия, чтобы кривая, выраженная уравнением (1), сколь угодно близко приближалась к прямой, определяются следующим образом:

$$\text{при } u = \frac{r_1}{r_1 + r_2} = a \quad f(u) = 0;$$

при $u = 1$ (максим. значение)

$$f(u) = \frac{r_2}{r_2 - r_1 + \left[wr_0 + r_1(r_2 + r) \frac{1}{r} \right]} r_0 i = b$$

В системе координат имеем точки; $M_1(a, 0)$ и $M_2(1, b)$. Для того,

чтобы эти точки принадлежали прямой, необходимо, чтобы определитель

$$\begin{vmatrix} u & e_0 & 1 \\ a & 0 & 1 \\ 1 & b & 1 \end{vmatrix} = 0$$

или
$$\begin{vmatrix} u-1 & e_0-b & 0 \\ a-1 & -b & 0 \\ 1 & b & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u-1 & e_0-b \\ a-1 & -b \end{vmatrix} = 0$$

Отсюда, либо $u-1 = a-1$ $u = a = \frac{r_1}{r_1 + r_2}$,

либо $e_0 - b = -b$ $e_0 = 0$.

Но $e_0 = r_0 i_0$, где i_0 —сила тока, протекающего в самом мосту.

Следовательно, чтобы уравнение (1) представляло прямую линию, необходимо, чтобы $r_0 i_0 = 0$. r_0 —постоянная величина, i_0 —переменная и выражается порядком нескольких миллиампер.

Уменьшая силу тока в цепи i , уменьшаем и i_0 до величины, которая может удовлетворить поставленной точности измерения разности потенциалов на концах сопротивления r_0 .

С другой стороны, при заданном наибольшем напряжении, которое должно быть в мосту, сила тока не должна быть меньше определенной величины. Поэтому для i должно быть отыскано, в зависимости от наибольшей измеряемой э.д.с., наименьшее предельное значение.

Из уравнения (1) находим r_0 . После преобразований r_0 определяется уравнением:

$$r_0 = \frac{(r + r_2 - ru)(r_1 + ru)}{i r [(r_1 + r_2)u - r_1] - w} \dots \dots \dots (2)$$

Это уравнение дает возможность определить на струне точку, в которой при заданном наперед наибольшем напряжении в мосту, сопротивление самого моста обращается в бесконечность.

При выборе точки на струне, в которой разность потенциалов будет наибольшей, необходимо, чтобы точка, в которой r_0 при заданном напряжении обращается в бесконечность, находилась между точкою нуля и точкою наибольшего напряжения.

$r_0 = \infty$ при условии, что

$$r i [(r_1 + r_2)u - r_1] w e_0 = 0 \dots \dots \dots (3),$$

где e_0 —максимальная разность потенциалов на концах моста.

Из уравнения (3) находим u :

$$\begin{aligned} u &= \frac{r r_1 i + w e_0}{r i (r_1 + r_2)} = \frac{r r_1 i + (r_1 + r_2 + r) e_0}{r (r_1 + r_2) i} = \\ &= \frac{r r_1 i + (r_1 + r_2) e_0 + r e_0}{r (r_1 + r_2) i} = \frac{r_1}{r_1 + r_2} + \frac{e_0}{r i} + \frac{e_0}{(r_1 + r_2) i} = \end{aligned}$$

$$= \frac{r_1}{r_1 + r_2} + \frac{e_0}{i} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1 + r_2} \right) \dots \dots \dots (4)$$

Пусть длина струны одинакового поперечного сечения l . l_1 и l_2 — отрезки ее в положении движка, когда ток в мосту уравновешен.

$$\text{Тогда } \frac{r_1}{r_2} = \frac{l_1}{l_2} \dots \dots \dots (5)$$

Если напряжение аккумулятора E и сила разрядного тока i , то сопротивление системы моста при условии, что в мосту нет тока, будет равно $\frac{E}{i}$. Так как общее сопротивление ветвей равно $r_1 + r_2$, то можно написать уравнение:

$$\frac{1}{r_1 + r_2} + \frac{1}{r} = \frac{1}{E} \dots \dots \dots (6)$$

Уравнение (5) напомним в таком виде:

$$\frac{r_1}{r_1 + r_2} = \frac{l_1}{l_1 + l_2}. \text{ Откуда } \frac{1}{r_1 + r_2} = \frac{l_1}{r_1 (l_1 + l_2)} = \frac{l_1}{r_1 l}$$

Подставляя в уравнение (6), получим:

$$\frac{l_1}{r_1 l} + \frac{1}{r} = \frac{1}{E},$$

или

$$\frac{l_1}{r_1 l} = \frac{r_1 l - E}{r_1 E}. \text{ Откуда } r_1 = \frac{E r l_1}{l (r l - E)},$$

или

$$r_1 = \frac{\frac{l_1}{l} E}{i - \frac{E}{r}} \dots \dots \dots (7)$$

Точно также можно получить, что

$$r_2 = \frac{\frac{l_2}{l} E}{i - \frac{E}{r}} \dots \dots \dots (8)$$

Складывая уравнения (7) и (8) и имея ввиду, что $l_1 + l_2 = l$, получим:

$$r_1 + r_2 = \frac{E}{i - \frac{E}{r}} \dots \dots \dots (9)$$

Подставляя эти значения для r_1 и $r_1 + r_2$ в уравнение (4), имеем:

$$u = \frac{\frac{l_1}{l} E \left(i - \frac{E}{r} \right)}{\left(i - \frac{E}{r} \right) E} + \frac{e_0}{i} \left(\frac{1}{r} + \frac{i - \frac{E}{r}}{E} \right) =$$

$$= \frac{l_1}{l} + \frac{e_0}{i} \frac{E + ri - E}{rE} = \frac{l_1}{l} + \frac{e_0}{i} \frac{1}{E}$$

Окончательно для точки, в которой $r_0 = \infty$ при наибольшем значении e_0 :

$$u = \frac{l_1}{l} = \frac{e_0}{E} \dots \dots \dots (10)$$

Найдем теперь предел для силы разрядного тока i . Сопротивления ветвей моста всегда находятся между собою в пропорциональной зависимости, которая определяется из отношения отрезков струны при равновесии моста. Пусть $r_2 = kr_1$. Тогда знаменатель уравнения (2) можно переписать в таком виде:

$$\frac{i}{e_0} r \left[(r_1 + kr_1) u - r_1 \right] - (r_1 + kr_1 + r).$$

Так как r_0 должно представлять собою вполне определенную величину, то предыдущее выражение обязательно должно быть числом положительным, т. е.:

$$\frac{i}{e_0} r \left[(r_1 + kr_1) u - r_1 \right] - (r_1 + kr_1 + r) > 0,$$

или

$$\frac{i}{e_0} r_1 \left[(k + 1) u - 1 \right] > r_1 (k + 1) + r,$$

или

$$r_1 \left\{ \frac{i}{e_0} r \left[(k + 1) u - 1 \right] - (k + 1) \right\} > r \dots \dots \dots (11)$$

Отсюда, т. к. выражение, заключающееся в фигурных скобках есть число положительное:

$$\frac{i}{e_0} r \left[(k + 1) u - 1 \right] - (k + 1) > 0,$$

получаем: $ri \frac{(k+1)u - 1}{e_0} > k + 1$, или $ri > \frac{(k+1)e_0}{(k+1)u - 1}$.

или

$$i > \frac{e_0}{r \left(u - \frac{1}{k+1} \right)} \dots \dots \dots (12)$$

Последнее выражение представляет собою предел наименьшей величины тока в зависимости от взятого наибольшего напряжения в мосту — e_0 , сопротивления проволоки — r и выбранной точки для $e_0 = u$.

Определив по неравенству (12) силу тока i , можем по выражению (11) найти предел для сопротивлений r_1 и r_2 .

$$\text{Пусть } \frac{i}{e_0} r \left[(k+1)u - 1 \right] - (k+1) = c.$$

Тогда по неравенству (11) имеем: $r_1 c > r$

и
$$r_1 > \frac{r}{c} \dots \dots \dots (13)$$

Определив из (13) r_1 , из соотношения $r_2 = kr_1$ находим r_2

В частном случае, когда $r_1 = r_2$, $k = 1$, неравенства (11) и (12) переписуются:

$$r_1 \left\{ \frac{i}{e_0} r (2u-1) - 2 \right\} > r \dots \dots \dots (11')$$

$$i > \frac{e_0}{r \left(u - \frac{1}{2} \right)} \dots \dots \dots (12')$$

Точно также:

$$r_1 > \frac{r}{c_1} \dots (13'), \text{ где } c_1 = \frac{i}{e_0} r (2u-1) - 2.$$

Таким образом, имея струну определенного сопротивления r с одинаковым поперечным сечением и зная наперед измеряемую потенциометром э.д. силу, по приведенным формулам можно рассчитать силу разрядного тока и сопротивления ветвей моста r_1, r_2, r_0 с тем, чтобы производить измерения с поставленной точностью.

Поставим теперь задачей сконструировать потенциометр так, чтобы он имел весьма небольшие размеры, был легко портативен и удовлетворял в то же время поставленным требованиям для отсчета.

В качестве примера положим, что необходим прибор для измерения э.д. сил до 1000 мв. От 0 до 500 мв, употребляемая шкала для рН, измерения производятся с точностью до 1 мв, причем перемещение движка на одно деление шкалы в 1 мм должно соответствовать изменению э.д. с. на 1 мв, и от 500 до 1000 мв с точностью до 2 мв, мм шкалы отвечает 2 мв. Надо сказать, что деление шкалы в 1 мм представляет собою сравнительно большой промежуток. Он может быть свободно разделен пополам, чем чувствительность прибора в том и другом случае увеличивается вдвое.

Как известно, чувствительность прибора для измерения рН с точностью до 1 мв является достаточно высокой. Кроме того, поставим условием, чтобы шкала прибора, а вместе с тем и размеры его, имела длину 250 мм.

Пусть имеем калиброванную проволоку, длиную в 1 метр, с

сопротивлением g . Выберем на ней точки для нуля и 250 $mв$, которые находятся одна от другой на расстоянии 25 $см$. Эта часть проволоки в 25 $см$ выносится на шкалу, а концы с обеих сторон сворачиваются в катушки. Соответственным образом подсчитываем сопротивления для g_1 , g_2 и g_0 .

Таким образом, получили шкалу, по которой можно производить отсчет от 0 до 250 $mв$ $u_1 - 0$ $u_2 - 250 mв$.

Оставляя прежнюю величину для g_2 , отыщем новые сопротивления для g_1 и g_0 , при автоматическом переключении на которые в точке u_1 разность потенциалов станет равной 250 $mв$, а в точке $u_2 - 500 mв$.

Так как сопротивление моста g_0 должно оставаться неизменным как для 250 $mв$, так и для 500 $mв$, то, приравнявая выражения для g_0 друг другу, получим уравнение, из которого можно определить новое сопротивление для g_1 :

$$\frac{(g + g_2 - gu_1)(g_1 + gu_1)}{\frac{i}{e_0} g [(g_1 + g_2) u_1 - g_1] - (g_1 + g_2 + g)} = \frac{(g + g_2 - gu_2)(g_1 + gu_2)}{\frac{i}{e_0} g [(g_1 + g_2) u_2 - g_1] - (g_1 + g_2 + g)} \dots (14)$$

В этом уравнении для взятого случая $e_0' = 0,25 v$, $e_0'' = 0,5 v$.

Определив из этого уравнения неизвестное g_1 и подставив его в одно из этих выражений, находим g_0 .

Теперь при переключении на новые сопротивления по шкале производятся отсчеты от 250 до 500 $mв$.

Небесполезно иметь в виду, что g_1 приблизительно можно определить из соотношения сопротивлений ветвей моста и отрезков струны. В приведенном случае точку нуля необходимо отнести от прежней нулевой точки влево на 250 $мм$. g_2 , l_1 и l_2 известны. g_1 определяется из условия равновесия моста.

Из уравнения (1) видно, что e_0 пропорционально силе тока i .

Отсюда, увеличивая его силу в два раза, можно на той же шкале производить измерения э-д. сил, в первом случае от 0 до 500 $mв$, во втором — от 500 до 1000 $mв$.

Ход вычислений можно видеть из следующего расчета.

Предположим, что прибор рассчитывается для измерения э-д. с. от 0 до 250 $mв$, затем при переключении от 250 до 500 $mв$.

Таким образом, наибольшие напряжения в первом случае 0,25 v , во 2-ом — 0,5 v .

Пусть длина струны равна 1 метру с сопротивлением 20 $см$. Расчет будем вести так, чтобы 1 $мм$ шкалы отвечал 1 $mв$.

Выбираем соответственно точки нуля. Для 250 $mв$ устанавливаем ее на середине струны, для 500 $mв$ влево на 250 $мм$.

Итак, $l_1' = 500 \text{ мм}$. $l_1'' = 250 \text{ мм}$.

Что касается точки шкалы, в которой в мосту будут наибольшие напряжения 250 и 500 $mв$, то она должна находиться вправо от нуля на 250 $мм$, т. е. на 750 $мм$ от начала струны. Таким образом, $u = 0,75$.

Отыщем точки, в которых при заданном наибольшем напряжении сопротивление самого моста обращается в бесконечность.

Из уравнения (10) имеем:

$$u' = \frac{l_1'}{l} + \frac{e_0}{E} \quad u'' = \frac{l_1''}{l} + \frac{e_0}{E},$$

где e_0 равно 0,25 и 0,5 в. E —напряжение аккумулятора, которое возьмем равным 2 в.

$$u' = \frac{500}{1000} + \frac{0,25}{2} = 0,5 + 0,125 = 0,625$$

$$u'' = \frac{250}{1000} + \frac{0,5}{2} = 0,25 + 0,25 = 0,5$$

Т. к. и есть отношение отрезка струны ко всей ее длине, то отсюда расстояния этих точек от начала струны x_1 и x_2 будут:

$$x_1 = 1000 \cdot 0,625 = 625 \text{ мм}; \quad x_2 = 1000 \cdot 0,5 = 500 \text{ мм}.$$

В том и другом случае эти точки не выходят за пределы промежутка между 0 и максимальным напряжением. $x_1 = 625$ находится в промежутке (500 мм—750 мм) $x_2 = 500$ между (250 мм—750 мм), почему сопротивления моста r_0 имеют вполне определенную величину.

Произведем сначала расчет шкалы на 250 мв. $r_1 = r_2$. Тогда по нер-ву (12') сила тока i определится:

$$i > \frac{0,25}{20(0,75 - 0,5)} = 0,05 \text{ А} = 50 \text{ мА}$$

Возьмем силу тока, равную 80 мА, $i = 0,08 \text{ А}$.

$$\text{Из нер-ва (13')} \text{ определяем } r_1. \quad r_1 > \frac{r}{c_1}$$

$$c_1 = \frac{0,08}{0,25} \cdot 20(2,075 - 1) - 2 = 0,32 \cdot 20 \cdot 0,5 - 2 = 1,2.$$

$$\text{и } r_1 > \frac{20}{1,2} = 16,7.$$

Имеет значение подобрать r_1 и r_2 такими, чтобы сопротивление r_0 не было особенно велико. В этом случае наиболее выгодными сопротивлениями для r_1 и r_2 будет 42 ома.

Итак, имеем теперь:

$$e_0 = 0,25. \quad u = 0,75. \quad r = 20. \quad i = 0,08. \quad \frac{i}{e_0} = 0,32. \quad r_1 = r_2 = 42.$$

$$r_1 + r_2 = 84. \quad w = r_1 + r_2 + r = 104.$$

Остается определить r_0 .

Подставив эти значения в уравнение (2), находим:

$$r_0 = \frac{(20 + 42 - 20 \cdot 0,75)(42 + 20 \cdot 0,75)}{0,32 \cdot 20(84 \cdot 0,75 - 42) - 104} = \frac{2679}{30,4} = 88,125$$

Собранный по схеме прибор должен дать при перемещении движка по шкале разности потенциалов от 0 до 250 мв.

Для того, чтобы убедиться в том, что он удовлетворяет указанной точности отсчета, подставим все значения в уравнение (1).

служить для отсчета весьма малых э. д. сил, какие дают термоэлементы при измерении температур. Употребительные термоэлементы: медь—константан, железо—константан, никкель—никкельхром и др. при изменении тем-ры до 1100° дают э.-д. с. порядка до 50 мв. Уменьшив силу тока в 5 раз т. е. до 12 мА, по той же шкале можно производить отсчеты от 0 до 50 мв. Теперь 5 мм. шкалы отвечают 1 мв. Т. к. деление в один мм может быть разделено пополам, то, следовательно, измерения можно производить с точностью до 0,1 мв.

Для термоэлемента: платина—платинородий, который дает возможность производить измерения до 1700° и э.-д. с. которого при этой тем-ре равна 17,8 мв, отсчеты могут быть производимы с точностью до 0,05 мв.

В самом деле, уменьшив силу тока в 10 раз, по шкале можно производить измерения от 0 до 25 мв 1 мм шкалы отвечает 0,1 мв и 0,5 мм ее — 0,05 мв.

Таким образом, один и тот же потенциометр может служить для разных целей. Можно пользоваться в широких пределах одной шкалой от 0 до 500 мв или даже от 0 до 1000 мв если не требуется большой точности отсчета. Наоборот, можно всегда повысить точность измерения. Это, как видно, достигается либо путем переключения на другие сопротивления, либо путем изменения силы тока, которую можно увеличивать или уменьшать сообразно с требованиями измерения.

Особенность прибора заключается не только в том, что он дает возможность в заданных пределах производить любые измерения при шкале в 25 см или даже меньше. Весьма важным является то обстоятельство, что измерения э.-д. с. на нем практически не зависят от тем-ры как окружающей среды, так и от нагревания током, протекающим в его цепи. Этот вопрос довольно подробно рассмотрен мною в предыдущей работе.

В заключение, считаю необходимым выразить благодарность механику кафедры физики Ф. Ф. Блаудзину, который все время помогал мне при измерениях и изготовил прибор.

Potentiometer für Messungen schwacher elektromotorischer Kräfte

Vorliegende Arbeit hat den Zweck, einen Apparat für Messungen schwacher elektromotorischer Kräfte durch Kompensationsmethode zu liefern, der bei angegebenem Genauigkeitsgrad der Abzählung minimale Dimensionen hätte.

Als Grundlage für die Erhaltung eines kompensierenden Stromes, wird der Strom angenommen, der durch die Wheastonebrücke strömt und sich in seiner Stärke mit einer Versetzung des beweglichen Kontaktes längs der Saite ändert. Die Spannung an den Brückenenden e_0 wird durch eine Gleichung bestimmt, in der $e_0 = f(u)$, wo u das wechselnde Verhältnis der Länge des linken Saitenteils bis zum beweglichen Kontakt zur Länge der ganzen Saite bezeichnet.

In Abhängigkeit von der maximalen Spannung werden die Widerstände der Arme und der Brücke selbst bestimmt. Bei einem verschiebbaren Kontakt verändert sich dann in der Brücke die Spannung von Null bis zur angegebenen Grösse.

Bei einer Umschaltung auf andere Widerstände kann man nach derselben Skala doppelt so grosse Messungen elektromotorischer Kräfte ausführen. Ausserdem kann man bei einer Abänderung der Stärke des Entladungsstromes auch die Grösse der Spannung verändern.

Eine Eigentümlichkeit des Apparates ist, ausser seiner Kompaktheit, auch noch der Umstand, dass Messungen elektromotorischer Kräfte praktisch nicht von der Temperatur der Umgebung, wie auch vom Erwärmen mittels eines Stromes, der seinen Kreis durchströmt, abhängen.

Доц. Е. Г. ЛАРЧЕНКО

Вычисление поправок за центрировки и редукции

§ 1. Общие соображения о точности измерения элементов приведений и о вычислении поправок за них.

В настоящей работе разбираются вопросы о точности определения элементов приведений, вычисления поправок за приведения, и прилагаются таблицы, значительно облегчающие вычисление поправок.

Определение элементов центрировок и редуций и вычисление за них поправок должно производиться с полным контролем и необходимой точностью, так как ошибки в этих элементах или недостаточная точность их определения могут аннулировать всю высокую точность угловых наблюдений. Углы, приведенные к центрам геодезических знаков, должны быть не грубее измеренных углов.

Поправки за приведения нужно вычислять с необходимой и достаточной точностью. Не только на практике, но и в литературе часто можно встретить примеры, когда вычисление поправок за приведения производится с излишней точностью, чем сильно усложняется процесс вычисления. Например, в книге С. В. Широкова „Американские методы геодезических работ“ на стр. 158 приводится пример, где при $e_1 = 0,031$ м (e_1 — расстояние от центра знака до проекции визирной цели) поправки за редуцию вычислены с помощью пятизначных таблиц логарифмов, когда в этом случае совершенно достаточно было пользоваться трехзначными таблицами логарифмов. В книге О. Г. Дитц „Геодезия для гидротехников и строителей“, ч. III, стр. 119, при $e = 0,08$ м, поправки за приведения вычислены пятизначными таблицами логарифмов и найдены с тремя значащими цифрами, когда при таком значении e поправки будут иметь не больше одной верной значащей цифры.

Легко показать, что число верных значащих цифр в поправках за приведения не может быть больше числа верных значащих цифр в элементе приведения e . Чтобы не загромождать процесса вычисления поправок излишними цифрами и, вместе с тем, чтобы не вносить погрешностей при вычислении, нужно во всех компонентах формул, по которым производится вычисление, брать значащих цифр больше на одну, чем их есть в элементах e и e_1 центрировок или редуций. При вычислении поправок по логарифмам надо пользоваться таблицами логарифмов со столькими знаками, сколько имеется значащих цифр в e или e_1 , или применить таблицы логарифмов с одним запасным десятичным знаком.

Поправки за центрировки вычисляются обычно по формуле:

$$c = \frac{e \cdot \text{sn} (\theta + M)}{S \cdot \text{sn} 1''},$$

где c —поправка за центрировку, e —расстояние от центра знака до центра инструмента, θ —угол при центре инструмента, считаемый по ходу часовой стрелки от направления на центр знака до начального направления, M —значение соответствующего направления, считаемое по ходу часовой стрелки от начального направления, S —расстояние между пунктами.

Поправки за редукции вычисляются по такой же формуле, как и поправки за центрировки, т. е. по формуле:

$$r = \frac{e_1 \cdot \text{sn} (\theta_1 + M)}{S \cdot \text{sn} 1''};$$

здесь r —поправка за редукцию, e —расстояние от центра знака до проекции визирной цели, θ_1 —угол при проекции визирной цели от направления на центр знака по ходу часовой стрелки до начального направления, M и S —те же, что и для вычисления поправок за центрировки.

При таком счете углов θ и направлений M поправки c и r будут иметь знак плюс при $(\theta + M) < 180^\circ$ и знак минус при $(\theta + M) > 180^\circ$.

Расстояние от центра знака до центра инструмента или до проекции визирной цели записывается с точностью до одного миллиметра, а определяется обычно грубее, так как проектирование визирной цели и центра инструмента в лучших случаях можно сделать с точностью около двух миллиметров. При высоких геодезических знаках снесение центра инструмента и визирной цели на центрировочный столик производится, вообще говоря, с точностью в несколько миллиметров, обычно порядка ± 3 мм.

При изменении положения проекции центра знака или проекции центра инструмента на 1 мм угол θ , при $e = 1$ м, максимально может измениться на $3'$. Угол θ , при разных размерах e , нужно определять с различной точностью: чем длиннее e , тем точнее нужно определять угол θ .

В таблице 1 приведены размеры e и максимальные ошибки в угле θ , вызываемые только ошибкой в положении проекции центра знака или центра инструмента на 1 мм.

Табл. 1.

Величина e	Максимальная ошибка в угле θ
0,010	6°
0,050	1°
0,100	34'
0,500	6'
1,000	3'

Практика выработала различные приемы определения элементов приведения. Для контроля следует применять два способа опреде-

ления элементов центрировок и редукиций, например, графический и непосредственный способы.

При непосредственном определении элементов приведения целесообразно применять такой прием. Перед наблюдением на данном пункте центр знака выносится на столик инструментальной пирамиды или, если центр знака, ввиду значительности e , на столик не попадает, то его проектируют на доску, укрепленную на перилах помоста для наблюдателя, примерно, на уровне столика. После этого приблизительно намечают место для установки инструмента и через вынесенный центр на какой-нибудь постоянный предмет местности или, в крайнем случае, на специально выставленный кол прочерчивают линию в направлении, где предполагается сделать установку инструмента. Инструмент устанавливают на прочерченной линии. Линию прочерчивают с помощью иглол или тонких гвоздей. При тщательной работе ошибка в прочерчивании направленья не выйдет за пределы $1-2'$, что вполне достаточно при $e < 1$ метра. В таком случае угол θ получится как разность отсчетов на начальный пункт и на постоянный предмет местности, лежащий на линии, соединяющей центр знака с центром инструмента. Расстояние от центра инструмента до центра знака также измеряется непосредственно. В большинстве случаев представляется возможным центр инструмента установить в центре знака, вынесенного на столик инструментальной пирамиды. В первоклассных триангуляциях при хорошо отстроенных геодезических знаках ось фонаря или гелиотропа лучше совмещать с центром знака, который предварительно должен быть вынесен на столик для установки инструмента. Разумеется, что элементы приведений должны быть и в этом случае определены не менее двух раз: при наблюдении и при вторичной установке гелиотропа на данном пункте. Если целью при наблюдении служил цилиндр знака, то элементы редукиции также следует определять графическим и непосредственными способами. Для непосредственного измерения угла θ на линии, соединяющей центр знака с визирной целью, следует устанавливать вежу и угол θ измерять теодолитом между вежей и начальным направлением.

Угол θ можно вычислять по измеренным трем сторонам вспомогательного треугольника, в котором одной стороной должно быть e , при чем третья вершина вспомогательного треугольника должна быть найдена на линии инструментально, если $e > 1$ м.

Точность определения поправок за центрировки и редукиции, главным образом, зависит от точности определения элементов приведений e и e_1 .

Так как получить результат точнее, чем исходные данные при подобного рода вычислениях нельзя, то нет смысла производить вычисление поправок с большим числом значащих цифр, чем их имеется в элементах e и e_1 . Если, например, $e = 0,235$ м, то поправки за центрировку будут иметь не больше трех верных значащих цифр, и вычисление таких поправок совершенно достаточно производить по четырехзначным логарифмам. Строго говоря, при таком значении e вычисление поправок можно производить и трехзначными логарифмами, так как миллиметры в e будут сомнительны, поэтому, а также и от влияния погрешностей других компонентов, вычисляемые поправки будут иметь всего лишь две верных значащих цифры, а третью нужно брать лишь только для округления.

§ 2. Вычисление поправок за центрировки и редукции на арифмометре или на логарифмической линейке.

Для вычисления поправок за центрировки и редукции на арифмометре или на обыкновенной счетной линейке формулу для вычисления поправок лучше представить в виде:

$$c'' = \frac{e \cdot 206265'' \cdot \operatorname{sn}(\Theta + M)}{S}$$

Здесь произведение e на 206265 для данного пункта (при одной центрировке) величина постоянная, которую нужно выбрать из прилагаемой таблицы 4.

Из таблицы 5 выбираются $\operatorname{sn}(\Theta + M)$. В этой таблице даны sn всех острых и тупых углов от 0° до 360° через 3 минуты. При таком интервале ошибка в угле Θ при пользовании таблицей без интерполяции может быть в одну минуту, что практически совершенно не отражается на точности вычисления поправок. При пользовании таблицей 5 данный угол $(\Theta + M)$ округляется до ближайшего значения, которое имеется в таблице; например, если дан угол $(\Theta + M) = 150^\circ 31'$, то из таблиц берется натуральное значение $\operatorname{sn} 150^\circ 30'$. Преимущество таблицы 5 перед другими таблицами натуральных значений тригонометрических функций заключается в том, что она компактна и имеет все значения углов $(\Theta + M)$, что, кроме увеличения производительности работы, избавляет вычислителя от ошибок при переводе тупых углов на острые. В таблице 5 сверху идут углы от 0° до 90° и от 180° до 270° , в этом случае минуты нужно выбирать из крайнего левого столбца. Для углов, градусная величина которых записана внизу от 360° до 270° и от 180° до 90° , минуты нужно выбирать из крайнего правого столбца минут.

Вычисления ведутся по схеме, приведенной в таблице 2.

Табл. 2

№№ по порядку	Название наблюд. ден. пунктов	M	$\Theta + M$	$\Theta_1 + M$	S	c''	r''
Название пункта: АВСЮНИНО							
		$e = 0,348$			$e_1 = 0,042$		
		$\Theta = 150^\circ 31'$	$e\rho'' = 71780$			$e_1\rho'' = 8660$	
				$\Theta_1 = 339^\circ 01'$			
1	Дубово	0°00'	150°31'	339°01'	8773	+4,03	-0,35
2	З-путная	128°27'	278°58'	107°28'	14670	-4,83	+0,56
3	Титово	133°14'	283°45'	112°15'	16670	-4,18	+0,48
4	Абрамово	181°31'	332°02'	160°32'	21330	-1,58	+0,14
5	Куровская	326°52'	117°23'	305°53'	13330	+4,78	-0,53

Порядок вычислений рекомендуется применять следующий. Сначала выписывают элементы центрировок и редукций для всех пунктов и выписывают из журналов наблюдений все направления M . Далее из таблицы 4 выписывают все произведения $e \cdot 206265 = e\rho''$. В этих произведениях нужно брать значащих цифр на одну больше, чем их есть в элементах e или e_1 . К каждому направлению M прибавляют Θ и записывают их в соответствующем столбце с округлением до одной минуты. Из ведомости предварительного решения треуголь-

ников выписывают длины сторон в метрах, беря значащих цифр на одну больше, чем их имеется в элементах приведенных e и e_1 . Само вычисление поправок за центрировки или редукции на арифмометре производится так.

На рычаги арифмометра устанавливается величина ep'' и умножается на $\text{sp}(\Theta + M)$, взятый из таблицы 5.

Полученное произведение не сбрасывается с каретки, а делится на длину линии s , и на обратном счетчике читается поправка s или g . Число десятичных знаков в частном при делении на арифмометре равняется разности десятичных знаков делимого и делителя, установленных на результатном счетчике и на рычагах, при чем во внимание принимаются и нули вправо от запятой. Для того, чтобы не делать лишних оборотов при делении, на обратном счетчике арифмометра, где получают поправки, нужно заранее установить запятую.

При элементах центрировок или редукций e и e_1 , имеющих две значащих цифры, вычисление поправок лучше вести при помощи логарифмической линейки. Точность получается вполне достаточная, а производительность значительно выше, нежели на арифмометре. Особенно выгодно вычислять поправки на логарифмической линейке, когда даны из предварительного решения треугольников $\lg S$, и под руками имеется логарифмическая линейка, на лицевой стороне движка которой нанесена шкала мантисс. В этом случае постоянная ep'' умножается на $\text{sp}(\Theta + M)$, взятый из таблицы 5, далее, не сдвигая визира, подводится под него пометка на шкале движка, соответствующая $\lg S$, и результат читается на шкале оснований линейки против начала или конца движка.

Вычисление на логарифмической линейке ведется по схеме, приведенной в таблице 2, только в столбец „S“ выписывается $\lg S$.

§ 3. Вычисление поправок за центрировки и редукции по таблицам логарифмов.

Чаще всего вычисление поправок за приведения производится логарифмическим путем. Применяя схему, приведенную в таблице 3,

Табл. 3.

№№	Название наблюдени. пунктов	M	M + Θ M + Θ_1	$\lg S$	$\lg c''$ c''	$\lg r''$ r''
Название пункта: КОМАРОВКА						
		$e = 0,068$ $\Theta = 12^\circ 13'$		$e_1 = 0,068$ $\Theta_1 = 12^\circ 13'$		
		$\lg ep'' = 4,147$		$\lg e_1 p'' = 4,147$		
1	Сети . . .	0°00'	12°13'	4,321	9,151 +0,142	+0,142
2	Кричев . . .	50°10'	62°23'	4,383	9,712 +0,515	+0,515
3	Буды . . .	120°31'	132°44'	4,450	9,563 +0,366	+0,366
4	Горяне . . .	171°23'	183°36'	4,298	8,647 -0,044	-0,044

таблицу 7 логарифмов $\operatorname{sp}(\Theta + M)$ и таблицу 6 логарифмов $e\rho'$, процесс вычисления значительно сокращается в сравнении с применяемым в настоящее время логарифмическим методом вычисления поправок.

Порядок заполнения табл. 3 вначале такой же, как в табл. 2. Далее из таблицы 6 по аргументу e и e_1 выбираются логарифмы произведений $e\rho'$ и $e_1\rho'$ одновременно для всех пунктов.

Логарифмы s'' и g'' получаются сразу на счетах. Для этого сначала на счетах кладется $\lg \operatorname{sp}(\Theta + M)$, который берется из таблицы 7, к нему прибавляется $\lg e\rho'$, и затем вычитается $\lg S$. При пользовании таблицей 7, данный угол $(\Theta + M)$ округляется до ближайшего значения, которое имеется в таблице, при этом максимальная ошибка в угле $(\Theta + M)$ может быть в одну минуту, что при $e < 1$ метра совершенно не отражается на точности вычисления поправок.

После того, когда будут найдены для всех пунктов $\lg s''$ и $\lg g''$, сами поправки находятся по обычным таблицам логарифмов или с помощью логарифмической линейки, если элементы e и e_1 будут иметь по две значащих цифры. В этом случае все вычисления достаточно производить по трехзначным таблицам логарифмов.

§ 4. Контроль вычисления поправок за центрировки и редукции.

Применяя приложенные таблицы и схемы вычислений, ошибки при вычислениях, вообще говоря, сводятся к минимуму. При таком счете углов Θ , как описано в § 1, знак поправок будет плюс, если $(\Theta + M)$ меньше 180° , и будет минус, если $(\Theta + M)$ больше 180° .

Поправки к направлениям прибавляются алгебраически, при чем поправки за центрировки прибавляются к тем направлениям, которые идут с данного пункта на окружающие, а редукции — к обратным направлениям.

Обычно, поправки вычисляются в две руки, и это является основным контролем. Следует отметить, что при вычислениях в две руки нужно применять различные способы и схемы вычислений, например, в одну руку вычисление производить логарифмическим способом по схеме, приведенной в таблице 3, а в другую руку вычислять поправки по схеме, приведенной в таблице 2. Исходные данные должны быть выписаны совершенно независимо и из различных источников, например, из центрировочных листов графического определения элементов приведений и из журналов наблюдения, где записываются данные по непосредственному определению их.

В первоклассных наблюдениях центр инструмента совмещается с осью фонаря или гелиотропа, на которые производится визирование. В этом случае алгебраическая сумма поправок в углы за центрировки и редукции в каждой замкнутой фигуре должна всегда равняться нулю. Обозначая суммарные поправки в углы за центрировки и редукции через Δ для замкнутого треугольника в случае, если центр инструмента совмещается с центром визирной цели, должны иметь:

$$\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 = 0.$$

Часто при измерении главных углов в траверсах центр инструмента также совмещается с центром визирной цели. В этом случае для контроля исправленных углов за приведения следует применять формулы, которые вытекают из следующих соображений.

Поправку за центрировку начального примычного направления обозначим через s_1 , а поправку за центрировку конечного примыч-

ного направления через c_n . Сумму измеренных углов обозначим через $\Sigma\beta$, а сумму исправленных углов за центрировки и редукции без поправок ($r_1 + r_n$), обозначим через $\Sigma\beta'$.

Условные азимуты линий, вычисленные через измеренные углы, обозначим через $\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3 \dots \alpha_n$. Условные азимуты тех же линий, вычисленные по исправленным за приведения (кроме r_1 и r_n) углам, обозначим через $\alpha'_1; \alpha'_2; \alpha'_3 \dots \alpha'_n$.

Согласно приведенным обозначениям можно написать выражения:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_n &= \alpha_1 + n \cdot 180 - \Sigma\beta \\ \alpha'_n &= \alpha_n \pm 180 + c_n \\ \alpha'_1 &= \alpha'_n - n \cdot 180 + \Sigma\beta' \\ \alpha'_1 + 180 - \alpha_1 &= c_1 \end{aligned} \right\} \dots (A)$$

Условный азимут α_1 можно взять любым или положить равным нулю. Если последнее равенство выражения (А) после подстановки в него α'_1 будет удовлетворяться, то это укажет на то, что приведенные к центрам углы вычислены верно. Правильность же самих поправок контролируется вычислением их разными способами в две руки.

ТАБЛИЦА 5.

**Натуральные значения $\text{Sn}(\theta + M)$ для всех
острых и тупых углов:**

от 0° до 90° и

от 180° до 270° , записанных сверху таблиц;

от 360° до 270° и

от 180° до 90° , записанных снизу таблиц.

	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	
	180°	181°	182°	183°	184°	185°	186°	187°	188°	189°	
0	0,0000	0,0174	0,0349	0,0523	0,0698	0,0872	0,1045	0,1219	0,1392	0,1564	60
3	0,0009	0,0183	0,0358	0,0532	0,0706	0,0880	0,1054	0,1227	0,1400	0,1573	57
6	0,0018	0,0192	0,0366	0,0541	0,0715	0,0889	0,1063	0,1236	0,1409	0,1582	54
9	0,0026	0,0201	0,0375	0,0550	0,0724	0,0898	0,1071	0,1245	0,1418	0,1590	51
12	0,0035	0,0209	0,0384	0,0558	0,0732	0,0906	0,1080	0,1253	0,1426	0,1599	48
15	0,0044	0,0218	0,0393	0,0567	0,0741	0,0915	0,1089	0,1262	0,1435	0,1607	45
18	0,0052	0,0227	0,0401	0,0576	0,0750	0,0924	0,1097	0,1271	0,1444	0,1616	42
21	0,0061	0,0236	0,0410	0,0584	0,0758	0,0932	0,1106	0,1279	0,1452	0,1625	39
24	0,0070	0,0244	0,0419	0,0593	0,0767	0,0941	0,1115	0,1288	0,1461	0,1633	36
27	0,0078	0,0253	0,0428	0,0602	0,0776	0,0950	0,1123	0,1297	0,1470	0,1642	33
30	0,0087	0,0262	0,0436	0,0610	0,0785	0,0958	0,1132	0,1305	0,1478	0,1650	30
33	0,0096	0,0270	0,0445	0,0619	0,0793	0,0967	0,1141	0,1314	0,1487	0,1659	27
36	0,0105	0,0279	0,0454	0,0628	0,0802	0,0976	0,1149	0,1323	0,1495	0,1668	24
39	0,0113	0,0288	0,0462	0,0637	0,0811	0,0984	0,1158	0,1331	0,1504	0,1676	21
42	0,0122	0,0297	0,0471	0,0645	0,0819	0,0993	0,1167	0,1340	0,1513	0,1685	18
45	0,0131	0,0305	0,0480	0,0654	0,0828	0,1002	0,1175	0,1348	0,1521	0,1694	15
48	0,0140	0,0314	0,0488	0,0663	0,0837	0,1011	0,1184	0,1357	0,1530	0,1702	12
51	0,0148	0,0323	0,0497	0,0671	0,0846	0,1019	0,1193	0,1366	0,1538	0,1711	9
54	0,0157	0,0332	0,0506	0,0680	0,0854	0,1028	0,1201	0,1374	0,1547	0,1719	6
57	0,0166	0,0340	0,0515	0,0689	0,0863	0,1037	0,1210	0,1383	0,1556	0,1728	3
60	0,0174	0,0349	0,0523	0,0698	0,0872	0,1045	0,1219	0,1392	0,1564	0,1736	0
	179°	178°	177°	176°	175°	174°	173°	172°	171°	170°	
	359°	358°	357°	356°	355°	354°	353°	352°	351°	350°	
	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°	
	190°	191°	192°	193°	194°	195°	196°	197°	198°	199°	
0	0,1736	0,1908	0,2079	0,2250	0,2419	0,2588	0,2756	0,2924	0,3090	0,3256	60
3	0,1745	0,1917	0,2088	0,2258	0,2428	0,2597	0,2765	0,2932	0,3098	0,3264	57
6	0,1754	0,1925	0,2096	0,2266	0,2436	0,2605	0,2773	0,2940	0,3107	0,3272	54
9	0,1762	0,1934	0,2105	0,2275	0,2445	0,2614	0,2782	0,2949	0,3115	0,3280	51
12	0,1771	0,1942	0,2113	0,2284	0,2453	0,2622	0,2790	0,2957	0,3123	0,3289	48
15	0,1779	0,1951	0,2122	0,2292	0,2462	0,2630	0,2798	0,2965	0,3132	0,3297	45
18	0,1788	0,1960	0,2130	0,2300	0,2470	0,2639	0,2807	0,2974	0,3140	0,3305	42
21	0,1797	0,1968	0,2139	0,2309	0,2478	0,2647	0,2815	0,2982	0,3148	0,3313	39
24	0,1805	0,1977	0,2147	0,2318	0,2487	0,2656	0,2823	0,2990	0,3157	0,3322	36
27	0,1814	0,1985	0,2156	0,2326	0,2495	0,2664	0,2832	0,2999	0,3165	0,3330	33
30	0,1822	0,1994	0,2164	0,2334	0,2504	0,2672	0,2840	0,3007	0,3173	0,3338	30
33	0,1831	0,2002	0,2173	0,2343	0,2512	0,2681	0,2848	0,3015	0,3181	0,3346	27
36	0,1840	0,2011	0,2181	0,2351	0,2521	0,2689	0,2857	0,3024	0,3190	0,3354	24
39	0,1848	0,2019	0,2190	0,2360	0,2529	0,2698	0,2865	0,3032	0,3198	0,3363	21
42	0,1857	0,2028	0,2198	0,2368	0,2538	0,2706	0,2874	0,3040	0,3206	0,3371	18
45	0,1865	0,2036	0,2207	0,2377	0,2546	0,2714	0,2882	0,3049	0,3214	0,3379	15
48	0,1874	0,2045	0,2216	0,2385	0,2554	0,2723	0,2890	0,3057	0,3223	0,3387	12
51	0,1882	0,2054	0,2224	0,2394	0,2563	0,2731	0,2899	0,3065	0,3231	0,3396	9
54	0,1891	0,2062	0,2232	0,2402	0,2571	0,2740	0,2907	0,3074	0,3239	0,3404	6
57	0,1900	0,2071	0,2241	0,2411	0,2580	0,2748	0,2915	0,3082	0,3247	0,3412	3
60	0,1908	0,2079	0,2250	0,2419	0,2588	0,2756	0,2924	0,3090	0,3256	0,3420	0
	169°	168°	167°	166°	165°	164°	163°	162°	161°	160°	
	349°	348°	347°	346°	345°	344°	343°	342°	341°	340°	

	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°	
	200°	201°	202°	203°	204°	205°	206°	207°	208°	209°	
0	0,3420	0,3584	0,3746	0,3907	0,4067	0,4226	0,4384	0,4540	0,4695	0,4848	60
3	0,3428	0,3592	0,3754	0,3915	0,4075	0,4234	0,439	0,4548	0,4702	0,4856	57
6	0,3437	0,3600	0,3762	0,3923	0,4083	0,4242	0,4399	0,4555	0,4710	0,4863	54
9	0,3445	0,3608	0,3770	0,3931	0,4091	0,4250	0,4407	0,4563	0,4718	0,4871	51
12	0,3453	0,3616	0,3778	0,3939	0,4099	0,4258	0,4415	0,4571	0,4726	0,4879	48
15	0,3461	0,3624	0,3786	0,3947	0,4107	0,4266	0,4423	0,4579	0,4733	0,4886	45
18	0,3469	0,3632	0,3795	0,3956	0,4115	0,4274	0,4431	0,4586	0,4741	0,4894	42
21	0,3478	0,3641	0,3803	0,3964	0,4123	0,4282	0,4438	0,4594	0,4749	0,4901	39
24	0,3486	0,3649	0,3811	0,3972	0,4131	0,4289	0,4446	0,4602	0,4756	0,4909	36
27	0,3494	0,3657	0,3819	0,3980	0,4139	0,4297	0,4454	0,4610	0,4764	0,4917	33
30	0,3502	0,3665	0,3827	0,3988	0,4147	0,4305	0,4462	0,4618	0,4772	0,4924	30
33	0,3510	0,3673	0,3835	0,3996	0,4155	0,4313	0,4470	0,4625	0,4779	0,4932	27
36	0,3518	0,3681	0,3843	0,4004	0,4163	0,4321	0,4478	0,4633	0,4787	0,4939	24
39	0,3527	0,3689	0,3851	0,4012	0,4171	0,4329	0,4485	0,4641	0,4795	0,4947	21
42	0,3535	0,3698	0,3859	0,4020	0,4179	0,4337	0,4493	0,4648	0,4802	0,4955	18
45	0,3543	0,3706	0,3867	0,4028	0,4187	0,4344	0,4501	0,4656	0,4810	0,4962	15
48	0,3551	0,3714	0,3875	0,4036	0,4194	0,4352	0,4509	0,4664	0,4818	0,4970	12
51	0,3559	0,3722	0,3883	0,4043	0,4202	0,4360	0,4517	0,4672	0,4825	0,4977	9
54	0,3567	0,3730	0,3891	0,4051	0,4210	0,4368	0,4524	0,4679	0,4833	0,4985	6
57	0,3576	0,3738	0,3899	0,4059	0,4218	0,4376	0,4532	0,4687	0,4840	0,4992	3
60	0,3584	0,3746	0,3907	0,4067	0,4226	0,4384	0,4540	0,4695	0,4848	0,5000	0
	159°	158°	157°	156°	155°	154°	153°	152°	151°	150°	
	339°	338°	337°	336°	335°	334°	333°	332°	331°	330°	
	30°	31°	32°	33°	34°	35°	36°	37°	38°	39°	
	210°	211°	212°	213°	214°	215°	216°	217°	218°	219°	
0	0,5000	0,5150	0,5299	0,5446	0,5592	0,5736	0,5878	0,6019	0,6157	0,6293	60
3	0,5008	0,5158	0,5307	0,5454	0,5599	0,5743	0,5885	0,6025	0,6164	0,6300	57
6	0,5015	0,5165	0,5314	0,5461	0,5606	0,5750	0,5892	0,6032	0,6170	0,6307	54
9	0,5023	0,5173	0,5321	0,5468	0,5614	0,5757	0,5899	0,6039	0,6177	0,6314	51
12	0,5030	0,5180	0,5329	0,5476	0,5621	0,5764	0,5906	0,6046	0,6184	0,6320	48
15	0,5038	0,5188	0,5336	0,5483	0,5628	0,5772	0,5913	0,6053	0,6191	0,6327	45
18	0,5045	0,5195	0,5344	0,5490	0,5635	0,5779	0,5920	0,6060	0,6198	0,6334	42
21	0,5053	0,5203	0,5351	0,5498	0,5642	0,5786	0,5927	0,6067	0,6205	0,6341	39
24	0,5060	0,5210	0,5358	0,5505	0,5650	0,5793	0,5934	0,6074	0,6212	0,6347	36
27	0,5068	0,5218	0,5366	0,5512	0,5657	0,5800	0,5941	0,6081	0,6218	0,6354	33
30	0,5075	0,5225	0,5373	0,5519	0,5664	0,5807	0,5948	0,6088	0,6225	0,6361	30
33	0,5083	0,5232	0,5380	0,5527	0,5671	0,5814	0,5955	0,6094	0,6232	0,6368	27
36	0,5090	0,5240	0,5388	0,5534	0,5678	0,5821	0,5962	0,6102	0,6239	0,6374	24
39	0,5098	0,5247	0,5395	0,5541	0,5686	0,5828	0,5969	0,6108	0,6246	0,6381	21
42	0,5105	0,5255	0,5402	0,5548	0,5693	0,5835	0,5976	0,6115	0,6252	0,6388	18
45	0,5113	0,5262	0,5410	0,5556	0,5700	0,5842	0,5983	0,6122	0,6259	0,6394	15
48	0,5120	0,5270	0,5417	0,5563	0,5707	0,5850	0,5990	0,6129	0,6266	0,6401	12
51	0,5128	0,5277	0,5424	0,5570	0,5714	0,5857	0,5997	0,6136	0,6273	0,6408	9
54	0,5135	0,5284	0,5432	0,5578	0,5722	0,5864	0,6004	0,6143	0,6280	0,6414	6
57	0,5143	0,5292	0,5439	0,5585	0,5729	0,5871	0,6011	0,6150	0,6286	0,6421	3
60	0,5150	0,5299	0,5446	0,5592	0,5736	0,5878	0,6018	0,6157	0,6293	0,6428	0
	149°	148°	147°	146°	145°	144°	143°	142°	141°	140°	
	329°	328°	327°	326°	325°	324°	323°	322°	321°	320°	

	40°	41°	42°	43°	44°	45°	46°	47°	48°	49°	
	220°	221°	222°	223°	224°	225°	226°	227°	228°	229°	
0	0,6428	0,6561	0,6691	0,6820	0,6947	0,7071	0,7193	0,7314	0,7431	0,7547	60
3	0,6435	0,6567	0,6698	0,6826	0,6953	0,7077	0,7200	0,7320	0,7437	0,7553	57
6	0,6441	0,6574	0,6704	0,6833	0,6959	0,7083	0,7206	0,7325	0,7443	0,7558	54
9	0,6448	0,6580	0,6711	0,6839	0,6965	0,7090	0,7212	0,7331	0,7449	0,7564	51
12	0,6455	0,6587	0,6717	0,6846	0,6972	0,7096	0,7218	0,7337	0,7455	0,7570	48
15	0,6461	0,6594	0,6724	0,6852	0,6978	0,7102	0,7224	0,7343	0,7461	0,7576	45
18	0,6468	0,6600	0,6730	0,6858	0,6984	0,7108	0,7230	0,7349	0,7466	0,7581	42
21	0,6475	0,6607	0,6737	0,6864	0,6990	0,7114	0,7236	0,7355	0,7472	0,7587	39
24	0,6481	0,6613	0,6743	0,6871	0,6997	0,7120	0,7242	0,7361	0,7478	0,7593	36
27	0,6488	0,6620	0,6750	0,6877	0,7003	0,7126	0,7248	0,7367	0,7484	0,7598	33
30	0,6494	0,6626	0,6756	0,6884	0,7009	0,7132	0,7254	0,7373	0,7490	0,7604	30
33	0,6501	0,6633	0,6762	0,6890	0,7015	0,7139	0,7260	0,7379	0,7495	0,7610	27
36	0,6508	0,6639	0,6769	0,6896	0,7022	0,7145	0,7266	0,7385	0,7501	0,7615	24
39	0,6514	0,6646	0,6775	0,6902	0,7028	0,7151	0,7272	0,7390	0,7507	0,7621	21
42	0,6521	0,6652	0,6782	0,6909	0,7034	0,7157	0,7278	0,7396	0,7513	0,7627	18
45	0,6528	0,6659	0,6788	0,6915	0,7040	0,7163	0,7284	0,7402	0,7518	0,7632	15
48	0,6534	0,6665	0,6794	0,6921	0,7046	0,7169	0,7290	0,7408	0,7524	0,7638	12
51	0,6541	0,6672	0,6801	0,6928	0,7052	0,7175	0,7296	0,7414	0,7520	0,7644	9
54	0,6547	0,6678	0,6807	0,6934	0,7059	0,7181	0,7302	0,7420	0,7536	0,7649	6
57	0,6554	0,6685	0,6814	0,6940	0,7065	0,7187	0,7308	0,7426	0,7541	0,7655	3
60	0,6561	0,6691	0,6820	0,6947	0,7071	0,7193	0,7314	0,7431	0,7547	0,7660	0
	139°	138°	137°	136°	135°	134°	133°	132°	131°	130°	
	319°	318°	317°	316°	315°	314°	313°	312°	311°	310°	
	50°	51°	52°	53°	54°	55°	56°	57°	58°	59°	
	230°	231°	232°	233°	234°	235°	236°	237°	238°	239°	
0	0,7660	0,7772	0,7880	0,7986	0,8090	0,8192	0,8290	0,8387	0,8480	0,8572	60
3	0,7666	0,7777	0,7886	0,7992	0,8095	0,8196	0,8295	0,8392	0,8485	0,8576	57
6	0,7672	0,7782	0,7891	0,7997	0,8100	0,8202	0,8300	0,8396	0,8490	0,8581	54
9	0,7677	0,7788	0,7896	0,8003	0,8106	0,8206	0,8305	0,8401	0,8494	0,8585	51
12	0,7683	0,7793	0,7902	0,8007	0,8111	0,8212	0,8310	0,8406	0,8499	0,8590	48
15	0,7688	0,7799	0,7907	0,8012	0,8116	0,8216	0,8315	0,8410	0,8504	0,8594	45
18	0,7694	0,7804	0,7912	0,8018	0,8121	0,8221	0,8320	0,8415	0,8508	0,8598	42
21	0,7700	0,7810	0,7918	0,8023	0,8126	0,8226	0,8324	0,8420	0,8513	0,8603	39
24	0,7705	0,7815	0,7923	0,8028	0,8131	0,8231	0,8329	0,8424	0,8517	0,8607	36
27	0,7711	0,7821	0,7928	0,8033	0,8136	0,8236	0,8334	0,8429	0,8522	0,8612	33
30	0,7716	0,7826	0,7934	0,8039	0,8141	0,8241	0,8339	0,8434	0,8526	0,8616	30
33	0,7722	0,7832	0,7939	0,8044	0,8146	0,8246	0,8344	0,8439	0,8531	0,8621	27
36	0,7727	0,7837	0,7944	0,8049	0,8151	0,8251	0,8348	0,8443	0,8536	0,8625	24
39	0,7733	0,7842	0,7949	0,8054	0,8156	0,8256	0,8353	0,8448	0,8540	0,8630	21
42	0,7738	0,7848	0,7955	0,8059	0,8161	0,8261	0,8358	0,8453	0,8545	0,8634	18
45	0,7744	0,7853	0,7960	0,8064	0,8166	0,8266	0,8363	0,8457	0,8549	0,8638	15
48	0,7749	0,7859	0,7965	0,8070	0,8171	0,8271	0,8368	0,8462	0,8554	0,8643	12
51	0,7755	0,7864	0,7971	0,8075	0,8176	0,8276	0,8372	0,8467	0,8558	0,8647	9
54	0,7760	0,7869	0,7976	0,8080	0,8182	0,8281	0,8377	0,8471	0,8563	0,8652	6
57	0,7766	0,7875	0,7981	0,8085	0,8186	0,8286	0,8382	0,8476	0,8567	0,8656	3
60	0,7772	0,7880	0,7986	0,8090	0,8192	0,8290	0,8387	0,8480	0,8572	0,8660	0
	129°	128°	127°	126°	125°	124°	123°	122°	121°	120°	
	309°	308°	307°	306°	305°	304°	303°	302°	301°	300°	

	60°	61°	62°	63°	64°	65°	66°	67°	68°	69°	
	240°	241°	242°	243°	244°	245°	246°	247°	248°	249°	
0	0,8660	0,8746	0,8830	0,8910	0,8988	0,9063	0,9136	0,9205	0,9272	0,9336	60
3	0,8665	0,8750	0,8834	0,8914	0,8992	0,9067	0,9139	0,9208	0,9275	0,9339	57
6	0,8669	0,8755	0,8838	0,8918	0,8996	0,9070	0,9142	0,9212	0,9278	0,9342	54
9	0,8673	0,8759	0,8842	0,8922	0,8999	0,9074	0,9146	0,9215	0,9282	0,9345	51
12	0,8678	0,8763	0,8846	0,8926	0,9003	0,9078	0,9150	0,9218	0,9285	0,9348	48
15	0,8682	0,8767	0,8850	0,8930	0,9007	0,9081	0,9153	0,9222	0,9288	0,9351	45
18	0,8686	0,8772	0,8854	0,8934	0,9011	0,9085	0,9157	0,9225	0,9291	0,9354	42
21	0,8691	0,8776	0,8858	0,8938	0,9015	0,9089	0,9160	0,9229	0,9294	0,9358	39
24	0,8695	0,8780	0,8862	0,8942	0,9018	0,9092	0,9164	0,9232	0,9298	0,9361	36
27	0,8699	0,8784	0,8866	0,8945	0,9022	0,9096	0,9167	0,9236	0,9301	0,9364	33
30	0,8704	0,8788	0,8870	0,8949	0,9026	0,9100	0,9171	0,9239	0,9304	0,9367	30
33	0,8708	0,8792	0,8874	0,8953	0,9030	0,9103	0,9174	0,9242	0,9307	0,9370	27
36	0,8712	0,8796	0,8878	0,8957	0,9033	0,9107	0,9178	0,9246	0,9311	0,9373	24
39	0,8716	0,8801	0,8882	0,8961	0,9037	0,9110	0,9181	0,9249	0,9314	0,9376	21
42	0,8721	0,8805	0,8886	0,8965	0,9041	0,9114	0,9184	0,9252	0,9317	0,9379	18
45	0,8725	0,8809	0,8890	0,8969	0,9045	0,9118	0,9188	0,9255	0,9320	0,9382	15
48	0,8729	0,8813	0,8894	0,8973	0,9048	0,9121	0,9191	0,9259	0,9323	0,9385	12
51	0,8733	0,8817	0,8898	0,8976	0,9052	0,9125	0,9195	0,9262	0,9326	0,9388	9
54	0,8738	0,8821	0,8902	0,8980	0,9056	0,9128	0,9198	0,9265	0,9331	0,9391	6
57	0,8742	0,8825	0,8906	0,8984	0,9059	0,9132	0,9202	0,9269	0,9333	0,9394	3
60	0,8746	0,8830	0,8910	0,8988	0,9063	0,9136	0,9205	0,9272	0,9336	0,9397	0
	119°	118°	117°	116°	115°	114°	113°	112°	111°	110°	
	299°	298°	297°	296°	295°	294°	293°	292°	291°	290°	
	70°	71°	72°	73°	74°	75°	76°	77°	78°	79°	
	250°	251°	252°	253°	254°	255°	256°	257°	258°	259°	
0	0,9397	0,9455	0,9511	0,9563	0,9613	0,9659	0,9703	0,9744	0,9782	0,9816	60
3	0,9400	0,9458	0,9513	0,9566	0,9615	0,9662	0,9705	0,9746	0,9783	0,9818	57
6	0,9403	0,9461	0,9516	0,9568	0,9617	0,9664	0,9707	0,9748	0,9785	0,9820	54
9	0,9406	0,9464	0,9519	0,9571	0,9621	0,9668	0,9709	0,9750	0,9787	0,9821	51
12	0,9409	0,9467	0,9521	0,9573	0,9622	0,9668	0,9711	0,9752	0,9789	0,9823	48
15	0,9412	0,9469	0,9524	0,9576	0,9625	0,9671	0,9713	0,9753	0,9790	0,9824	45
18	0,9415	0,9472	0,9527	0,9578	0,9627	0,9673	0,9716	0,9755	0,9792	0,9826	42
21	0,9418	0,9475	0,9529	0,9581	0,9629	0,9675	0,9718	0,9757	0,9794	0,9828	39
24	0,9421	0,9478	0,9532	0,9583	0,9632	0,9677	0,9720	0,9759	0,9796	0,9829	36
27	0,9424	0,9480	0,9534	0,9586	0,9634	0,9679	0,9722	0,9761	0,9798	0,9831	33
30	0,9426	0,9483	0,9537	0,9588	0,9636	0,9682	0,9724	0,9763	0,9799	0,9832	30
33	0,9429	0,9486	0,9540	0,9591	0,9639	0,9684	0,9726	0,9765	0,9801	0,9834	27
36	0,9432	0,9489	0,9542	0,9593	0,9641	0,9686	0,9728	0,9767	0,9803	0,9836	24
39	0,9435	0,9492	0,9545	0,9596	0,9643	0,9688	0,9730	0,9769	0,9804	0,9837	21
42	0,9438	0,9494	0,9547	0,9598	0,9646	0,9690	0,9731	0,9770	0,9806	0,9839	18
45	0,9441	0,9497	0,9550	0,9600	0,9648	0,9692	0,9734	0,9772	0,9808	0,9840	15
48	0,9444	0,9500	0,9553	0,9603	0,9650	0,9694	0,9736	0,9774	0,9810	0,9842	12
51	0,9447	0,9502	0,9555	0,9605	0,9652	0,9697	0,9738	0,9776	0,9811	0,9844	9
54	0,9449	0,9505	0,9558	0,9608	0,9655	0,9699	0,9741	0,9778	0,9813	0,9845	6
57	0,9452	0,9508	0,9560	0,9610	0,9657	0,9701	0,9742	0,9780	0,9815	0,9847	3
60	0,9455	0,9511	0,9563	0,9613	0,9659	0,9703	0,9744	0,9782	0,9816	0,9848	0
	109°	108°	107°	106°	105°	104°	103°	102°	101°	100°	
	289°	288°	287°	286°	285°	284°	283°	282°	281°	280°	

	80°	81°	82°	83°	84°	85°	86°	87°	88°	89°	
	260°	261°	262°	263°	264°	265°	266°	267°	268°	269°	
0	0,9848	0,9877	0,9903	0,9926	0,9945	0,9962	0,9976	0,9986	0,9994	0,9998	60
3	0,9850	0,9878	0,9904	0,9926	0,9946	0,9963	0,9976	0,9987	0,9994	0,9999	57
6	0,9851	0,9880	0,9905	0,9928	0,9947	0,9964	0,9977	0,9987	0,9994	0,9999	54
9	0,9853	0,9881	0,9906	0,9929	0,9948	0,9964	0,9977	0,9988	0,9995	0,9999	51
12	0,9854	0,9882	0,9908	0,9930	0,9949	0,9965	0,9978	0,9988	0,9995	0,9999	48
15	0,9856	0,9884	0,9909	0,9931	0,9950	0,9966	0,9979	0,9989	0,9995	0,9999	45
18	0,9857	0,9885	0,9910	0,9932	0,9951	0,9966	0,9979	0,9989	0,9996	0,9999	42
21	0,9858	0,9886	0,9911	0,9933	0,9951	0,9967	0,9980	0,9989	0,9996	0,9999	39
24	0,9860	0,9888	0,9912	0,9934	0,9952	0,9968	0,9980	0,9990	0,9996	1,0000	36
27	0,9861	0,9889	0,9913	0,9935	0,9953	0,9968	0,9981	0,9990	0,9996	1,0000	33
30	0,9863	0,9890	0,9914	0,9936	0,9954	0,9969	0,9981	0,9990	0,9997	1,0000	30
33	0,9864	0,9891	0,9916	0,9937	0,9955	0,9970	0,9982	0,9991	0,9997	1,0000	27
36	0,9866	0,9893	0,9917	0,9938	0,9956	0,9970	0,9982	0,9991	0,9997	1,0000	24
39	0,9867	0,9894	0,9918	0,9939	0,9956	0,9971	0,9983	0,9992	0,9997	1,0000	21
42	0,9869	0,9895	0,9919	0,9940	0,9957	0,9972	0,9983	0,9992	0,9997	1,0000	18
45	0,9870	0,9896	0,9920	0,9941	0,9958	0,9972	0,9984	0,9992	0,9998	1,0000	15
48	0,9871	0,9898	0,9921	0,9942	0,9959	0,9973	0,9984	0,9993	0,9998	1,0000	12
51	0,9873	0,9899	0,9922	0,9942	0,9960	0,9974	0,9985	0,9993	0,9998	1,0000	9
54	0,9874	0,9900	0,9923	0,9943	0,9960	0,9974	0,9985	0,9993	0,9998	1,0000	6
57	0,9876	0,9902	0,9924	0,9944	0,9961	0,9975	0,9986	0,9994	0,9998	1,0000	3
60	0,9877	0,9903	0,9926	0,9945	0,9962	0,9976	0,9986	0,9994	0,9998	1,0000	0
	99°	98°	97°	96°	95°	94°	93°	92°	91°	90°	
	279°	278°	277°	276°	275°	274°	273°	272°	271°	270°	

Таблица 6.

ЛОГАРИФМЫ ПРОИЗВЕДЕНИЙ е . 206265.

e	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,00		2.314	2.615	2.792	2.916	3.013	3.093	3.160	3.218	3.269
0,01	3.314	3.356	3.394	3.428	3.461	3.490	3.518	3.545	3.570	3.593
0,02	3.615	3.637	3.657	3.676	3.695	3.712	3.729	3.746	3.762	3.777
0,03	3.792	3.806	3.820	3.833	3.846	3.858	3.871	3.883	3.894	3.906
0,04	3.916	3.927	3.938	3.948	3.958	3.968	3.977	3.986	3.996	4.005
0,05	4.013	4.022	4.031	4.039	4.047	4.055	4.063	4.070	4.078	4.085
0,06	4.093	4.100	4.107	4.114	4.121	4.127	4.134	4.140	4.147	4.153
0,07	4.160	4.166	4.172	4.178	4.184	4.190	4.195	4.201	4.207	4.212
0,08	4.218	4.223	4.228	4.234	4.239	4.244	4.249	4.254	4.259	4.264
0,09	4.269	4.274	4.278	4.283	4.288	4.293	4.297	4.301	4.306	4.310
0,10	4.3145	4.3187	4.3230	4.3274	4.3314	4.3357	4.3396	4.3438	4.3479	4.3518
0,11	4.3558	4.3598	4.3636	4.3675	4.3712	4.3751	4.3789	4.3826	4.3863	4.3900
0,12	4.3936	4.3972	4.4007	4.4043	4.4079	4.4113	4.4148	4.4183	4.4216	4.4250
0,13	4.4283	4.4317	4.4350	4.4382	4.4415	4.4448	4.4479	4.4512	4.4542	4.4574
0,14	4.4606	4.4636	4.4667	4.4698	4.4728	4.4758	4.4787	4.4817	4.4847	4.4876
0,15	4.4905	4.4935	4.4962	4.4991	4.5019	4.5047	4.5076	4.5103	4.5131	4.5159
0,16	4.5185	4.5213	4.5239	4.5266	4.5293	4.5320	4.5345	4.5372	4.5397	4.5423
0,17	4.5448	4.5474	4.5500	4.5524	4.5550	4.5575	4.5599	4.5624	4.5649	4.5673
0,18	4.5697	4.5721	4.5745	4.5769	4.5792	4.5816	4.5840	4.5862	4.5886	4.5908
0,19	4.5932	4.5955	4.5977	4.6000	4.6023	4.6044	4.6067	4.6088	4.6111	4.6133
0,20	4.6154	4.6176	4.6198	4.6219	4.6241	4.6261	4.6283	4.6304	4.6325	4.6346
0,21	4.6367	4.6387	4.6408	4.6428	4.6448	4.6469	4.6488	4.6509	4.6529	4.6548
0,22	4.6569	4.6588	4.6608	4.6628	4.6646	4.6666	4.6686	4.6704	4.6724	4.6742
0,23	4.6761	4.6781	4.6799	4.6818	4.6837	4.6855	4.6874	4.6891	4.6910	4.6928
0,24	4.6946	4.6964	4.6983	4.7000	4.7018	4.7036	4.7054	4.7071	4.7088	4.7106
0,25	4.7124	4.7141	4.7158	4.7175	4.7192	4.7210	4.7226	4.7244	4.7261	4.7277
0,26	4.7294	4.7311	4.7327	4.7344	4.7360	4.7377	4.7393	4.7409	4.7426	4.7441
0,27	4.7458	4.7474	4.7490	4.7506	4.7522	4.7537	4.7553	4.7569	4.7585	4.7600
0,28	4.7616	4.7631	4.7647	4.7662	4.7678	4.7693	4.7708	4.7723	4.7738	4.7753
0,29	4.7768	4.7783	4.7798	4.7813	4.7828	4.7843	4.7857	4.7872	4.7887	4.7901
0,30	4.7916	4.7930	4.7944	4.7959	4.7973	4.7987	4.8002	4.8015	4.8030	4.8044
0,31	4.8058	4.8072	4.8086	4.8100	4.8114	4.8127	4.8141	4.8155	4.8168	4.8182
0,32	4.8195	4.8209	4.8223	4.8236	4.8250	4.8263	4.8276	4.8290	4.8303	4.8316
0,33	4.8330	4.8342	4.8356	4.8369	4.8382	4.8395	4.8408	4.8420	4.8434	4.8446
0,34	4.8459	4.8472	4.8484	4.8497	4.8510	4.8522	4.8535	4.8547	4.8560	4.8573
0,35	4.8585	4.8597	4.8610	4.8622	4.8634	4.8646	4.8659	4.8671	4.8683	4.8695
0,36	4.8708	4.8719	4.8732	4.8743	4.8755	4.8767	4.8779	4.8791	4.8803	4.8814
0,37	4.8826	4.8838	4.8850	4.8862	4.8873	4.8885	4.8896	4.8908	4.8919	4.8930
0,38	4.8942	4.8954	4.8965	4.8976	4.8988	4.8999	4.9010	4.9021	4.9032	4.9044
0,39	4.9055	4.9066	4.9077	4.9088	4.9099	4.9110	4.9121	4.9132	4.9143	4.9154
e	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

e	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,40	4.9165	4.9176	4.9187	4.9197	4.9208	4.9219	4.9229	4.9240	4.9251	4.9261
0,41	4.9272	4.9282	4.9293	4.9304	4.9314	4.9325	4.9335	4.9346	4.9356	4.9367
0,42	4.9377	4.9387	4.9397	4.9408	4.9418	4.9428	4.9438	4.9449	4.9459	4.9469
0,43	4.9479	4.9489	4.9499	4.9509	4.9519	4.9529	4.9539	4.9549	4.9559	4.9569
0,44	4.9579	4.9588	4.9598	4.9608	4.9618	4.9628	4.9637	4.9647	4.9657	4.9667
0,45	4.9676	4.9686	4.9696	4.9705	4.9715	4.9724	4.9734	4.9743	4.9753	4.9763
0,46	4.9772	4.9781	4.9790	4.9800	4.9810	4.9819	4.9828	4.9838	4.9847	4.9856
0,47	4.9865	4.9874	4.9884	4.9893	4.9902	4.9911	4.9920	4.9929	4.9938	4.9948
0,48	4.9957	4.9966	4.9975	4.9984	4.9993	5.0002	5.0011	5.0019	5.0029	5.0037
0,49	5.0046	5.0055	5.0064	5.0073	5.0081	5.0090	5.0099	5.0108	5.0116	5.0125

0,50	5.0134	5.0143	5.0152	5.0160	5.0169	5.0177	5.0186	5.0194	5.0203	5.0211
0,51	5.0220	5.0228	5.0237	5.0245	5.0254	5.0262	5.0271	5.0279	5.0288	5.0296
0,52	5.0304	5.0312	5.0321	5.0329	5.0337	5.0346	5.0354	5.0362	5.0371	5.0379
0,53	5.0387	5.0395	5.0403	5.0412	5.0420	5.0428	5.0436	5.0444	5.0452	5.0460
0,54	5.0468	5.0476	5.0484	5.0492	5.0500	5.0508	5.0516	5.0524	5.0532	5.0540
0,55	5.0548	5.0556	5.0564	5.0571	5.0579	5.0587	5.0595	5.0603	5.0611	5.0618
0,56	5.0626	5.0634	5.0642	5.0649	5.0657	5.0665	5.0672	5.0680	5.0688	5.0695
0,57	5.0703	5.0711	5.0718	5.0726	5.0734	5.0741	5.0748	5.0756	5.0763	5.0771
0,58	5.0778	5.0786	5.0794	5.0801	5.0808	5.0816	5.0823	5.0831	5.0838	5.0845
0,59	5.0853	5.0860	5.0868	5.0875	5.0882	5.0890	5.0897	5.0904	5.0911	5.0918

0,60	5.0926	5.0933	5.0940	5.0948	5.0954	5.0962	5.0969	5.0976	5.0983	5.0991
0,61	5.0997	5.1005	5.1012	5.1019	5.1026	5.1033	5.1040	5.1047	5.1054	5.1061
0,62	5.1068	5.1075	5.1082	5.1089	5.1096	5.1103	5.1110	5.1117	5.1124	5.1131
0,63	5.1138	5.1144	5.1151	5.1158	5.1165	5.1172	5.1179	5.1186	5.1193	5.1199
0,64	5.1206	5.1213	5.1220	5.1226	5.1233	5.1240	5.1247	5.1253	5.1260	5.1267
0,65	5.1273	5.1280	5.1287	5.1293	5.1300	5.1307	5.1313	5.1320	5.1326	5.1333
0,66	5.1340	5.1346	5.1353	5.1359	5.1366	5.1373	5.1379	5.1386	5.1392	5.1398
0,67	5.1405	5.1411	5.1418	5.1425	5.1431	5.1437	5.1444	5.1450	5.1457	5.1463
0,68	5.1469	5.1476	5.1482	5.1488	5.1495	5.1501	5.1508	5.1514	5.1520	5.1527
0,69	5.1533	5.1539	5.1545	5.1552	5.1558	5.1564	5.1570	5.1577	5.1583	5.1589

0,70	5.1595	5.1601	5.1608	5.1614	5.1620	5.1626	5.1632	5.1638	5.1645	5.1651
0,71	5.1657	5.1663	5.1669	5.1675	5.1681	5.1687	5.1694	5.1699	5.1706	5.1711
0,72	5.1718	5.1724	5.1730	5.1736	5.1742	5.1748	5.1754	5.1759	5.1766	5.1772
0,73	5.1777	5.1783	5.1789	5.1795	5.1801	5.1807	5.1813	5.1819	5.1825	5.1831
0,74	5.1837	5.1842	5.1848	5.1854	5.1860	5.1866	5.1872	5.1877	5.1883	5.1889
0,75	5.1895	5.1901	5.1906	5.1912	5.1918	5.1924	5.1930	5.1935	5.1941	5.1947
0,76	5.1952	5.1958	5.1964	5.1969	5.1975	5.1981	5.1987	5.1992	5.1998	5.2004
0,77	5.2009	5.2015	5.2021	5.2026	5.2032	5.2037	5.2043	5.2049	5.2054	5.2060
0,78	5.2065	5.2071	5.2076	5.2082	5.2087	5.2093	5.2098	5.2104	5.2110	5.2115
0,79	5.2121	5.2126	5.2131	5.2137	5.2142	5.2148	5.2153	5.2159	5.2164	5.2170

e	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

ТАБЛИЦА 7.

Логарифмы $\text{Sp}(\theta + M)$ для всех
тупых и острых углов:

от 0° до 90° и

от 180° до 270° , записанных сверху таблиц;

от 360° до 270° и

от 180° до 90° , записанных снизу таблиц.

	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	
	180°	181°	182°	183°	184°	185°	186°	187°	188°	189°	
0	—	8,2419	8,5428	8,7188	8,8436	8,9403	9,0192	9,0859	9,1436	9,1943	60
3	6,9408	8,2630	8,5535	8,7260	8,8490	8,9446	9,0228	9,0890	9,1462	9,1967	57
6	7,2419	8,2832	8,5640	8,7330	8,8543	8,9489	9,0264	9,0920	9,1489	9,1991	54
9	7,4180	8,3026	8,5742	8,7400	8,8596	8,9531	9,0299	9,0951	9,1516	9,2014	51
12	7,5429	8,3210	8,5842	8,7468	8,8647	8,9573	9,0334	9,0981	9,1542	9,2038	48
15	7,6398	8,3388	8,5940	8,7535	8,8699	8,9614	9,0369	9,1011	9,1568	9,2061	45
18	7,7190	8,3558	8,6035	8,7602	8,8749	8,9655	9,0403	9,1040	9,1594	9,2084	42
21	7,7859	8,3722	8,6128	8,7667	8,8800	8,9696	9,0438	9,1070	9,1620	9,2108	39
24	7,8439	8,3880	8,6220	8,7731	8,8849	8,9736	9,0472	9,1099	9,1646	9,2131	36
27	7,8951	8,4032	8,6309	8,7794	8,8898	8,9776	9,0505	9,1128	9,1672	9,2153	33
30	7,9408	8,4179	8,6397	8,7857	8,8946	8,9816	9,0539	9,1157	9,1697	9,2176	30
33	7,9822	8,4322	8,6483	8,7918	8,8994	8,9855	9,0572	9,1186	9,1722	9,2199	27
36	8,0200	8,4459	8,6567	8,7979	8,9042	8,9894	9,0605	9,1214	9,1747	9,2221	24
39	8,0548	8,4593	8,6650	8,8039	8,9088	8,9932	9,0637	9,1242	9,1772	9,2244	21
42	8,0870	8,4723	8,6731	8,8098	8,9135	8,9970	9,0670	9,1271	9,1797	9,2266	18
45	8,1169	8,4848	8,6810	8,8156	8,9181	9,0008	9,0702	9,1298	9,1822	9,2288	15
48	8,1450	8,4971	8,6889	8,8213	8,9226	9,0046	9,0734	9,1326	9,1846	9,2310	12
51	8,1713	8,5090	8,6965	8,8270	8,9271	9,0083	9,0765	9,1354	9,1871	9,2332	9
54	8,1961	8,5206	8,7041	8,8326	8,9315	9,0120	9,0797	9,1381	9,1895	9,2354	6
57	8,2196	8,5318	8,7115	8,8381	8,9359	9,0156	9,0828	9,1408	9,1919	9,2375	3
60	8,2419	8,5428	8,7188	8,8436	8,9403	9,0192	9,0859	9,1436	9,1943	9,2397	0
	179°	178°	177°	176°	175°	174°	173°	172°	171°	170°	
	359°	358°	357°	356°	355°	354°	353°	352°	351°	350°	
	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°	
	190°	191°	192°	193°	194°	195°	196°	197°	198°	199°	
0	9,2397	9,2806	9,3179	9,3521	9,3837	9,4130	9,4403	9,4659	9,4900	9,5126	60
3	9,2418	9,2825	9,3197	9,3537	9,3852	9,4144	9,4417	9,4672	9,4912	9,5137	57
6	9,2440	9,2845	9,3214	9,3554	9,3867	9,4158	9,4430	9,4684	9,4923	9,5148	54
9	9,2461	9,2864	9,3232	9,3570	9,3882	9,4172	9,4443	9,4696	9,4935	9,5159	51
12	9,2482	9,2883	9,3250	9,3586	9,3897	9,4186	9,4456	9,4709	9,4946	9,5170	48
15	9,2503	9,2902	9,3267	9,3602	9,3912	9,4200	9,4469	9,4721	9,4958	9,5181	45
18	9,2524	9,2921	9,3284	9,3618	9,3927	9,4214	9,4482	9,4733	9,4969	9,5192	42
21	9,2544	9,2940	9,3302	9,3634	9,3942	9,4228	9,4495	9,4745	9,4981	9,5203	39
24	9,2565	9,2959	9,3319	9,3650	9,3957	9,4242	9,4508	9,4757	9,4992	9,5214	36
27	9,2586	9,2978	9,3336	9,3666	9,3971	9,4255	9,4521	9,4769	9,5003	9,5224	33
30	9,2606	9,2997	9,3353	9,3682	9,3986	9,4269	9,4533	9,4781	9,5015	9,5235	30
33	9,2627	9,3015	9,3370	9,3698	9,4001	9,4283	9,4546	9,4793	9,5026	9,5246	27
36	9,2647	9,3034	9,3387	9,3713	9,4015	9,4296	9,4559	9,4805	9,5037	9,5256	24
39	9,2667	9,3052	9,3404	9,3729	9,4030	9,4310	9,4572	9,4817	9,5049	9,5267	21
42	9,2687	9,3070	9,3421	9,3744	9,4044	9,4323	9,4584	9,4829	9,5060	9,5278	18
45	9,2707	9,3089	9,3438	9,3760	9,4059	9,4337	9,4597	9,4841	9,5071	9,5288	15
48	9,2727	9,3107	9,3455	9,3776	9,4073	9,4350	9,4610	9,4853	9,5082	9,5299	12
51	9,2747	9,3125	9,3471	9,3791	9,4087	9,4364	9,4622	9,4865	9,5093	9,5309	9
54	9,2767	9,3143	9,3488	9,3806	9,4102	9,4377	9,4634	9,4876	9,5104	9,5320	6
57	9,2786	9,3161	9,3504	9,3822	9,4116	9,4390	9,4647	9,4888	9,5115	9,5330	3
60	9,2806	9,3179	9,3521	9,3837	9,4130	9,4403	9,4659	9,4900	9,5126	9,5341	0
	169°	168°	167°	166°	165°	164°	163°	162°	161°	160°	
	349°	348°	347°	346°	345°	344°	343°	342°	341°	340°	

	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°	
	200°	201°	202°	203°	204°	205°	206°	207°	208°	209°	
0	9,5341	9,5543	9,5736	9,5919	9,6093	9,6260	9,6418	9,6570	9,6716	9,6856	60
3	9,5351	9,5553	9,5745	9,5928	9,6102	9,6268	9,6426	9,6578	9,6723	9,6862	57
6	9,5361	9,5563	9,5754	9,5937	9,6110	9,6276	9,6434	9,6585	9,6730	9,6869	54
9	9,5372	9,5573	9,5764	9,5946	9,6119	9,6284	9,6442	9,6593	9,6737	9,6876	51
12	9,5382	9,5583	9,5773	9,5954	9,6127	9,6292	9,6449	9,6600	9,6744	9,6883	48
15	9,5392	9,5592	9,5782	9,5963	9,6135	9,6300	9,6457	9,6608	9,6752	9,6890	45
18	9,5402	9,5602	9,5792	9,5972	9,6144	9,6308	9,6465	9,6615	9,6759	9,6897	42
21	9,5413	9,5612	9,5801	9,5981	9,6152	9,6316	9,6472	9,6622	9,6766	9,6903	39
24	9,5423	9,5622	9,5810	9,5990	9,6161	9,6324	9,6480	9,6630	9,6773	9,6910	36
27	9,5433	9,5631	9,5819	9,5998	9,6169	9,6332	9,6488	9,6637	9,6780	9,6917	33
30	9,5443	9,5641	9,5828	9,6007	9,6177	9,6340	9,6495	9,6644	9,6787	9,6923	30
33	9,5453	9,5650	9,5838	9,6016	9,6186	9,6348	9,6503	9,6651	9,6794	9,6930	27
36	9,5464	9,5660	9,5847	9,6024	9,6194	9,6356	9,6510	9,6659	9,6801	9,6937	24
39	9,5474	9,5670	9,5856	9,6033	9,6202	9,6364	9,6518	9,6666	9,6808	9,6943	21
42	9,5484	9,5679	9,5865	9,6042	9,6210	9,6372	9,6526	9,6673	9,6814	9,6950	18
45	9,5494	9,5689	9,5874	9,6050	9,6219	9,6379	9,6533	9,6680	9,6821	9,6957	15
48	9,5504	9,5698	9,5883	9,6059	9,6227	9,6387	9,6541	9,6688	9,6828	9,6963	12
51	9,5514	9,5708	9,5892	9,6068	9,6235	9,6395	9,6548	9,6695	9,6835	9,6970	9
54	9,5524	9,5717	9,5901	9,6076	9,6243	9,6403	9,6556	9,6702	9,6842	9,6976	6
57	9,5533	9,5726	9,5910	9,6085	9,6251	9,6411	9,6563	9,6709	9,6849	9,6983	3
60	9,5543	9,5736	9,5919	9,6093	9,6260	9,6418	9,6570	9,6716	9,6856	9,6990	0
	159°	158°	157°	156°	155°	154°	153°	152°	151°	150°	
	339°	338°	337°	336°	335°	334°	333°	332°	331°	330°	
	30°	31°	32°	33°	34°	35°	36°	37°	38°	39°	
	210°	211°	212°	213°	214°	215°	216°	217°	218°	219°	
0	9,6990	9,7118	9,7242	9,7361	9,7476	9,7586	9,7692	9,7795	9,7893	9,7989	60
3	9,6996	9,7125	9,7248	9,7367	9,7481	9,7591	9,7697	9,7800	9,7898	9,7993	57
6	9,7003	9,7131	9,7254	9,7373	9,7487	9,7597	9,7703	9,7805	9,7903	9,7998	54
9	9,7009	9,7137	9,7260	9,7378	9,7492	9,7602	9,7708	9,7810	9,7908	9,8003	51
12	9,7016	9,7144	9,7266	9,7384	9,7498	9,7608	9,7713	9,7815	9,7913	9,8007	48
15	9,7022	9,7150	9,7272	9,7390	9,7504	9,7613	9,7718	9,7820	9,7918	9,8012	45
18	9,7029	9,7156	9,7278	9,7396	9,7509	9,7618	9,7723	9,7825	9,7922	9,8017	42
21	9,7035	9,7162	9,7284	9,7402	9,7515	9,7624	9,7729	9,7830	9,7927	9,8021	39
24	9,7042	9,7168	9,7290	9,7407	9,7520	9,7629	9,7734	9,7835	9,7932	9,8026	36
27	9,7048	9,7175	9,7296	9,7413	9,7526	9,7634	9,7739	9,7840	9,7937	9,8030	33
30	9,7055	9,7181	9,7302	9,7419	9,7531	9,7640	9,7744	9,7844	9,7942	9,8035	30
33	9,7061	9,7187	9,7308	9,7425	9,7537	9,7645	9,7749	9,7849	9,7946	9,8040	27
36	9,7068	9,7193	9,7314	9,7430	9,7542	9,7650	9,7754	9,7854	9,7951	9,8044	24
39	9,7074	9,7199	9,7320	9,7436	9,7548	9,7655	9,7759	9,7859	9,7956	9,8049	21
42	9,7080	9,7206	9,7326	9,7442	9,7553	9,7661	9,7764	9,7864	9,7960	9,8053	18
45	9,7087	9,7212	9,7332	9,7447	9,7559	9,7666	9,7769	9,7869	9,7965	9,8058	15
48	9,7093	9,7218	9,7338	9,7453	9,7564	9,7671	9,7774	9,7874	9,7970	9,8062	12
51	9,7099	9,7224	9,7344	9,7459	9,7570	9,7676	9,7780	9,7879	9,7975	9,8067	9
54	9,7106	9,7230	9,7349	9,7464	9,7575	9,7682	9,7785	9,7884	9,7979	9,8072	6
57	9,7112	9,7236	9,7355	9,7470	9,7580	9,7687	9,7790	9,7889	9,7984	9,8076	3
60	9,7118	9,7242	9,7361	9,7476	9,7586	9,7692	9,7795	9,7893	9,7989	9,8081	0
	149°	148°	147°	146°	145°	144°	143°	142°	141°	140°	
	329°	328°	327°	326°	325°	324°	323°	322°	321°	320°	

	40°	41°	42°	43°	44°	45°	46°	47°	48°	49°	
	220°	221°	222°	223°	224°	225°	226°	227°	228°	229°	
0	9,8081	9,8169	9,8255	9,8338	9,8418	9,8495	6,8569	9,8641	9,8711	9,8778	60
3	9,8085	9,8174	9,8259	9,8342	9,8422	9,8499	9,8573	9,8645	9,8714	9,8781	57
6	9,8090	9,8178	9,8264	9,8346	9,8426	9,8502	9,8577	9,8648	9,8718	9,8784	54
9	9,8094	9,8182	9,8268	9,8350	9,8430	9,8506	9,8580	9,8652	9,8721	9,8788	51
12	9,8099	9,8187	9,8272	9,8354	9,8433	9,8510	9,8584	9,8655	9,8724	9,8791	48
15	9,8103	9,8191	9,8276	9,8358	9,8437	9,8514	9,8588	9,8659	9,8728	9,8794	45
18	9,8108	9,8196	9,8280	9,8362	9,8441	9,8518	9,8591	9,8662	9,8731	9,8798	42
21	9,8112	9,8200	9,8284	9,8366	9,8445	9,8521	9,8595	9,8666	9,8734	9,8801	39
24	9,8117	9,8204	9,8288	9,8370	9,8449	9,8525	9,8598	9,8669	9,8738	9,8804	36
27	9,8121	9,8208	9,8293	9,8374	9,8453	9,8529	9,8602	9,8673	9,8741	9,8807	33
30	9,8125	9,8213	9,8297	9,8378	9,8457	9,8532	9,8606	9,8676	9,8745	9,8810	30
33	9,8130	9,8217	9,8301	9,8382	9,8460	9,8536	9,8609	9,8680	9,8748	9,8814	27
36	9,8134	9,8221	9,8305	9,8386	9,8464	9,8540	9,8613	9,8683	9,8751	9,8817	24
39	9,8139	9,8226	9,8309	9,8390	9,8468	9,8544	9,8616	9,8687	9,8755	9,8820	21
42	9,8143	9,8230	9,8313	9,8394	9,8472	9,8547	9,8620	9,8690	9,8758	9,8823	18
45	9,8148	9,8234	9,8317	9,8398	9,8476	9,8551	9,8624	9,8694	9,8761	9,8827	15
48	9,8152	9,8238	9,8322	9,8402	9,8480	9,8555	9,8627	9,8697	9,8765	9,8830	12
51	9,8156	9,8242	9,8326	9,8406	9,8484	9,8558	9,8631	9,8700	9,8768	9,8833	9
54	9,8161	9,8247	9,8330	9,8410	9,8487	9,8562	9,8634	9,8704	9,8771	9,8836	6
57	9,8165	9,8251	9,8334	9,8414	9,8491	9,8566	9,8638	9,8707	9,8774	9,8839	3
60	9,8169	9,8255	9,8338	9,8418	9,8495	9,8569	9,8641	9,8711	9,8778	9,8842	0
	139°	138°	137°	136°	135°	134°	133°	132°	131°	130°	
	319°	318°	317°	316°	315°	314°	313°	312°	311°	310°	
	50°	51°	52°	53°	54°	55°	56°	57°	58°	59°	
	230°	231°	232°	233°	234°	235°	236°	237°	238°	239°	
0	9,8842	9,8905	9,8965	9,9024	9,9080	9,9134	9,9186	9,9236	9,9284	9,9331	60
3	9,8846	9,8908	9,8968	9,9026	9,9082	9,9136	6,9188	9,9238	9,9287	9,9333	57
6	9,8849	9,8911	9,8971	9,9029	9,9085	9,9139	9,9190	9,9241	9,9289	9,9335	54
9	9,8852	9,8914	9,8974	9,9032	9,9088	9,9142	9,9193	9,9243	9,9291	9,9338	51
12	9,8855	9,8917	9,8977	9,9035	9,9091	9,9144	9,9196	9,9246	9,9294	9,9340	48
15	9,8858	9,8920	9,8980	9,9038	9,9093	9,9147	9,9198	9,9248	9,9296	9,9342	45
18	9,8862	9,8923	9,8983	9,9040	9,9096	9,9150	9,9201	9,9251	9,9298	9,9344	42
21	9,8865	9,8926	9,8986	9,9043	9,9099	9,9152	9,9204	9,9253	9,9301	9,9346	39
24	9,8868	9,8929	9,8989	9,9046	9,9101	9,9155	9,9206	9,9256	9,9303	9,9348	36
27	9,8871	9,8932	9,8992	9,9049	9,9104	9,9157	9,9209	9,9258	9,9305	9,9351	33
30	9,8874	9,8935	9,8995	9,9052	9,9107	9,9160	9,9211	9,9260	9,9308	9,9353	30
33	9,8877	9,8938	9,8998	9,9055	9,9110	9,9162	9,9214	9,9263	9,9310	9,9355	27
36	9,8880	9,8942	9,9000	9,9057	9,9112	9,9165	9,9216	9,9265	9,9312	9,9358	24
39	9,8883	9,8944	9,9003	9,9060	9,9115	9,9168	9,9219	9,9268	9,9315	9,9360	21
42	9,8886	9,8948	9,9006	9,9063	9,9118	9,9170	9,9221	9,9270	9,9317	9,9362	18
45	9,8890	9,8950	9,9009	9,9066	9,9120	9,9173	9,9224	9,9272	9,9319	9,9364	15
48	9,8893	9,8953	9,9012	9,9068	9,9123	9,9176	9,9226	9,9275	9,9322	9,9366	12
51	9,8896	9,8956	9,9015	9,9071	9,9126	9,9178	9,9228	9,9277	9,9324	9,9369	9
54	9,8899	9,8959	9,9018	9,9074	9,9128	9,9181	9,9231	9,9280	9,9326	9,9371	6
57	9,8902	9,8962	9,9021	9,9077	9,9131	9,9183	9,9234	9,9282	9,9328	9,9373	3
60	9,8905	9,8965	9,9024	9,9080	9,9134	9,9185	9,9236	9,9284	9,9331	9,9375	0
	129°	128°	127°	126°	125°	124°	123°	122°	121°	120°	
	309°	308°	307°	306°	305°	304°	303°	302°	301°	300°	

	60°	61°	62°	63°	64°	65°	66°	67°	68°	69°	
	240°	241°	242°	243°	244°	245°	246°	247°	248°	249°	
0	9,9375	9,9418	9,9459	9,9499	9,9537	9,9573	9,9607	9,9640	9,9672	9,9702	60
3	9,9378	9,9420	9,9461	9,9501	9,9538	9,9574	9,9609	9,9642	9,9673	9,9703	57
6	9,9380	9,9422	9,9463	9,9503	9,9540	9,9576	9,9611	9,9644	9,9675	9,9704	54
9	9,9382	9,9424	9,9465	9,9505	9,9542	9,9578	9,9612	9,9645	9,9676	9,9706	51
12	9,9384	9,9427	9,9467	9,9506	9,9544	9,9580	9,9614	9,9647	9,9678	9,9707	48
15	9,9386	9,9429	9,9469	9,9508	9,9546	9,9582	9,9616	9,9648	9,9679	9,9709	45
18	9,9388	9,9431	9,9471	9,9510	9,9548	9,9583	9,9617	9,9650	9,9681	9,9710	42
21	9,9390	9,9433	9,9473	9,9512	9,9549	9,9585	9,9619	9,9651	9,9682	9,9711	39
24	9,9393	9,9435	9,9475	9,9514	9,9551	9,9587	9,9621	9,9653	9,9684	9,9713	36
27	9,9395	9,9437	9,9477	9,9516	9,9553	9,9588	9,9622	9,9655	9,9685	9,9714	33
30	9,9397	9,9439	9,9479	9,9518	9,9555	9,9590	9,9624	9,9656	9,9687	9,9716	30
33	9,9399	9,9441	9,9481	9,9520	9,9557	9,9592	9,9626	9,9658	9,9688	9,9717	27
36	9,9401	9,9443	9,9483	9,9522	9,9558	9,9594	9,9627	9,9659	9,9690	9,9719	24
39	9,9403	9,9445	9,9485	9,9524	9,9560	9,9595	9,9629	9,9661	9,9691	9,9720	21
42	9,9406	9,9447	9,9487	9,9525	9,9562	9,9597	9,9630	9,9662	9,9693	9,9722	18
45	9,9408	9,9449	9,9489	9,9527	9,9564	9,9599	9,9632	9,9664	9,9694	9,9723	15
48	9,9410	9,9451	9,9491	9,9529	9,9566	9,9601	9,9634	9,9666	9,9696	9,9724	12
51	9,9412	9,9453	9,9493	9,9531	9,9567	9,9602	9,9635	9,9667	9,9697	9,9726	9
54	9,9413	9,9455	9,9495	9,9533	9,9569	9,9604	9,9637	9,9669	9,9699	9,9727	6
57	9,9416	9,9457	9,9497	9,9535	9,9571	9,9606	9,9639	9,9670	9,9700	9,9728	3
60	9,9418	9,9459	9,9499	9,9537	9,9573	9,9607	9,9640	9,9672	9,9702	9,9730	0
	119°	118°	117°	116°	115°	114°	113°	112°	111°	110°	
	299°	298°	297°	296°	295°	294°	293°	292°	291°	290°	
	70°	71°	72°	73°	74°	75°	76°	77°	78°	79°	
	250°	251°	252°	253°	254°	255°	256°	257°	258°	259°	
0	9,9730	9,9757	9,9782	9,9806	9,9828	9,9849	9,9869	9,9887	9,9904	9,9920	60
3	9,9731	9,9758	9,9783	9,9807	9,9830	9,9850	9,9870	9,9888	9,9905	9,9920	57
6	9,9733	9,9759	9,9784	9,9808	9,9831	9,9852	9,9871	9,9889	9,9906	9,9921	54
9	9,9734	9,9761	9,9786	9,9809	9,9832	9,9852	9,9872	9,9890	9,9906	9,9922	51
12	9,9735	9,9762	9,9787	9,9811	9,9833	9,9854	9,9873	9,9891	9,9907	9,9922	48
15	9,9737	9,9763	9,9788	9,9812	9,9834	9,9854	9,9874	9,9892	9,9908	9,9923	45
18	9,9738	9,9764	9,9789	9,9813	9,9835	9,9856	9,9875	9,9892	9,9909	9,9924	42
21	9,9739	9,9766	9,9791	9,9814	9,9836	9,9856	9,9876	9,9893	9,9910	9,9924	39
24	9,9741	9,9767	9,9792	9,9815	9,9837	9,9857	9,9876	9,9894	9,9910	9,9925	36
27	9,9742	9,9768	9,9793	9,9816	9,9838	9,9858	9,9877	9,9895	9,9911	9,9926	33
30	9,9744	9,9770	9,9794	9,9817	9,9839	9,9859	9,9878	9,9896	9,9912	9,9927	30
33	9,9745	9,9771	9,9795	9,9818	9,9840	9,9860	9,9879	9,9897	9,9913	9,9927	27
36	9,9746	9,9772	9,9797	9,9820	9,9841	9,9861	9,9880	9,9898	9,9914	9,9928	24
39	9,9748	9,9773	9,9798	9,9821	9,9842	9,9862	9,9881	9,9898	9,9914	9,9929	21
42	9,9749	9,9775	9,9799	9,9822	9,9843	9,9863	9,9882	9,9899	9,9915	9,9929	18
45	9,9750	9,9776	9,9800	9,9823	9,9844	9,9864	9,9883	9,9900	9,9916	9,9930	15
48	9,9752	9,9777	9,9801	9,9824	9,9845	9,9865	9,9884	9,9901	9,9916	9,9931	12
51	9,9753	9,9778	9,9802	9,9825	9,9846	9,9866	9,9885	9,9902	9,9917	9,9932	9
54	9,9754	9,9780	9,9804	9,9826	9,9847	9,9867	9,9886	9,9902	9,9918	9,9932	6
57	9,9755	9,9781	9,9805	9,9827	9,9848	9,9868	9,9886	9,9903	9,9919	9,9933	3
60	9,9757	9,9782	9,9806	9,9828	9,9849	9,9869	9,9887	9,9904	9,9920	9,9934	0
	109°	108°	107°	106°	105°	104°	103°	102°	101°	100°	
	289°	288°	287°	286°	285°	284°	283°	282°	281°	280°	

	80°	81°	82°	83°	84°	85°	86°	87°	88°	89°	
	260°	261°	262°	263°	264°	265°	266°	267°	268°	269°	
0	9,9934	9,9946	9,9958	9,9968	9,9976	9,9983	9,9989	9,9994	9,9997	9,9999	60
3	9,9934	9,9947	9,9958	9,9968	9,9976	9,9984	9,9990	9,9994	9,9998	9,9999	57
6	9,9935	9,9947	9,9959	9,9968	9,9977	9,9984	9,9990	9,9994	9,9998	0,0000	54
9	9,9936	9,9948	9,9959	9,9969	9,9977	9,9984	9,9990	9,9995	9,9998	0,0000	51
12	9,9936	9,9949	9,9960	9,9969	9,9978	9,9985	9,9990	9,9995	9,9998	0,0000	48
15	9,9937	9,9949	9,9960	9,9970	9,9978	9,9985	9,9991	9,9995	9,9998	0,0000	45
18	9,9938	9,9950	9,9961	9,9970	9,9978	9,9985	9,9991	9,9995	9,9998	0,0000	42
21	9,9938	9,9950	9,9961	9,9971	9,9979	9,9986	9,9991	9,9995	9,9998	0,0000	39
24	9,9939	9,9951	9,9962	9,9971	9,9979	9,9986	9,9991	9,9996	9,9998	0,0000	36
27	9,9939	9,9952	9,9962	9,9972	9,9980	9,9986	9,9992	9,9996	9,9998	0,0000	33
30	9,9940	9,9952	9,9963	9,9972	9,9980	9,9987	9,9992	9,9996	9,9998	0,0000	30
33	9,9941	9,9953	9,9963	9,9972	9,9980	9,9987	9,9992	9,9996	9,9999	0,0000	27
36	9,9941	9,9953	9,9964	9,9973	9,9981	9,9987	9,9992	9,9996	9,9999	0,0000	24
39	9,9942	9,9954	9,9964	9,9973	9,9981	9,9988	9,9993	9,9996	9,9999	0,0000	21
42	9,9942	9,9954	9,9965	9,9974	9,9981	9,9988	9,9993	9,9996	9,9999	0,0000	18
45	9,9943	9,9955	9,9965	9,9974	9,9982	9,9988	9,9993	9,9997	9,9999	0,0000	15
48	9,9944	9,9955	9,9966	9,9974	9,9982	9,9988	9,9993	9,9997	9,9999	0,0000	12
51	9,9944	9,9956	9,9966	9,9975	9,9982	9,9989	9,9993	9,9997	9,9999	0,0000	9
54	9,9945	9,9956	9,9967	9,9975	9,9983	9,9989	9,9994	9,9997	9,9999	0,0000	6
57	9,9946	9,9957	9,9967	9,9976	9,9983	9,9989	9,9994	9,9997	9,9999	0,0000	3
60	9,9946	9,9958	9,9968	9,9976	9,9983	9,9989	9,9994	9,9997	9,9999	0,0000	0
	99°	98°	97°	96°	95°	94°	93°	92°	91°	90°	
	279°	278°	277°	276°	275°	274°	273°	272°	271°	270°	