

Ж. 568.

Праятары ўсіх краёў, злучайцеся!

30к-4  
10528

# ЗАПІСКІ

БЕЛАРУСКАЙ ДЗЯРЖАЎНАЙ  
АКАДЕМІІ  
СЕЛЬСКАЕ ГАСПАДАРКІ  
ІМЯ КАСТРЫЧНІКАВАЕ РЭВАЛЮЦЫІ  
ТОМ VIII

Б 3276 4р  
6502

# ЗАПИСКИ

БЕЛОРУССКОЙ ГОСУДАРСТВЕННОЙ  
АКАДЕМИИ  
СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА  
ИМЕНИ ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ

# ANNALEN

DER WEISSRUTHENISCHEN STAATLICHEN AKADEMIE  
FÜR LANDWIRTSCHAFT IN GORKI

# BAND VIII



ГОРКИ, БССР  
ВЫДАВЕЦТВА АКАДЭМІІ

1 9 2 8

1941

# ЗЬМЕСТ

Стар.

1. *І. Антонаў.* Да ацэнкі дыскавых сячкарань завода „Чырвоны Кастрычнік“ Белдзяржпрама . . . . . 1
2. *Інж. І. Зубрыцкі.* Азначэньне сапраўднага азімуту зямнога напрамку па вымерваньню кутуў нахілу Палярнай зоркі . . . . . 16
3. *Проф. И. П. Евстигнев.* О суб'екте права трудового пользования . . . . . 28
4. *Х. Плятнер.* Зьмены ў будове асноўных элемэнтаў сельскае гаспадаркі ў сувязі з пасёлкавым землеўпарадкаваньнем . . . . . 45
5. *Н. Ф. Зубовіч.* К вывучэньню дынамікі цэн на лес . . . . . 68
6. *Проф. В. К. Захаров.* Оборот рубкі в связи с вопросам регулирования размера пользования и доходности лесного хозяйства . . . . . 75
7. *Проф. Н. Пелехов.* Телорез Сабуровидный (*Aloides Stratiotes*) — как корм для свиней . . . . . 83
8. *Праф. Я. Н. Афанасьев.* Аб глебавых зонах паўночнай Амэрыкі . . . . . 87
9. *Праф. К. Г. Рэнард.* Да пытання аб формах і клясыфікацыі садовых гатункаў адналетняга флэкса, *Phlox Drummondii* Hook. . . . . 113
10. *В. Дракін.* Спроба разьвязаньня некаторых задачаў на землеўпарадкаўчае праэктаваньне ў касакутных каардынатах . . . . . 124
11. *Праф. В. К. Армфельт.* Геометрия и реальное пространство . . . . . 140
12. *Проф. И. Б. Богоявленский.* Деление четырехугольника на полосы. Свойства четырехугольника . . . . . 169
13. *Н. Н. Кавцевич.* Аналитические соотношения между коэффициентами при решении задачи о периодах . . . . . 193

# INHALT

---

	Seite
1. <i>Antonow</i> . Begutachtung der Scheiden-Häckselmaschine der Fabrik „Der Rote Oktober“ der Belorussischen Staatswerke . . . . .	1
2. <i>Ing. I. Subritzky</i> . Ermittlung des wirklichen Azimuths der Erdbahn vermittels Messung des Neigungswinkels des Polarsternes . . . . .	16
3. <i>Prof. I. I. Jewtichjew</i> . Ueber das Subjekt des Nutzungsrechts bei Selbstbetätigung . . . . .	28
4. <i>F. Platner</i> . Wechselbeziehungen im Aufbau der Grundelemente der Landwirtschaft im Zusammenhange mit einer Landeinrichtung auf Siedelungen . . . . .	45
5. <i>N. Subovitsch</i> . Beitrag zur Ermittlung der Dynamik der Holzpreise . . . . .	68
6. <i>Prof. W. K. Sacharow</i> . Die Umtriebszeit im Zusammenhange mit Fragen bezüglich der Hiebsregelung und der Rentabilität der Forstwirtschaft . . . . .	75
7. <i>Prof. N. Pelechow</i> . Ueber die Krebschere ( <i>Aloides Stratiotes</i> ) . . . . .	83
8. <i>Prof. I. O. Afanassieff</i> . Die Zonen der Böden von Nord-Amerika . . . . .	87
9. <i>Prof. N. G. Renard</i> . Zur Frage über die Formen und die Klassifikation von gärtnerischen Formen des einjährigen Phloxes. <i>Phlox Drummondii Hook</i> . . . . .	113
10. <i>W. Drakin</i> . Ein Versuch zur Lösung einiger Projektirungsaufgaben bei der Landeinteilung nach dem schifswinkligen Koordinatensystem . . . . .	124
11. <i>Prof. Armfelt</i> . Geometrie und realer Raum . . . . .	140
12. <i>Prof. I. Bogojavlensky</i> . Teilung des Vierecks in Streifen Eigenschaften des Vierecks . . . . .	169
13. <i>Kawzewitsch</i> . Analytische Wechselbeziehungen der Koeffizienten bei der Lösung von Aufgaben über Zeiträume . . . . .	193

---

## Да ацэнкі дыскавых сячкарань завода „Чырвоны Кастрычнік“ Белдзяржпрама

Дадзеная праца прадстаўляе кароткую справаздачу аб апрабаваньні сячкарань завода „Чырвоны Кастрычнік“ Белдзяржпрама, якая была выканана па просьбе вышэйпамянёнага завода. На спробу было прыслана дзьве сячкарні.

Спачатку, лічым неабходным адзначыць, што ў спецыяльнай літэратуры вельмі мала матар'ялу аб працы сячкарань, наогул, і аб нормах ці прынцыпах іх дасьледаваньня, а таму мажліва (і напэўна так) што наша праграма гэтай працы не ахапіла ўсіх бакоў вывучэньня сячкарань.

У час вывучэньня працы сячкарань у нас склаўся значны матар'ял па пытаньню аб канструіраваньні і разьліку сячкарань, які мы распрацоўваем больш дэтальна і які складзе асобную працу.

Бязумоўна і ў дадзенай працы мы на такія пытаньні таксама зьвярталі увагу адначасова з правядзеньнем тэхнічнага кантролю над працай сячкарні.

### Кароткае апісаньне сячкарні

Сячкарня дыскавая (сыстэмы Лестэра). Двохнажовая. Ручная, з некаторай мажлівасьцю (на наш погляд) пераводу на мэханічны прывод, калі прыстасаваць шкіў на вольную знадворную частку (75—80 мм.) вала махавіка. Станіна з чугуна з рухомай верхняй часткай мундштука на выпадак павялічэньня падачы саломы. Для націсканьня яе, зьнізу ёсьць рычаг з цяжарам. Перадатачны мэханізм да пажыўнага апарату чарвячны. Чарвяк дае магчымасьць, пры яго перастаноўцы, мець два разьмеры рэзаньня саломы.

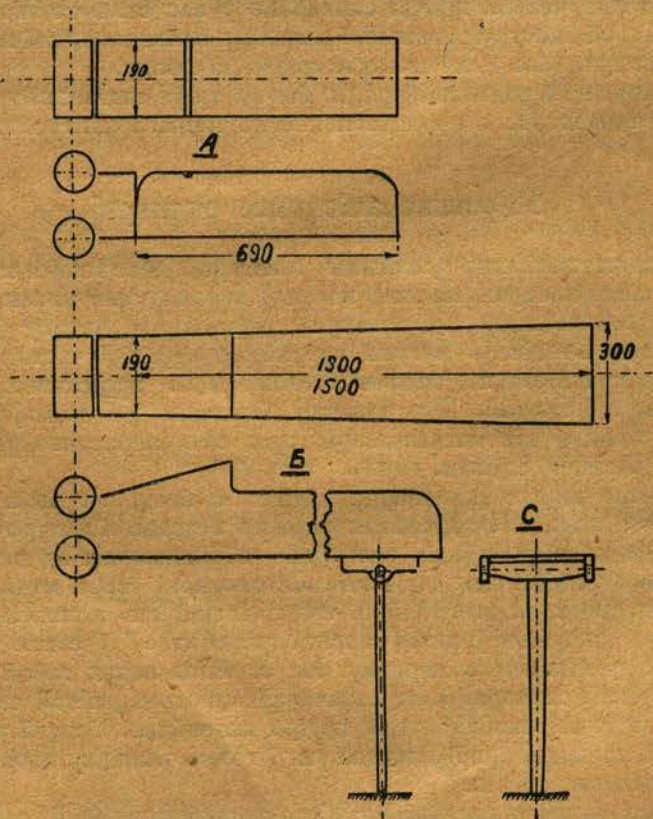
Пажыўны апарат складаецца з двух валікаў, на якіх зубы разьмешчаны радыяльна. Падавальная скрыня з дрэва з палярочнай планкай зьверху. Ніякіх спецыяльных снасьцяй, забараняючых ад няшчасных выпадкаў у час працы няма. Пры кожнай сячкарні ёсьць мутэркавы ключ.

Падыходзячы да вывучэньня гэтай ці іншай с/г. машыны мы імкнёмся вывучыць яе ня толькі ў сэнсе якасьці працы, але і ў сэнсе гэтай ці іншай мэтагоднасьці тэхнічнага парадку. Не ставячы перад сабой мэту вывучэньня дадзенай сячкарні ў яе азначанай канструкцыйнай схэме, мы па дарозе з аналізам якасьці і умоў працы паасобных часьцей у іх агульным злучэньні ў машыне, зробім мажлівую ў гэтым выпадку ацэнку канструкцыйных асаблівасьцяй іх.

Не зьяўляючыся дастаткова абсталяванай машынай, сячкарня ўсё-ж такі павінна здавальняць адпаведным запатрабаваньням выгады і лёгкасьці працы.

З гэтай прычыны, снасць падрыхтоўчага значэння, як напрыклад падавальная скрыня, павінны дакладна выконваць свае абавязкі. Салом (пучок) падрыхтованая для рэзкі ўкладаецца ў скрыню, з якой і пераходзіць у пажыўны апарат. Значыць, укладшы салому ў скрыню, у падавальшыка паўстае другая мэта,—каб салом папала ў вальцы. І вось скрыня дзеля укладкі саломы (падрыхтоўчы працэс) у вывучаемай сячкарні недастаткова пашырана ўдоўж. Дрэвяная частка яе мае ў даўжыню 690 mm. Па шырыні яна адпавядае шырыні вальцоў (рыс. 1a.). Довады за падоўжаньне скрыні наступныя. Салом ўдоўж даходзіць да 1,5 mtr. Калі ў нас кароткая скрыня, дык цэнтр цяжару саломы (паасобнага сьцябла) будзе праэктавацца звонку плошчы дна кароткай скрыні і рабочаму трэба будзе звярчаць увагу на тое, каб падтрымаць салому, якая не ўкладваецца ўдоўж у скрыню.

Гэта зьявішча вельмі дрэнна уплывае, на роўнамернасьць падачы, а таксама зьяўляецца некаторай нязручнасьцю ў сэнсе небясьпечнасьці падачы. Апрача гэтага, куль саломы, які ўкладваецца ў скрыню, павінен быць трохі разьбіты, што пры дадзенай форме скрыні, дно якой простакутнік, немагчыма ў дастатковай ступені. Было-б у большай ступені мэтазгодным, апрача пашырэння скрыні ўдоўж да разьмераў 1300—1500 mm., прыдаць дну скрыні форму расьцягнутай трапэцыі. А для павялічэння устойлівасьці прымацаваць падпорку (рыс. 1 b і c).



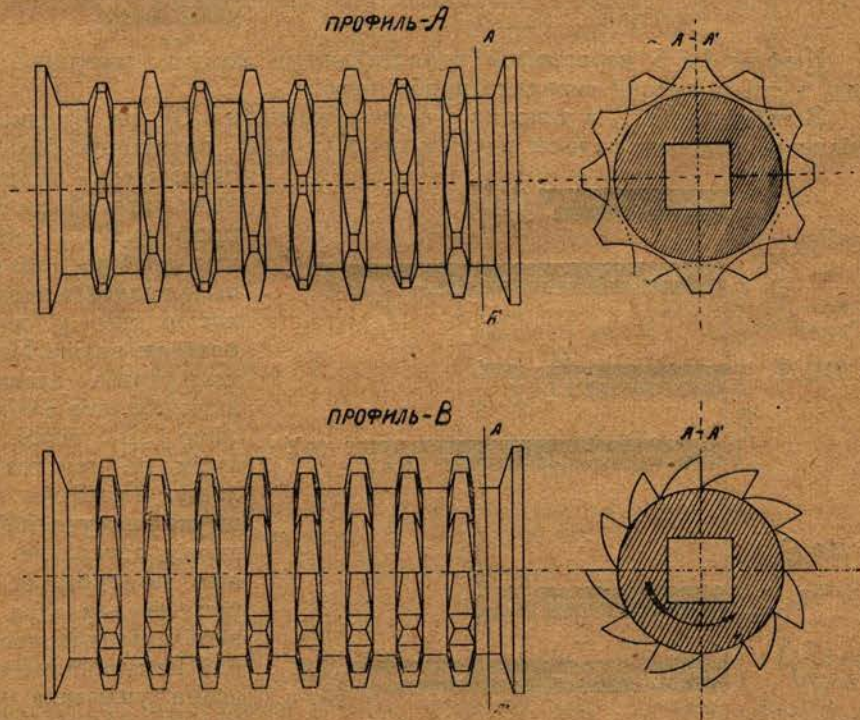
Рыс. 1. Падавальная скрыня А—дадзенай сячкарні.

Практычная праца, пры прапануемай форме скрыні, мела-б значнае палягчэнне і якасьць падачы палепшылася-б.

Далей, скрыня дадзенай сячкарні на адлегласці 125 мм. ад станы мае папярочную планку, якая апрача змацавання бакавін скрыні, магла-б быць і невялікай забяспекай ад няшчаснага выпадку з рукой падавальшчыка, але, дзякуючы таму, што ў гэтым прамежку трэба дапамагаць саломе ісці да валікаў, а гэта (як назіралася) у дадзенай сячкарні трэба было рабіць, то ўсякая забяспека ад няшчаснага выпадку зводзіцца да нуля. Маючы на увазе ўсё гэта трэба адзначыць, што умовы падачы саломы значна палепшыліся-б каб мы мелі скрыню з дошкай зверху з ухілам у бок вальцоў, падводзячы яе да сярэдзіны верхняга вальца (рыс. 1b.).

*Пажыўны апарат.* Пажыўны валік верхні, пры павялічэнні падачы можа падыймацца. Ціск на салому дасягаецца рычагом з падважанай на ім гірай. Граница павялічэння адлегласці між васьмі валікаў, верхняга і ніжняга т. чынам мае 110—130 мм. А вышыня мундштука мае, пры адпаведных перасоўках верхняга валіка 50—70 мм.

Валік забяспечан зубамі, якія пастаўлены радыяльна і размяшчаны ў шахматным парадку. Зуб мае сымэтрычную форму (рыс. 2a). У



Рыс. 2a і 2b. Падавальныя валікі.

час працы назіралася вельмі часта намотванне саломы. Дзеля параўнання якасці падачы валікам профіля „А“ (рыс. 2a) дадзенай сячкарні, было зроблена вывучэнне якасці падачы і валікам профілю „В“ (рыс. 2b). Увесь матар’ял, характарызуючы працу дадзенага валіка „А“ у параўнанні з валікам „В“ прадстаўлены ў табліцы № 1.



Верхняя покрывка мундштука має нахилену площу „А“ (рис. 4), яка ў агульнай схэме канструкцыі дадзенай сячкарні, пры цяперашнім

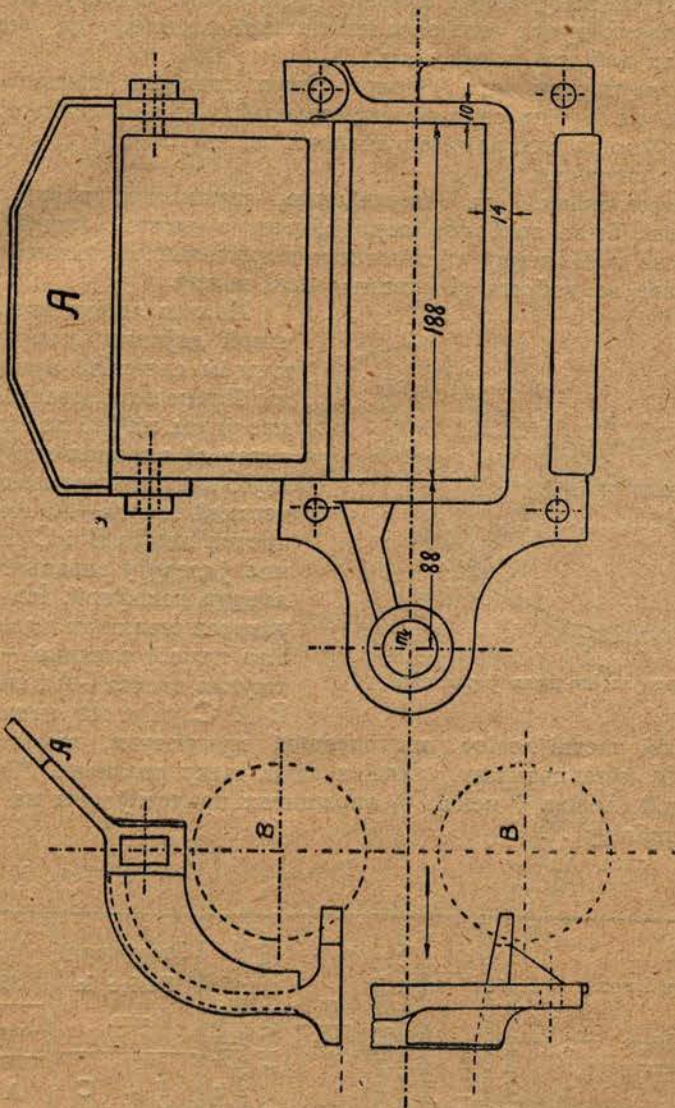


Рис. 4. Мундштук В-В—падавальны валік

яе вырабе, і як пацвердзіў вопыт зусім ня мае ні якіх адносін да працы сячкарні. Нам здаецца, што было-б мэтазгодней за яе кошт па-лепшыць зачыненне верхняга падавальнага валіка, не перашкаджаючы гэтым магчымасці ачысткі апошняга, калі ён намотае салому. Адносна зборкі і разборкі гэтай часткі сячкарні трэба сказаць што яе дрэнна вытвараць, бо трэба дзеля гэтага знімаць шасьцеркі з валікаў.

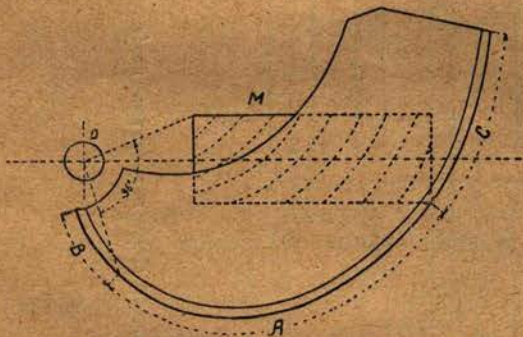
**Нажы і махавік** Нажы прымацоўваюцца да сьпіц махавіка трыма шкворанамі і дзеля адрэгуліраваньня ёсьць чатыры упорных шруба.

Нажы таўшчынёю 2 мм. з кутам завайстрэньня лезіва  $12^{\circ}50'$

Ня лічычы магчымым і неабходным ахапіць у гэтай працы поўнасьцю аналіз рэзаньня саломы дыскавымі нажамі, што павінна быць прадстаўлена ў відзе асаблівага дасьледваньня, мы ўсё-ж такі спыняемся на некаторых момантах вывучэньня працэсу рэзаньня ў дадатку да нажоў вывучаемай сячкарні, думае што агульныя шляхі падыходу да гэтага пытаньня будуць як небудзь вызначаны.

Неабходна паўтарыць што ў працы нажа сячкарні (дыскавай) мы імкнёмся бачыць ня рубку саломы (як сякерай), а яе рэзаньне. Гэта ўтварае і іншыя ўмовы для разьмеркаваньня, па часу, натугі, а таксама і лепшыя ўмовы рэзаньня.

Для высвятленьня, па памянённым пытаньням, працы нажоў дадзенай сячкарні, было зроблена параўнаньне з нажамі іншай маркі, што бязумоўна не зьяўляецца абсалютным вырашэньнем пытаньня, але ўсё-ж-такі паказвае на добрыя ці дрэнныя бакі нажоў.



Рыс. 5. Удзел лезіва нажа ў рэзаньні.

Маючы лезіва нажа азначанай даўжыні і перакрываючы ім сячэньне мундштука, мы бачым што ў рэзаньні прымае удзел ня ўсё лезіва нажа, а толькі вядомая яго частка, якую мы называем актыўнай часткай лезіва—А. Астатняя частка лезіва В і С ня прымае ўдзелу ў рэзаньні і зьяўляецца пасыўнай. На рыс. 5 паказан малюнак удзелу лезіва нажа ў рэзаньні—яго актыўная частка—А і пасыўная В і С. Тут-жа паказаны і

крывыя актыўнай часткі лезіва, на сячэньні мундштука, вырысаваныя праз кожныя  $10^\circ$  кута паварота махавіка ад пачатку рэзаньня. Лічбы памянёных часьцей лезіва ў некалькі варыянтах прадстаўлены на мал. 6 і зьведзены ў табліцу № 2.

Табл. № 2.

№ на малюнку 6	Сячкарня і нож Häckselmaschine und Messer	Плошча нажа Messerfläche $F_i$ cm <sup>2</sup>	Сячэньне мундшт. Durchschnitt des An- satzes $F_m$ cm <sup>2</sup>	$\frac{F_i}{F_m}$	L=B+A+C даў- жыня лезіва Länge der Vlinge	Пасыўная ў		Актыўная ў	
						Pasive in mm.		Aktive in	
						B	C	—mm.	—%
0	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	Сячкарн. „Чыр. Кастр.“ нож „Warranted“ № 3.	419,28	131,6	3,18	498	60	150	288	58%
2	Сячкарн. „Чыр. Кастр.“ нож „Kovarik“	371,67	131,6	2,82	427	33	42	352	82%
3	Сячкарн. і нож „Kova- rik“	371,67	108	3,44	47	15	84	328	77%

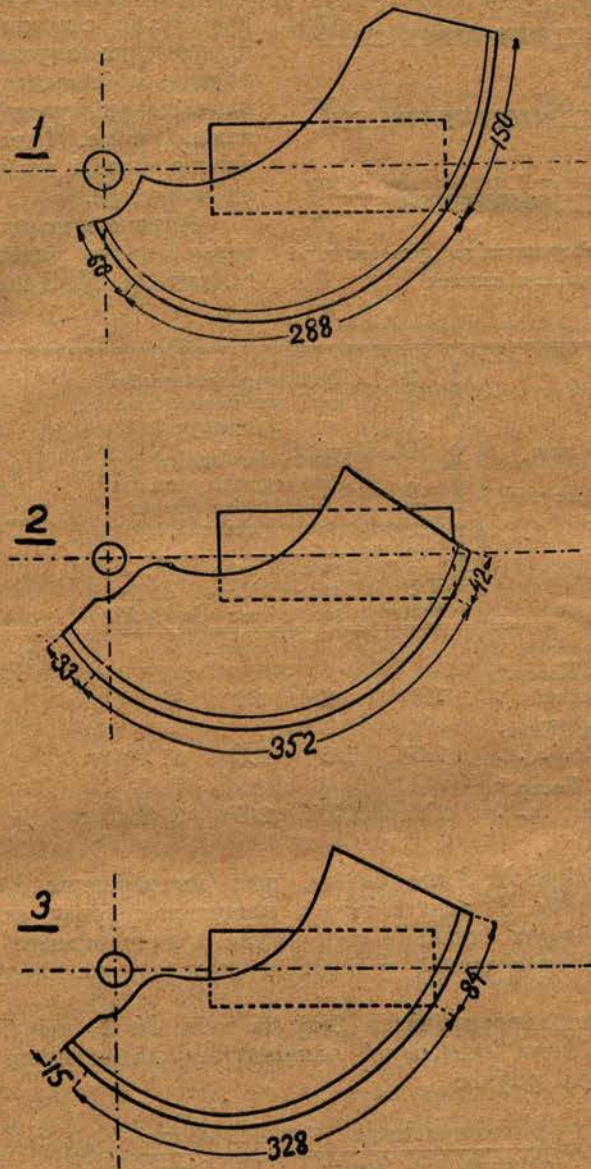


Рис. 6. Удзел лезіва нажа у рэзаньні дадзенае сячкарні ў некалькіх варыянтах

З табліцы № 2 мы бачым што ў нажа дадзенай сячкарні зусім невялічкі процант—58<sup>0</sup>/<sub>0</sub> (57,83<sup>0</sup>/<sub>0</sub>) актыўнасьці лезіва, якое значна павялічваецца ў нажа сячкарні „Kovárik“ і даходзіць да 77<sup>0</sup>/<sub>0</sub> і яшчэ больш павышаецца ў вывучаемай сячкарні калі на яе паставіць нажа „Kovárik“, што дае 82<sup>0</sup>/<sub>0</sub> (82,43<sup>0</sup>/<sub>0</sub>) актыўнасьці лезіва.

Гэта дае мажлівасьць мець наступнае сужэньне. Наколькі актыўная часць лезіва нязначная настолькі элементы перарубанья нажом саломы павялічваюцца, а элементы рэзанья зьмяншаюцца. Дзякуючы гэ-

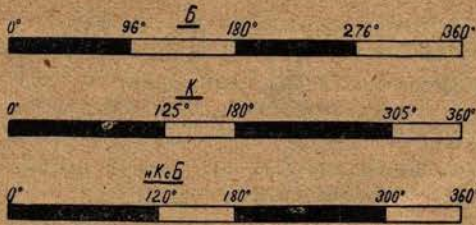


Рис. 7. Куты павароту махавіка „ухаластую“ і пры рэзаньні саломы

таму можна назіраць, практычна, замяненне саломы ў большай ступені пры затупленым нажы ў дадзеным выпадку, чым пры павялічэнні актыўнай часткі лезіва нажа. Гэта бязумоўна значна віхае і велічыню натугі на рукаятцы.

Апошняя можна падцьвердзіць і такім разважаньнем, — глядзі табл. № 3 і рыс. 7.

Табл. № 3.

№ № па чэрзе	Сячкарня і нож Häckselmaschine und Messer	Халасты паварот махавіка Freilauf des Schwungrades	Кут паварота махавіка калі нож перакрывае мундштук Winkel der Umdrehung Schwungrades wenn das Messer den Ansatz deckt			Увага Bemerkung
			1 нож 1 mes- ser	2 нажа 2 Mes- ser	у 0/0 ад 2 IIr in 0/0 2 IIr	
1	Сячкар. „Чыр. Кастр.“ нож „Warranted“ 3.	168°	96°	192°	53,3 0/0	На рысунку 7 Auf der Zeichnungz „Б“
2	Сячкар. і нож „Kovarik“ . . . . .	110°	125°	250°	69,44 0/0	„К“
3	Сячкар. „Чыр. Кастр.“ нож „Kovarik“ . . . . .	120°	120°	240°	66,66 0/0	„к К. с. Б“

З гэтай табліцы № 3 мы бачым, што вытвараючы ў першым і трэцім выпадку (табл. 3) адну і тую-ж працу для зрэзу саломы, пры аднолькавых разьмерах сячэння мундштука і аднолькавых хуткасцях ручкі, нам трэба прыкласьці, у першым выпадку, на ручцы большы ўсілак.

Апрача гэтага звярнуўшыся зноў да табл. № 2, мы бачым, што адносіны плошчы нажа (вымеранай плянімэтрам) да сячэння мундштука ў дадзенай сячкарні роўны:

$$\frac{F_H}{F_M} = \frac{\text{плошча нажа}}{\text{плошча сяч. мунд.}} = \frac{419,28 \text{ cm}^2}{131,6 \text{ cm}^2} = 3,18,$$

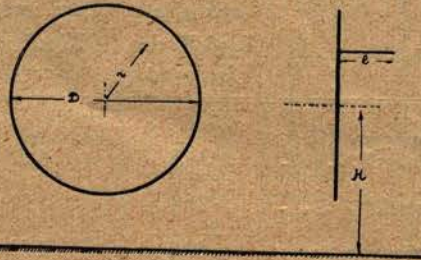
зніжаецца ў трэцім выпадку да 2,82, памятаючы пры гэтым аб тым, што актыўная частка лезіва нажа тут значна павялічана. Адгэтуль трэба думаць, што не пагоршыўшы умоў рэзаньня, а таксама умоў адрэгуліроўкі нажа ўпіральнымі шрубамі (як паказаў вопыт) мажліва правесці змяншэнне плошчы нажа і лепшае рызьмяркаванне матар'ялу (актыўная частка лезіва), чым таксама ня трэба грэбаваць.

Бязумоўна, усё гэта пры практыроўцы сячкарні наогул павінна быць звязана з практнай крывой лезіва. Спробу на цьвёрдасць і г. д. зрабіць ня прышлося дзякуючы затрымцы з атрыманьнем адпаведных прылад, але-ж пры працы з шэрагам нажоў іншых сячкарняў мы атры-

малі ўражаньне аб некагортай-недапушчальнай мяккасьці нажоў „Warranted-3“, якія завод ставіць на вывучаемую сячкарню.

У гэтым сэнсе заводу лепш было-б ці самому адчыніць вытварэньне нажоў, ці зварачваць больш увагі пры іх выпісцы. Першае было-б больш пажадана, бо тады заводу магчыма было-б ставіць тыя нажы, якія нават і па форме адпавядалі-б у большай ступені дадзеным разьмерам сячкарні. Апрача гэтага значна падэпшыліся-б умовы здавальненьня спажыўцоў запаснымі нажамі.

Па прамерам, якія характарызаюць агульнае разьмяшчэньне махавіка і ручкі (рыс. 8) дадзеныя сячкарня ня выходзіць з шэрагу іншых сячкарань.



Рыс. 8. Агульнае разьмяшчэньне махавіка ў машыне  $l$ —даўжыня рукаяткі

Табл. № 4.

Сячкарня Häckselmaschine	$r_{mm}$ — радыус ручкі Radius des Vur- belgriffes	$D$ -mtr—дыя- мэтр маха- віка Durchmesser des Schwungrades	$H_{mm}$ адлег- ласьць ма- хавіка ад падлогі Entfernung der Schwungradwelle von der Diele	$l$ -mm даўжы- ня рукаяткі Länge des Vur- belgriffes
„Чырвоны Кастрычнік“ . . . . .	325 mm	1,006 mtr.	0,758 mtr.	300 mm
„Kovarik“ . . . . .	290 „	0,810 „	0,768 „	300 „
Бараб.—завода „Рухавік Рэвалюцыі“	283 „	0,890 „	0,793 „	310 „

Так, кіруючыся рыс. 8, мы з табліцы № 4 бачым, што паказанія сячкарні маюць даўжыню ручкі  $l=300-310$  mm. для прывядзеньня адным рабочым, хаця ў вывучаемой сячкарні, дзеля мажлівасьці працы на ёй, трэба было ставіць двух рабочых, з тае прычыны, што было значнае цяжэ ў мэханізьме, аб чым ніжэй.

Радыус ручкі  $r=325$  mm. у дадзенай сячкарні мае большае набліжэньне да прынятых разьмераў 350—400 mm.

Адлегласьць ад вала ручкі да апорнае плошчы ці падлогі, прыблізна роўная ўва ўсіх вышэй пералічаных сячкарнях, усё-ж такі значна адхілена ад прынятых нормаў 1—1,05 mtr.<sup>1)</sup> Але тут трэба, апрача нормавага скарыстаньня усілку рабочага пры вызначаным палажэньні, лічыцца таксама і з агульнай устойлівасьцю машыны дадзенай канструкцыйнай схэмы.

Мэханічныя адзнакі махавіка дадзенай сячкарні ў значнай ступені станоўчыя (табл. № 5). Пры наяўнасьці большага, чым у астатніх сячкарнях, дыямэтру махавіка, дзе ён роўны  $D=1,006$  mtr., але пры павышанай вазе  $G=34,8$  kil. у параўнаньні нават з махавікамі барабаннай сячкарні (агульная іх вага— $2G=49,2$  кіл.) ён уладае кінэтычнай энэргіяй  $T=4,01$  kil. mtr/sec у дастатковым набліжэньні да азначанай велічыні ў барабаннай сячкарні дзе  $T=4,44$  kil. mtr/sec.

<sup>1)</sup> Hütte r. I.

СЯЧКАРНІ Häckselmaschine	I—kil. вага махавіка Gewicht des Schwungrad.	T kil. metr./sec. кінэт. энэргія Kinetische Energie	Магутнасць рухавіка Bewegungs- stärke	$\eta = \frac{T}{75.N}$	$n$ зв./хв. $w = \frac{\pi N}{30}$
„Чырвоны Ка- стрычнік“ . . . .	34,8	4,01	$N = 0,1HP$	0,53	$n = 30$ зв./хв. $w = 3,14$
„Kovarik“ . . . .	24,4	1,71		0,22	
Барабанная . . . .	49,2	4,44		0,59	

Адгэтуль і запас кінэтычнае энэргіі:

$$\eta = \frac{T}{75.N}, \text{ дзе,}$$

T—кінэтычная энэргія махавіка.

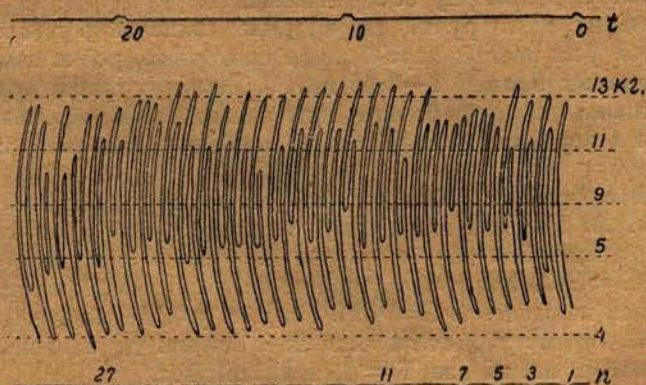
На выпадак часовых супраціўленьня, ад магутнасці рухавіка прадстаўляецца ў першым выпадку каэфіцыентам  $\eta = 0,53$  і  $\eta = 0,59$  у трэцім выпадку для махавіка барабаннай сячкальні. Сячкальні „Коваріка“ у гэтых адносінах знаходзіцца ў значна горшых умовах.

*Перадавальны механізм.* Перадавальны механізм да падавальных валікаў прадстаўляе сабой чарвячнае зацэпленне, з магчымасцю мець два разьмеры падачы, дзеля чаго трэба зьняўшы махавік з валам, пераставіць чарвяк.

Спрабаваная сячкальні (якая прадстаўлена ў 2-х экз.) нават пры працы „у халастую“ паказала неабходнасць дадатку значнага усілку на вярчэнне, з прычыны значнага цяжкі ў механізме.

Каб вызначыць натуру на ручцы, мы карысталіся крывашипным дынамомэтрам (па Лейнеру), які запісываў час, лік зваротаў і усілак.

Частка дыяграмы, якая атрымліваецца на памянёным дынамомэтры паказана на рысунку 9, дзе зверху лінія з выступамі паказвае час  $t$  дынамэтрованьня, а ўнізе сілавой дыяграмы паказан лік зваротаў— $n$  вала за той тэрмін. Пры выпростваньні дыяграмы карысталіся плянімэтрам.



Рыс. 9.

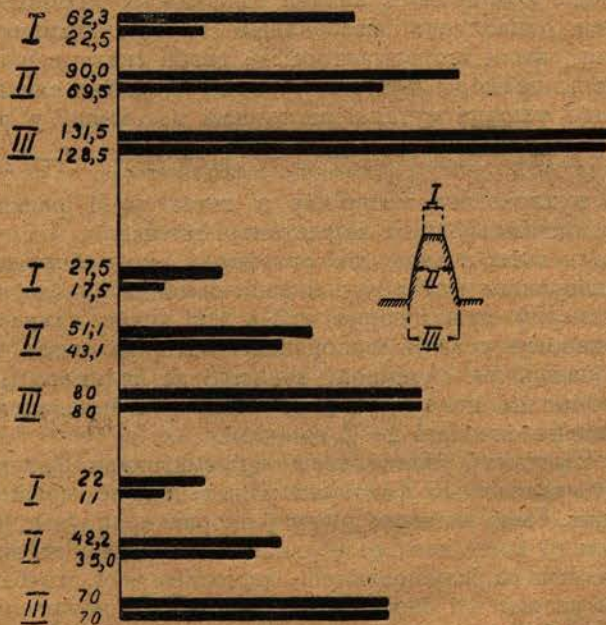
## Динамэтраваньне сячкарні.

Сячкарня Häckselmaschine	n—зваротаў у хвіліну n—Umdrehungen in der Minute	Усілак у kil. Unstrengung in kil.		Рабочы ход P kil. Arbeitslauf in P Kg.	Вытворчасць kil./гадз. Erzeugungskrattil.	R—радыус рукаяткі R—Radius des Vufbelgriffes
		Нажы ня прыціснуты Das Messer nicht an- gedrückt	Нажы пры- ціснуты Das Messer angedrückt			
„Чырвоны Кастр.“	80	5,25	7,8	16	72	R=300 m/m
„Kobárik“ . . . . .	65	—	3,25	8,3	60	

З гэтай табл. 6, мы бачым што, нават пры „халастым“ ходзе, спрабуемая сячкарня патрабуе даволі значны усілак на ручцы  $P_x = 7,8$  kil., а пры рабочым ходзе трэба прыкласьці усілак  $P_p = 16$  kil. што значна больш чым пры нармальнай працы.

Апрача дрэнных умоў працы з сячкарняй заводу—Чырвоны Кастрыйчкі, мы ў ёй назіраем яшчэ даволі значную недарэчнасьць. Гэта хуткі ізнос чарвяка, дзякуючы адсутнасьці адпаведнай дакладнасьці яго вырабу і дрэннае мантыроўкі ў машыне.

Для вучоту износа чарвяка былі зроблены прамеры нітак па аснове—прамер III (рыс. 10), на адлегласьці 7 mm. ад верху ніткі—прамер II і



Рыс. 10. Дыяграма износу чарвяка 1—зверху—адназваротнага  
2—знізу двух нітак двухзваротнага

зверху—прамер I. У іх папярочным сячэньні, да пачатку працы і пасля працы.

Таблица № 7.

Момент вучоту Augenblick der Able- sung	Адназваротны чарвяк Uebertragung mit einma- liger Umdrehung			Двузваротны чарвяк Uebertragung mit zweimaliger Umdrehung					
	Сума прамераў у mm. Summe der Ausmasse in m/m			Сума прамераў у міліметрах Summe der Ausmasse in mm.					
				I-я ніць. I Strang			II-я ніць. II Stang		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Да працы . . . . .	62,3	90	131,5	27,5	51,1	80	22	42,2	70
Пасьля працы . . . . .	22,5	69,5	128,5	17,5	43,1	80	11	35	70

Сумарныя вялічыні прамераў зьведены ў табл. 7, агульны малюнак (сумарны) ізноса чарвяка відаць на дыяграме (рыс. 10), дзе ў першых трох (I, II і III) дыяграмах паказан ізнас чарвяка 1-зваротнага, а апошнія ізнас чарвяка 2-х зваротнага, адное і другое ніткі.

Гэты ізнас чарвяка пасьля зусім нядоўгага тэрміну (прыблізна 2—2,5 гадзіны) працы, а таксама некаторая няроўнасьць асобных прамераў, дазваляе настойліва выказаць пажаданьне аб вырабе перадачы больш дасканала і бачыць надзвычайную неабходнасьць у большай увазе да мантыроўкі перадачы.

*Шкворанавы матар'ял.* Што датычыцца шкворнавых злучэньняў сячкарні, вызначаны падбор якіх, апрача выкананьня тэхнічных запатрабаваньняў, павінен адпавядаць вызначаным запатрабаваньням і з боку спажыўца з абмяжаваным інструментарыем, трэба сказаць наступнае.

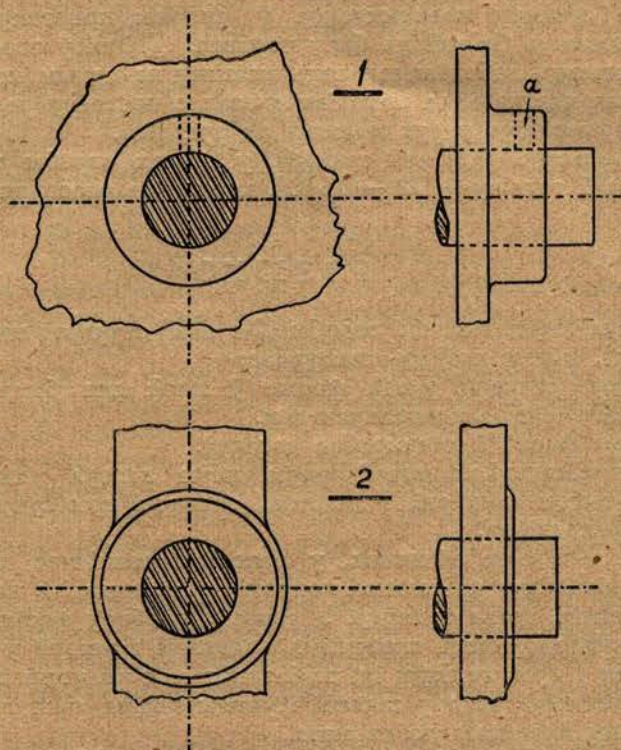
Былі зроблены прамеры мутэркаў у двух прысланых сячкарнях. Пры чым выявілася, што маюцца мутэркі наступных разьмераў у цалях:

$$1\frac{1}{2}'' - 1\frac{1}{16}'' - 1'' - \frac{15}{16}'' - \frac{7}{8}'' - \frac{3}{4}'' - \frac{11}{16}'' - 1\frac{1}{2}'' - \frac{7}{16}'' - \frac{3}{8}''.$$

Наяўнасьць мутэркавага матар'ялу з шмат якімі разьмерамі выклікае некаторую цяжкасьць пры карыстаньні машынай.

Думаючы, што гэты значны лік разьмераў, пры большай дакладнасьці вырабу шкворанавы матар'ялу, значна зьменшыцца да чысла нормаў цалявых разьмераў, якія маюцца, усё-ж такі трэба адзначыць некаторую немэтазгоднасьць ставіць шкворанавы матар'ял шмат якіх разьмераў, пры мажлівасьці лік разьмераў зьвясьці да вядомага мінімуму ня

адтуль выходзіць. Апоры ніжняга валіка (1 на рыс. 11) з боку чарвяка наогул ахвярованы на працу без змазвання дзякуючы цяжкасьці прыступу да дзюр „а“ з-за чарвяка і шасьцёркі.



Рыс. 11. Змазка падавальных валікаў 1—ніжняга, 2—верхняга

*Афарбоўка і прылады забароны.* Афарбоўка машыны зьяўляецца дапаможным звяном пры зборцы, забясьпекай ад іржы, пры назіраньні за працай, а таксама і некаторым сродкам забароны ад няшчаснага выпадку.

Адносна афарбоўкі дадзенай сячкарні зазначым наступнае. На падставе шэрагу назіраньняў, лічым у карані няправільным у сячкарнях афарбоўку ў адзін колер працоўных частак і транспарту. Напрыклад, валікаў і падавальной скрыні. Чарвяк і шасьцёркі, якія афарбованы ў адзін колер з станінай ня вылучаюцца на агульным фоне машыны, што пры адсутнічаньні цалкам прылад забароны (кажухоў) таксама адбываецца на набясьпецы працы з сячкарняй. Нам здаецца, што ня глядзючы на прастату вырабу гэтых с.-г. машын як сячкарня і трэба ўсё-ж такі пытаньню забясьпекі працы, пры канструіраваньні і пабудове аддаваць больш увагі, чым гэта назіраецца. Бо тое невялікае зьмяншэньне яе кошту за кошт паляпшэньня дапаможных снасьцяй, засланяецца значным лікам няшчасных выпадкаў пры працы.

Так па дадзеным праф. Алава А. — сячкарні даюць 14% ад чысла ўсіх няшчасных выпадкаў пры працы з с.-г. машынамі і займаюць першае месца пасьля малатарань у гэтым пытаньні. Пагэтаму ўсе сродкі, якія толькі ёсьць: афарбоўка, забараніцельныя кажухі і г. д. павінны быць скарыстаны.

Апрача гэтага абавязкова неабходна прыкладаць да сячкарні правілы дагляду і працы з ёю.

*Агульныя звесткі.* Дзякуючы значнай вазе машыны  $G = 106 \text{ кіл.}$ , сячкарня мае добрую ўстойлівасць.

Цэнтр цяжару практыкуецца ў апорны простакутнік з бакамі 430 мм. і ляжыць бліжэй да боку чарвяка. Дзіркі ў апорных лапах даюць магчымасць добра замацаваць машыну на адным месцы.

Вольная частка вала махавіка дазваляе паставіць шкіў і мець магчымасць прыводзіць у рух машыну ад рухавіка.

Вытворчасць дадзенай сячкарні у ўмовах спробы пры  $n = 80 \text{ зв.}$  у хвіліну за 1 гадзіну — 72 — 75 кіл. кароткага рэзаньня 90 — 120 кіл. доўгай.

## Р Э З Ю М Э

Падагулічваючы вынікі спробы (2-х экз.) сячкарні завода „Чырвоны Кастрычнік“, можна сказаць наступнае:

1) Выраб сячкарні у гэтай форме ў якой яна была прыслана на спробу нельга лічыць здавальняючым.

Дрэнны выраб і мантыроўка дэталей.

2) Магчымасці нармовай працы, якую наогул можна мысьліць з паказаным тыпам сячкарні, з дадзенай сячкарні пры сучасным яе вырабе мець ня прыходзіцца.

3) Па пытаньню аб нажох, у сэнсе іх тэхнічнае характарыстыкі, неабходна кіравацца прынятымі нормамаі промстандарта, нажы спрабуемай сячкарні мяккія, хутка тупяцца. У сэнсе-ж падбору формы нажа для гэтай ці іншай сячкарні,—мець праэктныя падставы з увагай у прыватным выпадку, нават і пры выпісцы іх, калі завод сам ня можа іх вырабляць.

4) Палегчыць падачу саломы і умовы працы пры гэтым, пераканструіраваўшы падавальную скрыню.

5) Падавальны валік дадзенага профілю „А“ дае большае адхіленьне ад тэорэтычнае велічыні падачы, чым валікам профілю „В“.

6) Залішне ставіць стракаты асортымэнт шкворанава матар'ялу.

7) Неабходна машыну забясьпечыць неабходным інструмэнтам і запаснымі часткамі: ключ, мутэркі, шквораны і нажы.

8) Смазаньне машыны не здавальняючае. Маслёнкі пры машыне ня было дадзена.

9) Для аднаго чалавека машына цяжкая. Сярэдні высілак 16 кіл., рукаятка ў даўжыню роўна 300 мм. і не дазваляе працаваць двум рабочым. У гэтым сэнсе заводу належыць прыняць усе меры да палягчэньня працы з сячкарняй.

10) Ніякага настаўленьня па дагляду за машынай з пералічваньнем і нумэрацыяй яе дэталей не даецца. Гэта абцяжарвае умовы купляння запасных часьцей, асабліва нажоў.

Горы-Горкі Акадэмія с/г.  
1927 г.

Антонай

## Begutachtung der Scheiben Häckselmaschine der Fabrik „Der Rote Oktober“ der Belorussischen Staatswerke.

### Zusammenfassung.

Wenn wir die Ergebnisse der Prüfung (von 2 Exemplaren) der Häckselmaschine „Krasny Oktjabr“ (der Rote Oktober) zusammenfassen, können wir dieselben in folgenden Schlussfolgerungen zum Ausdruck bringen.

1. Die Ausführung der Häckselmaschine in der Form, in welcher dieselbe hierher gesandt wurde, kann nicht als befriedigend angesehen werden: Schlechte Montierung und ungenaue Ausführung der einzelnen Teile.

2. Die Möglichkeit einer normalen Arbeitsleistung in dem Umfange, wie sie bei dem entsprechenden Typus von Häckselmaschinen überhaupt erreichbar ist, lässt sich nicht erwarten. Häckselmaschine in ihrer gegenwärtigen Ausführung in keiner Weise erwarten.

3. In Bezug auf die Frage der Messer, im Sinne ihrer technischen Brauchbarkeit, ist es unbedingt geboten, sich streng an die vom Gewerbe-Standard (Promstandart) aufgestellten Normen zu halten; die Messer der geprüften Häckselmaschine sind weich, stumpfen rasch ab. Was ferner die Auswahl der Messerformen anbelangt—so verfügen wir über vorschriftliche Grundsätze, mit Anmerkungen für jeden Einzelfall, sogar mit der Möglichkeit einer auswärtigen Bestellung derselben, falls die Fabrik selbst nicht im Stande wäre, sie herzustellen.

4. Die Vorgabe von Stroh und die damit verbundenen Arbeiten sind bequemer zu gestalten durch Umarbeitung des Vorgabekastens.

5. Die Vorgaberolle des gegebenen Profiles „A“ bentzt eine grössere Abweichung von der theoretischen Grösse der Vorgabe, als die Rolle des Profiles „B“.

6. Eis ist durchaus überflüssig, eine so buntscheckige Auswahl an Balzen herzustellen.

7. Die Maschine ist mit den notwendigsten Werkzeugen und Ersatzteilen: Schlüssel, Schraubenmutter, Bolzen und Messern auszustatten.

8. Das Schmieren der Maschine ist unbefriedigend. Eine Oelkanne war der Maschine nicht beigegeben.

9. Für einen Menschen ist die Maschine zu schwer, der durchschnittliche Arbeitsaufwand beträgt 16 Kg; der Kurbelgriff hat eine Länge von genau 300 mm., und gestattet nicht zwei Menschen zugleich zu arbeiten. In dieser Beziehung hat die Fabrik alle Massnahmen zu treffen, um die Arbeit der Häckselmaschine nach Möglichkeit zu erleichtern.

10. Der Maschine sind gar keine Vorschriften über Behandlung derselben, ebensowenig eine nummerirte Liste der Einzelteile beigegeben, was ausserordentlich das Verschieben von Ersatzteilen, insbesondere von Messern erschwert.

*Antonow.*

## Азначэньне сапраўднага азімуту зямнога напрамку па вымерваньню кутаў нахілу Палярнай зоркі

Пры працах па землеўпарадкаваньню, якія зьмяшчаюць у сабе, як вядома, значную частку мерапрыемстваў гэадэзічна-тэхнічнага характару, ужываньне азначэньня сапраўднага азімуту зямнога напрамку можа сустрацца ў наступных выпадках: 1. пры суцэльным землеўпарадкаваньні, якое ахоплівае значную тэрыторыю і угрунтавана на скарыстаньні трыганамэтрычнай сьці ніжэйшняга рангу, — дзеля арыентаваньня яе адносна старон сьвету; 2. пры пракладваньні паліганамэтрычных ходоў, дзеля кантролю вынікаў кутавых вымерваньняў і спрашчэньня працы па ураўнаваньню іх; 3. пры здымцы паасобных палігонаў, маючы на увазе мэту складаньня валасной ці раённай мапы, а таксама дзеля кантролю кутавых вымярваньняў у палігонах.

Само сабою зразумела, што ў залежнасьці ад таго, для якога з пералічаных відаў прац робіцца азначэньне сапраўднага азімуту, будзе знаходзіцца і прад'яўленая да гэтага азначэньня дакладнасьць, а жаданьне яе дасягнуць, патрабуе ужываньня таго ці іншага спосабу нагляданьня, тых ці іншых прыладаў пры гэтым і тых ці іншых мэтадаў апрацоўкі назіраных велічынь.

Існуючыя спосабы азначэньня сапраўднага азімуту зямнога напрамку, ня гледзячы на іх прастату, тым ня менш зьяўляюцца складанымі для землеўпарадкавацеляў, — складанымі, галоўным чынам, ня столькі нагляданьнямі, колькі апрацоўкаю назіраных велічынь, паколькі апошнія патрабуе ужываньня астранамічнага каляндару, розных табліц, а само вылічэньне робіцца па складаным формулам. У выніку гэтай складанасьці, азначэньне сапраўднага азімуту зямнога напрамку і да гэтага часу ня ўжываецца шырока ў вытворчасьці пры працах па землеўпарадкаваньню.

Выкладзены ніжэй спосаб азначэньня сапраўднага азімуту дае такія значныя спрашчэньні ў вылічэньнях, так мала патрабуе дапаможных дадзеных і так мала часу на яго вытварэньне, што яго ёсьць магчымасьць раіць землеўпарадкавацелям дзеля ужываньня пры пракладваньні паліганамэтрычных ходоў і асабліва пры здымцы паасобных палігонаў.

\* \* \*

Сутнасьць прапануемых спрашчэньняў у вылічэньнях азімуту месцаў у наступным:

Калі  $Z$  . . . зэніт месца нагляданьня,

$P$  . . . паўночны полюс міра,

$A$  . . . становішча Палярнай зоркі ( $\alpha$  Ursae minoris),

тады  $PZ = 90 - \varphi$ , дзе  $\varphi$  . . . шырыня месца нагляданьня,

$PA = \Delta$  . . . палярная адлегласьць Палярнай зоркі,

$ZA = Z$  . . . зэнітная адлегласьць яе,

$a$  ... кут паміж паўночным канцом сапраўднага мэрэдыяну і напрамкам на Палярную.

Праз пункт  $A$  правядзем дугу  $KA$  перпендыкулярную да мэрэдыяну і няхай  $PK = X$ ;  $AK = Y$ .

Вядома, што азімут Палярнай зоркі азначаецца па формуле:

$$\operatorname{tg} a = \operatorname{tg} Y \operatorname{Sec} (\varphi + X),$$

пры гэтым велічыні  $X$  і  $Y$  азначаюцца па формулам:

$$X = \Delta \operatorname{Cos} t \text{ і } Y = \Delta \operatorname{Sin} t,$$

дзе  $t$  ... гадзінны кут. Значэньні велічынь  $X$  і  $Y$  зьмешчаны ў табліцах „*Connaissance des Temps*“, у якіх яны атрымоўваюцца па гадзіннаму куту

часу нагляданьня Палярнай зоркі. Атрыманьне гадзіннага кута, якое патрабуе веданьня зорнага часу ў поўдзень дню нагляданьня, часу нагляданьня, папраўкі гадзінніка і простага усходу зоркі, складае вельмі цяжкую задачу для землеўпарадкавацеляў, як асоб не спэцыялістых па астраноміі. Мною прапануецца наступны спосаб азначэньня велічынь  $X$ ,  $Y$  і  $a$  без знаходжэньня гадзіннага кута.

Калі паглядзець у табліцу, вышынь і азімутаў Палярнай зоркі ў Астранамічным штогодніку, то можна бачыць, што яе азімут для мясцовасьцяў, якія ляжаць на поўдзень ад 65-ай параллелі паўночнай шырыні, ня бывае больш, як  $2^{\circ}36'$ . Гэта дае магчымасьць для нашай мэты палічыць дугу  $ZK$  роўнай дузе  $ZA$ , ад чаго памылка будзе ў самым няспрыяючым выпадку знаходжэньня Палярнай зоркі ў элангацыі роўна  $1'21''$

$$\text{(паколькі для } \varphi = 55^{\circ} \text{ і } a = 2^{\circ}36', z = AZ = 24^{\circ}55'$$

$$\text{і паколькі } \operatorname{tg} KZ = \operatorname{tg} AZ \cdot \operatorname{Cos} a, \text{ то } KZ = 24^{\circ}53'39'',$$

$$\text{адкуль } AZ - KZ = 24^{\circ}55'0'' - 24^{\circ}53'39'' = 0^{\circ}1'21'')$$

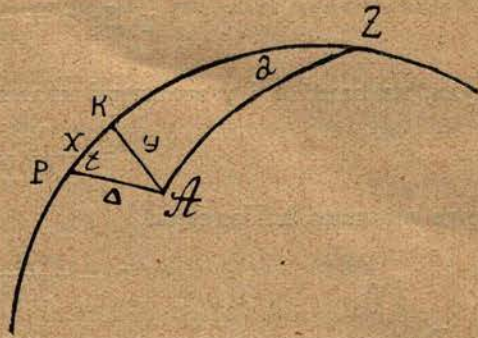
Пры  $\varphi = 55^{\circ}$ , гэтая памылка будзе ўжо толькі  $54''$  пры няспрыяючых умовах і далей, са зьмяншэньнем шырыні месца нагляданьня, яна таксама будзе зьмяншацца. Прымаючы  $KZ = AZ$ , азначым  $X$  па формуле (глядзі рысунк)  $X = 90 - \varphi - Z$ , ці, калі  $Z$  замяніць праз вышыню  $h$  Палярнай над гарызонтам ( $Z = 90 - h$ ), то  $X = h - \varphi$ .

Пры гэтым  $X$  можа прымаць адно з значэньняў ад  $0^{\circ}$ , калі Палярная зорка знаходзіцца прыблізна ў элангацыі, да  $X = \pm \Delta$  (палярнай адлегласьці), калі яна знаходзіцца на мэрэдыяну. Адмоўным значэньням велічынь  $X$  адпавядае становішча Палярнай, калі яна, пасля заходняй элангацыі, рушыцца да ніжэйшай кульмінацыі і аж да самага моманту усходняй элангацыі, паколькі пры гэтым становішчы яе  $h < \varphi$ .

Калі знойдзем велічыню  $X$ , то значэньня  $Y$  атрымаем па формуле

$$Y = \sqrt{\Delta^2 - X^2},$$

прыняўшы такім чынам, трохкутнік  $PKA$  за роўны прастакутны, паколькі бакі яго маюць нязначную велічыню—ня болей як  $1'$ . Далей з трохкутніку  $PZA$  маем



$$\frac{\text{Sn } a}{\text{Sn } Y} = \frac{\text{Sn } 90^\circ}{\text{Sn } Z},$$

$$\text{ці Sn } a = \frac{\text{Sn } Y}{\text{Sn } Z};$$

аткуль, паколькі  $a$  і  $y$  велічыні малыя

$$a = \frac{y}{\text{Sin } Z},$$

а праз вышыню  $h$  Палярнай

$$a = \frac{y}{\text{Cos } h}.$$

Такім чынам, маем наступныя тры формулы да вылічэння ката  $a$  паміж напрамкам на Палярную і сапраўдным мэрыдыянам:

$$1. X = h - \varphi; \quad 2. Y = \sqrt{\Delta^2 - X^2}; \quad 3. a = \frac{y}{\text{Cos } h}.$$

## § 2.

Каб зрабіць разьвязаньне гэтых формул неабходна ведаць шырыню месца нагляданья  $\varphi$ , вышыню  $h$  Палярнай зоркі і палярную адлегласьць  $\Delta$ .

Усе гэтыя тры складнікі можна атрымаць наступным чынам. 1. Шырыня месца нагляданья атрымоўваецца па трох ці дзесяці-вярстовай карце таго раёну, дзе адбываецца праца па азначэньню азімута. Па маім досьледам памылка ў шырыні пры азначэньні яе па трохвярстовай карце роўна  $\pm 0',2$ , а па дзесяцівярстовай  $\pm 0',5$ .

2. Вышыня Палярнай зоркі над гарызонтам знойдзецца непасрэдным вымяраньнем. Да вымеранай вышыні  $h'$  трэба ўвесці папраўку за сярэдняю рэфракцыю па формуле  $\rho = 0',95 \text{ ctg } h'$ . Тады выпраўленая за рэфракцыю вышыня будзе  $h = h' - \rho$ . Натуральнае значэньне  $\text{ctg } h'$  бярацца з табліц Гаўсса.

3. Велічыня палярнай адлегласьці  $\Delta$  Палярнай зоркі можа быць узята з астранамічнага штогодніку года нагляданья, аднак у гэтым няма ніякай патрэбы, паколькі памылка ў азначэньні яе нязначна адбываецца на памылцы ў азімуце (пры жаданьні атрымаць азімут зьмянога напрамку з дакладнасьцю ў 1—1,5 мінуты).

Калі прасачыць па астранамічных штогодніках, пачынаючы, напрыклад, ад 1911 году, то можна бачыць, што Палярная зорка зьмяняе сваю палярную адлегласьць на 0,3 мінуты ў год. Чаму, калі вядома палярная адлегласьць  $\Delta_0$  якога небудзь месяцу азначанага году, то палярная адлегласьць  $\Delta$  таго самага месяцу, але ўжо году нагляданья, знойдзецца па формуле  $\Delta = \Delta_0 - 0',3t$ , дзе  $t$  ёсьць лік гадоў паміж годам нагляданья і тым для якога вядома палярная адлегласьць  $\Delta_0$ .

Каб абыйсьціся без вылічэньняў па гэтай формуле, складзена наступная табліца 1, у якой дадзены палярныя адлегласьці Палярнай зоркі сярэднія для кожнага месяцу.

Калі карыстацца гэтаю табліцай, дык памылка ў азначэньні палярнай адлегласьці будзе ня болей, як 0,05 мінуты, асабліва ў летнім пэрыяду.

Табліца велічынь палярных адлегласцяў Палярнай зоркі.  
(Die Tabelle der polaren Entfernungen des Polarsternes)

Табліца 1

Die Jahre Die Monate	Годы Месяцы	$\Delta$ (in dem Minuten) (ў Мінутах)													
		1928	1929	1930	1931	1932	1933	1934	1935	1936	1937	1938	1939	1940	
Ianuar	Студзень	64,7	64,4	64,1	63,8	63,5	63,2	62,9	62,6	62,3	62,0	61,7	61,4	61,1	
Februar	Люты	64,7	64,4	64,1	63,8	63,5	63,2	62,9	62,6	62,3	62,0	61,7	61,4	61,1	
März	Сакавік	64,8	64,5	64,2	63,9	63,6	63,3	63,0	62,7	62,4	62,1	61,8	61,5	61,2	
April	Красавік	65,0	64,7	64,4	64,1	63,8	63,5	63,2	62,9	62,6	62,3	62,0	61,7	61,4	
Mai	М а й	65,1	64,8	64,5	64,2	63,9	63,6	63,3	63,0	62,7	62,4	62,1	61,8	61,5	
Juni	Чэрвень	65,2	64,9	64,6	64,3	64,0	63,7	63,4	63,1	62,8	62,5	62,2	61,9	61,6	
Juli	Ліпень	65,2	64,9	64,6	64,3	64,0	63,7	63,4	63,1	62,8	62,5	62,2	61,9	61,6	
August	Жнівень	65,1	64,8	64,5	64,2	63,9	63,6	63,3	63,0	62,7	62,4	62,1	61,8	61,5	
Septemb.	Верасень	65,0	64,7	64,4	64,1	63,8	63,5	63,2	62,9	62,6	62,3	62,0	61,7	61,4	
Oktober	Кастр.	64,8	64,5	64,2	63,9	63,6	63,3	63,0	62,7	62,4	62,1	61,8	61,5	61,2	
Novemb.	Лістап.	64,6	64,3	64,0	63,7	63,4	63,1	62,8	62,5	62,2	61,9	61,6	61,3	61,0	
Dezemb.	Сьнеж.	64,4	64,1	63,8	63,5	63,2	62,9	62,6	62,3	62,0	61,7	61,4	61,1	60,8	

## § 3.

Палявыя нагляданні будуць заключацца ў наступным. Пастанавіўшы добра вывераны тэадаліт на адзін пункт лініі, азімут якой трэба азначыць, наводзім трубу на другі пункт яе (дзея чаго на гэты пункт патрэбна паставіць ліхтар, ці адбыць гэтую частку працы перад тым, як стане цёмна) і робім адлік па гарызантальнаму кругу. Далей устанаўляем трубу на аллік па верцікальнаму кругу, роўнаму зрыблізна шырыні

месца наглядання; пры такой устаноўцы трубы, рухаючы яе па азімуту, можна убачыць Палярную ў полі зроку трубы. Ставім крыж сеткі ніцый на зорку і робім адлікі як па гарызантальнаму, так і па верцікальнаму кругам. Пераводзячы трубу праз зэніт, паўтараем нашы дзеянні.

Пункт Палярнай зоркі на нябесным абсягу, як вядома, проста азначаць, калі памятаць, што яна ляжыць на працягу лініі, якая злучае дзве найбольш яркія зоркі  $\alpha$  і  $\beta$  сузор'я Вялікай Мядзведзіцы. У далейшым будзе вытлумачана, што самым некарысным пунктам Палярнай зоркі для нагляданняў зьяўляецца тое, калі яна знаходзіцца каля мерыдыяну. Каб ведаць усякаму хто выйдзе рабіць нагляданні, знаходзіцца Палярная каля мерыдыяну ці не, трэба паглядзець на другую ад хваста зорку сузор'я Вялікай Мядзведзіцы ( $\zeta$  Ursae majoris) — калі яна блізка да верцікальнае лініі, праходзячай праз Палярную, то трэба пачакаць з нагляданнямі да таго часу, калі яна адыйдзе далей. Адначасова

з гэтым неабходна ведаць у якім баку ад мерыдыяну—на усход ці на захад—знаходзіцца Палярная ад мерыдыяну, што проста, калі карыстацца наступным правілам:  $\zeta$  Ursae majoris знаходзіцца направа ад Палярнай—апошняя ляжыць на захадзе ад мерыдыяну; калі-ж яна ляжыць налева ад Палярнай—дык на усходзе.

Недахопы паданага спосабу азначэння азімуту:

1. Немагчымасць дапасавання да нагляданняў тэадаліта з грубым верцікальным кругам у 2—5 мінут

2. Неабходнасць ведаць шырыню месца наглядання, урэшце, досыць груба: каб атрымаць сапраўдны азімут з дакладнасцю да  $\pm 1,5$ , даволі шырыню мець з дакладнасцю да  $\pm 0,5$ .

3. Неабходнасць мець прызму, якая накручваецца на акуляр трубы, паколькі пры вышыні больш як  $45^\circ$  глядзець у простую трубу немагчыма.

Аднак, тэадалітам фірмы „Геадэзія“ магчыма рабіць нагляданні на Палярную зорку і бяз прызмы.

Каштоўнасць спосабу, як вынік наступнага:

1. Прастата нагляданняў, адсутнасць усякага напружання ў стане наглядальніка і нязначны працяг часу на нагляданні (поўны прыём займае 5 хвілін часу).

2. Лёгкасць знаходжэння Палярнай зоркі кожным і няведаючым астраноміі, паколькі звычайна сузор'і Вялікай і Малой Мядзведзіцы вядомы змаленства.

3. У выніку малага змяшчэння Палярнай зоркі, як па азімуту, гэтак і па вышыні, досыць толькі адзін раз злавіць яе ў полі зроку трубы і яна ў ім будзе заставацца увесь час нагляданняў.

4. Непатрэбнасць, нават і груба, ведаць час наглядання.

5. Непатрэбнасць ужывання астранамічнага штогодніку і магчымасць усе вылічэнні зрабіць на працягу 8-мі хвілін, карыстаючыся толькі табліцамі Гауса і табліцаю палярных адлегласцяў Палярнай зоркі (глядзі старонку 19-ую), пры значнай прастаце вылічэнняў.

6. Значная дакладнасць азначэння сапраўднага азімуту: пры нагляданнях далей ад мерыдыяну—1—1,5 мінуты, карыстаючыся тэадалітам з аднамінутнымі адлікамі па гарызантальнаму і верцікальнаму кругам.

#### § 4.

З мэтай спробы паданага спосабу і вытлумачэння дакладнасці яго практычна, былі зроблены нагляданні на мэтэаралогічнай плошчы Беларускай Акадэміі С. Г. па азначэнню азімута зямнога напрамку „Слуп“—„Фэрма“ (С.-Ф.), дакладнае значэнне якога мною атрымана з пяці поўных прыёмаў па спосабу праф. Красоўскага дзесяцісекундовым універсалам фірмы Герляха і з'явілася роўным  $341^\circ 34' 6'' \pm 6''$ . Азімут таго самага напрамку ў 1925 г. быў азначан праф. Хадаровічам і з шматразовых нагляданняў значэнне яго з'явілася роўным  $341^\circ 34' \pm 12,5''$ <sup>1)</sup>

На падставе чаго можна лічыць значэнне азімута С.-Ф. у  $341^\circ 34'$  досыць дакладна вызначаным.

Значэнне азімута той самай лініі, якія атрыманы 10, 18, і 19 Ліпеню 1927 году, аднамінутным тэадалітам і універсалам ( $10''$ —гарызантальны круг і  $30''$ —верц.) па прапанаванаму спосабу, пры значэннях кута  $a$  пачынаючых з  $1^\circ 25'$  і  $1^\circ 52'$ , вызначыліся, згодна табл. 2.

<sup>1)</sup> Праф. Хадаровіч П. А. „Матар'ялы па складанню трыганаметрычнай сеці“. Горы-Горкі. Выд. 1925 г.

Вынікі атрымаліся згодныя з вынікамі азначэння азімуту па спосабу праф. Красоўскага і праф. Хадаровіча.

## § 5.

Пры азначэнні сапраўднага азімуту Палярнай зоркі па прапанаваным формулам сустрэнуцца ў ім памылкі ад двух прычын: 1. Ад дапушчэння, што  $ZA = ZK$  (рысунак 1 і 2). ад памылак у вымяранні вышыні Палярнай, атрыманы шырыні месца наглядання і палярнай адлегласці.

Для раз'вязання пытання аб тым, які робіць уплыў на азімут першая прычына, вылічым кут  $a$  для Палярнай для моманту элангацыі па адпаведным формулам, а таксама па формуле:

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} a = \sqrt{\frac{\operatorname{Sn}(\rho - f) \operatorname{Sn}(\rho - z)}{\operatorname{Sn} \rho \cdot \operatorname{Sn}(\rho - d)}}$$

Табліца 2.

Т Э А Д А Л І Т			У Н І В Э Р С А Л		
№№ па чарзе	Значэнні азімутаў	Найбольш праўдападобнае значэнне і яго памылка	№№ па чарзе	Значэнні азімутаў	Найбольш праўдападобнае значэнне і яго памылка
1	341° 34',9		1	341° 34'5"	
2	35',0	$m = \pm 0,4$	2	34'12"	$m = \pm 17''$
3	34',9	$\eta = \pm 0,18$	3	33'53"	$\eta = \pm 7,6$
4	34',0		4	33'37"	
5	34',8	341° 34',7 ± 0',18	5	33'33"	341° 33'52" ± 7',6

і параўнаем яго з вялічынёю  $a$ , якую атрымаем па прапанаваным формулам § 1-га. Для моманту элангацыі маем наступныя формулы:

$$\operatorname{Cos} Z = \frac{\operatorname{Sn} \delta}{\operatorname{Sn} \varphi} \quad \text{і} \quad \operatorname{Sn} \alpha = \frac{\operatorname{Cos} \delta}{\operatorname{Cos} \varphi},$$

пры  $\varphi = 54^{\circ}17',6$  (шырыня слупа, на якім рабіліся нагляданні) і схіленні  $\delta = 88^{\circ}54',5$ , атрымаем  $Z = 35^{\circ}41',44$  і  $a = 1^{\circ}52',23$ ; па формуле

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} a = \sqrt{\frac{\operatorname{Sn}(\rho - f) \operatorname{Sn}(\rho - z)}{\operatorname{Sn} \rho \operatorname{Sn}(\rho - d)}}, \quad a = 1^{\circ}52',26;$$

па прапанаваных формулах  $a = 1^{\circ}52',25$ .

Адкуль мы бачым, што памылка ў азімуце Палярнай, як вынік зробленых дапушчэнняў, вельмі нязначная для моманту элангацыі (разыходжанне 0',02).

Каб улічыць тую самую памылку пры ўсякім становішчы Палярнай, дапасуем формулы пераходу ад другой системы нябесных каардынат да першай — ад гадзіннага кута і схілення да зенітнай адлегласці і азімута, — якія, як вядома, маюць наступны выгляд<sup>1)</sup>:

<sup>1)</sup> Цывяткоў. Лекцыі па астраноміі. Мсква 1912 г.

$$\operatorname{tg} N = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos t}; \operatorname{tg} a = \frac{\operatorname{tg} t \operatorname{Cos} N}{\operatorname{Sn}(\varphi - N)}; \operatorname{tg} z = \frac{\operatorname{tg}(\varphi - N)}{\operatorname{Cos} a}$$

Узяўшы розныя значэнні гадзіннага кута пры  $\varphi = 54^{\circ}17',6$  і  $\delta = 88^{\circ}54',5$ , знойдзем азімут і зенітную адлегласць па гэтых трох формулах і, далей, па зенітнай адлегласці знойдзем кут  $a$  па прапанаваных формулах § 1-га. Вынікі прадставім у наступнай табліцы № 3.

Для якога гадзіннага кута	Па формулах пераходу ад другой сыстэмы каардынат да першай		$a$ па формуле $\operatorname{tg}^{1/2} a = \dots$	$a$ па прапанаваных формулах 1,2,3 § 1	Памылка ў азімуце ад дапушчэнняў
	Z	$a$			
$4^s$	$34^{\circ} 36',9$	$0^{\circ} 0',2''5$	$0^{\circ} 0',0$	$0^{\circ} 0',0$	0',05
$2^m$	36',904	1',00	0',0	1',3	0',3
$4^m$	36',911	2',01	0',0	2',11	0',1
$8^m$	36',94	4',02	3',77	4',05	0',03
$1^h$	39',22	29',82	30',0	30',4	0',58
$2^h$	46',0	57',4	57',73	58',4	1',00
$3^h$	56',56	$1^{\circ} 20',83$	$1^{\circ} 20',83$	$1^{\circ} 21',65$	0',82
$3^h 30^m$	$35^{\circ} 3',07$	30',47	30',47	31',2	0',73
$4^h$	10',33	39',22	38',6	39',14	0',08
$5^h$	26',2	49',4	49',1	49',4	0',00
$6^h$	41',44	52',23	52',26	52',25	0',02

Гэтая табліца (3) сведчыць нам, што памылка ў азімуце ад прынятых у васнову спосаба дапушчэнняў ня бывае больш як адна мінута і што максимум яе бывае пры гадзінным куце роўным  $2^h$ , а ад гэтага моманту да моманту кульмінацыі і элангацыі яна змяншаецца да нуля.

Памылку ў вялічыні кута  $a$  ад памылак у азначэнні шырыні месца наглядання, палярнай і зенітнай адлегласці Палярнай зоркі знойдзем шляхам дыферэнцыравання формул

$$X = h - \varphi, y = \sqrt{\Delta^2 - X^2}, a = \frac{y}{\cos h} \text{ па } h, \varphi \text{ і } \Delta.$$

Палічыўшы сярэдняю квадратычную памылку ў  $h$  роўнаю  $\pm 0,75$  для тэадаліта Філаненка. (Практычны падручнік па трыганаметрычных сецях. Масква 1927 г.),  $m_{\varphi} = \pm 0,5$  і  $m_{\Delta} = \pm 0,5$  (калі карыстацца вышэй прыведзенай табліцай велічынь палярных адлегласцяў), атрымаем

$$4. m_x = \sqrt{m_h^2 + m_{\varphi}^2} = \pm 0,9$$

для тэадаліта з аднамінутнымі вярньерамі верцікальнага круга і пры азначэнні шырыні месца наглядання па дзесяцівярстовай карце;

$$5. m_y = \frac{\sqrt{\Delta^2 m^2 \Delta + x^2 m^2 x}}{y}$$

і далей, лічучы велічыню  $h$  у формуле 3-й сталай.

$$6. m_a = \frac{\sqrt{\Delta^2 m^2 \Delta + x^2 m^2 x}}{y \operatorname{Cosh}}$$

Вылічыўшы значэнне  $m_a$  па апошняй формуле дзеля розных становішч Палярнай зоркі, завядаём вынікі ў наступную табліцу 4 (пры  $\varphi = 54^\circ 17,6$  і  $\Delta = 65,5$ ).

Для якіх гадзінных кутаў (Die Stund. winceln)	x	y	h	a	$m_a$	Памылка ад дапушчэння Der Fehler von der Abweichung	Памылка азімуце зямнога напрамку Der Fehler y im Azimuth der Erdbahn
2 <sup>m</sup>	0°5,496	0°0,73	55°23,096	0°1,3	142'	0,3	—
4 <sup>m</sup>	5,489	1,2	23,089	2,11	86'	0,1	—
8 <sup>m</sup>	5,46	2,3	23,06	4,05	45'	0,03	—
1 <sup>h</sup>	3,18	17,3	20,78	30,4	5,7	0,58	6,0
2 <sup>h</sup>	0°56,4	33,3	14,0	58,4	2,6	1,00	2,9
3 <sup>h</sup>	45,84	46,77	3,44	1°21,65	1,5	0,82	1,8
3 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup>	39,33	52,38	54°56,93	31,2	1,2	0,73	1,5
4 <sup>h</sup>	32,07	57,11	49,67	39,14	0,9	0,08	1,1
5 <sup>h</sup>	16,2	1°3,5	33,8	49,4	0,4	0,00	0,7
6 <sup>h</sup>	0,96	5,5	18,56	1°52,25	0,08	0,02	0,6

Пры запаўненні апошняй графы памылка ў вымярэнні кута паміж напрамкамі зямны прадмет—Палярная зорка лічылася роўнай  $\pm 0,6$  (Філаненка вышэйпамянённы падручнік).

З табліцы 4 можна бачыць, што ёсць магчымасць атрымання азімута зямнога напрамку па прапанаваных формулах з дакладнасцю да 2 мінут, калі нагляданні будуць зроблены пры гадзінных кутах Палярнай, пачынаючы ад 2<sup>h</sup> 30<sup>m</sup> да 6<sup>h</sup> і ад 6<sup>h</sup> да 9<sup>h</sup> 30<sup>m</sup>. Няспрыячым часам дзеля нагляданняў зьяўляецца тое, калі Палярная знаходзіцца паблізу ад мэрыдыяну, аб чым лёгка ведаць, калі карыстацца правілам, якое выкладзена у § 3.

Аднак, калі прыстасаваць табліцу элангацый Палярнай зоркі для м. Горы-Горак, якая змешчана ў працы праф. Хадаровіча „Сумеснае азначэнне азімута, шырыні і папраўкі гадзінніка“ — рукапіс 1925 году, да нашай мэты, тады атрымаем ніжэйпрыкладзеную табліцу, з якой можна бачыць час знаходжэння Палярнай на мэрыдыяну ў працягу летняга пэрыяду і калі лепш праводзіць нагляданні. (Дадзеныя адносна м. Горы-Горак і прыбліжаныя).

Табліца 5 сьведчыць што: 1) як раз у летні час, за выключэньнем мая месяца, кульмінацыя Палярнай зоркі адбываецца пры дзенным сьвятле, у выніку чаго мы і ня маем магчымасьці наглядаць яе пры няспрыяючых умовах у гэты час;

2) лепш усяго вытвараць нагляданьні, пачынаючы з 15 Чэрвеня, увечары, як пакажуцца зоркі на небе. Апошнія заключэньне ў значнай ступені палягчае для землеўпарадкавацеляў нагляданьні, галоўным чынам, у часьці устаноўкі тэадаліта і навядзеньня трубы яго на зямны прадмет, паколькі яго можна зрабіць пры дзенным сьвятле;

3) на працягу ўсяго мая і пачатку чэрвеня лепей нагляданьні рабіць пасья паўночы;

4) паколькі ў летні час Палярная ноччу знаходзіцца на ўсход ад мэрыдыяну патрэбна да атрыманага кута паміж зямным напрамкам і Палярнаю заўсёды летам прыкладаць азімут Палярнай, каб атрымаць сапраўны азімут зямнога напрамку.

Табліца 5

Для якога месяцу	Час кульмінацыі	Час элангацыі	Пачатак зорнага неба	Калі лепш рабіць нагляданьні
1 Мая	11 <sup>h</sup> увечары	5 <sup>h</sup> пасья паўн.	8 <sup>h</sup> 50 <sup>m</sup> увеч.	з 1 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> пасья паўночы
15 "	10 "	4 "	9—20 "	" 12—30 "
1 Чэрв.	9 "	3 "	9—40 "	з 11 <sup>h</sup> 30 і ўсю ноч
15 "	8 "	2 "	10 "	" 10—30 "
1 Ліпеня	7 "	1 "	10 "	" 10 "
15 "	6 "	12 <sup>h</sup> ночы	9—40 "	" 9—40 "
1 Жніўня	5 пасья паўдн.	11 увечары	9—20 "	" 9—20—2 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup>
15 "	4 "	10 "	8—50 "	" 8—50—1—30
1 Верасьн.	3 "	9 "	8—10 "	" 8—10—12—30
15 "	2 "	8 "	7—30 "	" 7—30—11—30
1 Кастр.	1 "	7 "	6—50 "	" 6—50—10—30

## § 6.

З мэтай практычнай паверкі вынікаў табліцы, якая зьмешчана на старонцы 23-ай, 22-га студзеня 1928 году адбыліся нагляданьні па азначэньню азімута напрамку С.—Ф., пачынаючы ад моманту кульмінацыі, які быў у гэты дзень а 5<sup>h</sup> 45<sup>m</sup>, аж да моманту элангацыі Палярнай зоркі. Частка вынікаў гэтых нагляданьняў прадстаўлена на табл. 6.

Такім чынам, вынікі досыць здавальняючыя атрымоўваюцца ўжо праз, прыблізна, 50 хвілін пасья кульмінацыі Палярнай—памылкі ў азімуце зямнога напрамку, які атрыманы поўным прыёмам тэадаліта, ня выходзяць за межы  $\pm 1',5$ . Каля самага мэрыдыяну таксама можна атрымаць вернае значэньне азімута Палярнай тады, калі вымяраная зэніт-

За колькі гадзін ад кульмінацыі	Час наглядання	Значэнне кута $a$	Атрыманы азімут зямнога напрамку	Ухіленне ад велічыні $341^{\circ}34'$ , якая прынята за сапраўдную
30 <sup>m</sup> да кульмін.	5 <sup>h</sup> 15 <sup>m</sup>	20',1	341°44',1	10',1
9 <sup>m</sup> пасля кул.	5—54	14',2	34',8	0',8
33 „	6—18	20',0	40',0	6',0
47 „	6—32	34',2	33',3	0',7
1 <sup>h</sup> 14 <sup>m</sup> „	6—59	44',7	34',3	0',3
1—45 „	7—30	57',7	35',3	1',3
1—56 „	7—41	1° 3',2	33',8	0',2
2—51 „	8—36	1°24',0	33',0	1',0
2—57 „	8—42	1°25',5	33',5	0',5

ная адлегласць будзе адпавядаць гэтаму азімуту, што пры нагляданнях не заўсёды будзе мець месца, паколькі зэнітная адлегласць Палярнай зоркі змяняецца ў мэрыдыяна вельмі ня значна.

Відавочна, што ужыванне прылады з большаю дакладнасцю адлікаў гарызантальнага і верцікальнага кругоў значна удакладніць вынікі па азначэнню азімута зямнога напрамку прапанаванымі спосабам; удакладненню іх таксама будзе спрыяць павялічэнне колькасці прыёмаў.

Пры гэтым дадаецца прыклад на апрацоўку нагляданняў па прапанаваных формулах:

Нагляданьне 18 ліпеня 1927 г.

Куды наводзілася труба	Кр. Пр.		Кр. Л.	
	а д л і к і			
	гарызантал.	верцікальны	гарызантал.	верцікальны
Земны прадмет . . . . .	180° 3'—3'	—	0° 1'—2'	—
Палярная . . . . .	200° 5'—5'	53°44'—45'	20° 2'—3'	53°46'—46'

Злучыўшы абодвы кругі да аднаго, атрымаем:

Адлік на земны прадмет . . . . . 180°2',25

„ „ Палярную: гарызантальны . . . . . 200°3',75

верцікальны  $h'$  . . . . . 53°45',25

Шырыня месца наглядання  $\varphi$  па трохвэрстовай карце 54°17',6

Палярная адлегласць  $\Delta$  Палярнай зоркі па табліцы на стар. 19-ай (узяць для ліпеня 1928 г. і прыкладзі 0',3, паколькі нагляданьне зроблена ў 1927 г.) будзе 65',5.

1. Знаходзім папраўку за рэфракцыю

$$\rho = 0',95 \operatorname{ctg} h' = 0',95 \operatorname{ctg} 53^{\circ}45',25 = 0',95 \times 0,745 = 0',7.$$

2. Выпраўляем вышыню Палярнай па формуле

$$h = h' - \rho = 53^{\circ}45',25 - 0',7 = 53^{\circ}44',55.$$

3.  $X = h - \varphi = 53^{\circ}44',55 - 54^{\circ}17',6 = 0^{\circ}33',05.$

4.  $Y = \sqrt{\Delta^2 - X^2} = \sqrt{(65,5)^2 - (33,05)^2} = 56',5$  (па табліцах квадратаў Гаўсса).

5.  $a = \frac{Y}{\text{Cos } h} = \frac{56,5}{\text{Cos } 53^{\circ}44',55} = 95',6 = 1^{\circ}35',6$  (па табліцах пры-

растаў каардынаг, як дзеянне знаходжэння даўжыні лініі ( $d = a$ ) па прыростах каардынат ( $\Delta x = Y$ ) і Cos румба ( $\text{Cos } r = \text{Cos } h$ ), абкругліваючы аргумант да цэлых мінут).

6. Вылічаем кут  $C$  паміж зямным напрамкам і напрамкам на Палярную

$$c = 180^{\circ}2',25 - 200^{\circ}3',75 = 339^{\circ}58',5$$

7 Да кута  $C$  прыкладаем атрыманую велічыню  $a$ :

$$339^{\circ}58',5 + 1^{\circ}35',6 = 341^{\circ}34',1 -$$

гэта і ёсць сапраўдны азімут зямнога напрамку.

У заключэнне выказваю глыбокую падзяку прафэсару катэдры геадэзіі П. А. Хадаровічу за стварэнне спрыяючых умоў, якія далі мне магчымасць выканаць гэтую працу

*Інжынер І. Зубрыцкі.*

## Ermittelung des wirklichen Azimuths der Erdbahn mittelst Messung des Neigungswinkels des Polarsternes.

### Zusammenfassung.

1. Die Ermittlung des wirklichen Azimuths der Erdbahn bei Landeinrichtungsarbeiten findet deswegen keine weitgehende Anwendung, weil die bisher vorliegenden Methoden für den Landeinrichter zu kompliziert sind.

2. Die für Landeinrichtungsarbeiten zu verlangende Genauigkeit der Bestimmung des wirklichen Azimuths der Erdbahn (für Festlegung der Polygone und für Bindung der Winkel) im Verlauf von 1—2 Minuten, gestattet sich mit der Anwendung von Methoden einer annähernden Ermittlung zu begnügen.

3. Wenn wir mit  $a$  den Winkel zwischen dem nördlichen Teile des wirklichen Meridians und der Richtung nach dem Polarstern bezeichnen, so erhalten wir aus dem paralaktischen Dreieck  $PZA$  (s. S. 17.):  $\text{tg } a = \text{tg } y \text{ Sec } (\varphi + x)$ , wobei  $x = \Delta \text{ Cost}$  und  $y = \Delta \text{ Snt}$  sind.

Nach einer solchen Formel wird auch gewöhnlich der Winkel  $a$  bestimmt. Allein den Stundenwinkel im Augenblicke der Beobachtung zu erhalten, ist für den Landeinrichter äusserst schwierig da hier zu Vorbedingung ist, die Sternzeit zu kennen, desgleichen das direkte Aufgehen des Polarsternes, Besitz einer Uhr und Richtigstellung derselben. In Folge dessen schlage ich folgendes Verfahren vor, um die Grössen  $x$ ,  $y$  und  $a$  an Ortslagen mit nicht höher als  $65^{\circ}$  Breite zu bestimmen:

Nach dem, in Berücksichtigung der Stahlenbrechung corrigirten Neigungswinkel des Polarsterne  $h$ , wobei  $KZ = AZ$  annehmen wird (s. Zeichnung auf s. 17), erhalten wir 1.  $X = h - \varphi$ , wo  $\varphi$  die Breitenlage des Beobachtungspuntes bedeutet. Wenn wir von der Annahme ausgehen, da das Dreieck PKA ein rechtwinkeliges ist, so erhalten wir: 2.  $Y = \sqrt{\Delta^2 - X^2}$ , die Grösse  $\Delta$  erfahren wir aus der Tabelle der polaren Entfernungen den Polarsternes auf S. 19.

Aus dem Dreieck PZA erhalten wir den Winkel. 3.  $a = \frac{y}{\text{Cos. } h}$ , dieser

letztere wird zu dem Winkel zwischen Erdbahn und der Richtung zum Polarstern hinzugefügt bei Beobachtungen während der Sommerzeit, um den wirklichen Azimuth der Erdbahn zu erhalten. Für Beobachtungen zu beliebiger Zeit lässt sich das Zeichen des Winkels  $a$  praktisch leicht aus folgender Regel herleiten: befindet sich  $\zeta$  Ursae majoris rechts vom Polarstern—wird der Winkel  $a$  im minus stehen, wenn  $\zeta$  Ursae majoris—links vom Polarstern steht, dann wird der Winkel  $a$  im Plus sein.

4. Die Fehlergrenze für die Grösse  $a$ —im Vergleich zur zu lassigen, die als Grundsatz gilt beim Verfahren für die Breitenlage  $\varphi = 54^\circ 17',6$ ,—nicht grösser als  $1'$ ; die Fehlergrenzen von  $a$  im Verhältniss zu den Messungsfehlern von  $\varphi$ , der Bestimmung von  $\varphi$  nach der Karte, sowie von  $\Delta$  nach der Tabelle 1 erhalten wir durch Differenzierung der Formeln 1, 2, und 3. Als Ergebniss einer solchen Schätzung sehen wir (s. Tabelle 4), dass für die Augenblickslagen des Polarsternes von  $2^h 30^m$  bis  $9^h 30^m$  und von  $14^h 30^m$  bis  $21^h 30^m$  der mittlere quadratische Fehler im Azimuth der Erdbahn, bei einer Bestimmung desselben mit dem Theodolit mit einminütlichen Beobachtungen des horizontalen und des vertikalen Kreisbogens, im Verlaufe von nicht mehr als 2 Minuten beträgt.

5. Beobachtungen bei einer Stellung des Polarsternes beim Meridian sind nicht zuverlässig, im Sommer können sie ja auch nicht Stattfinden, da Polarstern in dieser Jahreszeit bei Tageslicht scheinrecht steht; zu jeder anderen Jahreszeit lässt sich da gegen eine Beobachtung des Polarsternes beim Meridian leicht vermeiden, wenn man nur im Auge behält, dass eine solche Stellung dann statt findet, wenn der Stern  $\zeta$  der Ursae majoris dem Augenschein nach sich mit dem Polarstern in derselben Vertikall befindet.

6. Praktische Massenergebnisse bei Bestimmung des wirklichen Azimuth der Erdbahn nach dem oben genannten Verfahren gaben Abweichungen von dem wirklichen auf nicht mehr als  $\pm 1',3$ , mit dem einminütlichen Theodoliten und  $\pm 25''$  mit dem Universalinstrument (Horizont— $10''$  und Vertik— $30''$ ). wenn die Beobachtungen nach Ablauf von 50 Minuten nach der Scheitelstellungsfage von  $\alpha$  Ursae minoris angestellt wurden.

*J. Subritzky.*

## О субъекте права трудового пользования

Вопрос о субъекте права трудового пользования принадлежит к одним из спорных вопросов современного советского земельного права. Большинство авторов по земельному праву считает субъектом права трудового пользования двор или земельное общество. Основаниями для таких суждений служат исторический процесс распределения земли, сложившиеся представления обычного права и наконец некоторые положения имеющиеся в действующем законодательстве.

Фактически значительное большинство прав трудового пользования осуществляется на практике в составе земельных обществ. Членами же земельного общества считаются по Зем. Кодексу все лица независимо от пола и возраста, входящие в состав дворов, образующих общество (ст. 47)<sup>1)</sup>. Надо заметить, что не повсюду существуют одинаковые правила относительно порядка осуществления права трудового землепользования. Так Земельный Кодекс УССР (ст. 10) требует обязательного осуществления права трудового землепользования в составе земельного общества. В БССР и РСФСР право на землю может быть осуществляемо как в составе земельного общества, так и отдельно без вхождения в состав общества (Зем. Код. БССР—ст. 11 и РСФСР—ст. 10). Также можно наблюдать и различие в порядке наделения земли в трудовое пользование. По законодательству РСФСР и УССР право на землю предоставляется как путем отвода участков земельными органами, так и через предоставление земли земельными обществами (ст. 14 и ст. 15 Зем. Код. РСФСР и УССР). По Зем. Кодексу БССР наделение землей производится только через земельные органы (ст. 10 и ст. 15). Кроме того законодательство РСФСР знает и случай предоставления права трудового пользования и путем трудовой заимки. Далее надо отметить, что если фактически в РСФСР земельные общества, в силу большего распространения общинной формы землепользования, имеют значительное влияние, то в БССР, в которой общинная форма не признана законом и в виду распространенности участкового порядка землепользования земельные общества далеко не играют большой роли в процессе регулирования поземельных отношений. Все эти замечания показывают, что в земельном законодательстве и земельном обороте Союза ССР имеются большие различия в порядке как осуществления, так и предоставления права трудового землепользования. Это особенно важно заметить, так как в дальнейшем нам не раз придется видеть как при определении субъекта права трудового землепользования многие авторы имеют в виду не необходимость дать общую формулу, охватывающую указанные различия,

<sup>1)</sup> В дальнейшем при ссылаках на статьи Зем. Код. надо иметь в виду Земельный Кодекс РСФСР, являющийся исторически наиболее ранним из всех Земельных Кодексов союзных республик. В тех случаях, когда в земельном законодательстве других союзных республик имеются свои особенности (напр. по БССР и УССР)—нами в тексте и примечаниях будут делаться соответствующие ссылки.

а исходят в своих построениях лишь из учета отдельных особенностей порядка наделения, осуществления права трудового землепользования или же из особенностей разных порядков землепользований.

Указанные различия порядка предоставления земли касаются предоставления прав на новые участки земли. Картина процесса первоначального наделения в первые годы революции была несколько иной в силу неотложной потребности крестьянства произвести в возможно быстрый срок захват и распределение конфискованного фонда нетрудовых главным образом помещичьих земель. Органы земельного управления, как общее правило распределяли землю (в период 1918 г.) между объединениями хозяйств, а не между отдельными хозяйствами. Последние для участия в распределении земли должны были объединяться в какие-либо земельно-крестьянские союзы. На практике этого периода правовое отношение к земле устанавливалось для хозяйства семьи, двора, для первоначального родственно-трудового коллектива. Отдельное лицо берется при предварительных статистических расчетах, оно играет роль как множитель при установлении величины земельного пая. Иной картины в тот период и не могло быть, ибо самые захваты и фактическое овладение землей происходили и могли происходить в начальный период земельной революции только в форме массовых действий группами и целыми селениями. Вот этот исторический факт и повлиял очевидно на образование суждения о принадлежности права трудового землепользования не отдельным землепользователям, а земельным объединениям, через которые исторически происходил процесс наделения и распределения земли.

Нельзя конечно забывать, что современный земельный оборот знает две формы объединения при использовании земель: двор и земельное общество. Большинство землепользователей входят в земельные общества в силу нахождения в составе дворов, а сами дворы являются основными единицами земельного оборота. Из факта нахождения в земельном обществе или в составе двора не следует еще делать вывода о том кому принадлежит право трудового пользования землей.

Двор и земельное общество не являются субъектами права трудового пользования.

Двор и земельное общество являются организациями, которые регулируют порядок пользования земельными угодиями (всеми или только каким либо одним, в многих или в каком-либо отношении), выполняя таким образом, хозяйственные и административные задачи в определенной ограниченной сфере.

*Двор и земельное общество являются только промежуточными звеньями между государством собственником и трудовыми землепользователями. Эти звенья существуют в целях практического удобства не только регулирования земельных отношений, но и частично для нужд и целей общей администрации. Хотя революция и провела резкую грань между земельным обществом, как объединением землепользователей по поводу их отношений к земле и общим собранием граждан сельского поселения, однако „дворы“ имеют значение не только в земельном обороте, как его низшая ячейка, но и для проведения ряда административных мероприятий, осуществляемых местными советскими органами, (напр. „двор“ считается единицей при взимании налогов, при распределении кредитов, установлений повинностей и т. д.).*

Из того факта, что земельные общества также как и земельные органы *предоставляют* право на участки земли трудового пользования

(осуществляя отвод или предоставление земельных участков, ст. 14 Зем. Код.), не следует вовсе, что субъектами права трудового землепользования являются земельные общества, осуществляющие лишь функции предоставления участка с последующим *регулированием* земельных отношений. Можно спросить, а как же дело обстоит при трудовой заимке, неужели и в этом случае можно отрицать, что право трудового пользования принадлежит отдельному землепользователю?

Нами уже отмечалось в печати, что в свое время в русской юридической литературе происходил оживленный спор относительно характера прав общины и отдельных ее членов<sup>1)</sup>. Одни юристы определенно признавали, что владение общины есть владение юридического лица (Мейер, Гольмстен, Анненков), или считали, что право общины есть право собственности—общинная собственность (Шершеневич). Другие выдвигали иную точку зрения, а именно считали, что общинное право не коллективное, а индивидуальное, и субъектом его является не община, как юридическое лицо, а отдельные лица: крестьянин, домохозяин, представитель двора. Близкая точка зрения была развита Изгоевым, который считал, что общинное право есть такое обычное, индивидуальное право—вотчинное право, в силу которого каждый управомоченный крестьянин-домохозяин, на равных с прочими домохозяевами основаниях, пользуется участком земли в пределах определенной земельной единицы. Противоположной точки зрения придерживался А. А. Леонтьев, который отрицал самостоятельный и вотчинный характер земельных прав членов общины. Все их отдельные права на пользование землею являются по его мнению правами производными, получаемые от общины. Если прежде возникал спор относительно того, кому принадлежит право владения (собственности) общине или составляющим ее членам, то теперь представляется разрешить спорный вопрос о том, кому же принадлежит право трудового пользования: земельному обществу, двору или отдельному землепользователю. Нельзя не признать, что таковой спор в условиях советского земельного законодательства является более сложным и трудным по своему разрешению, ибо необходимо учесть, те трудности, которые возникают для юриста при анализе взаимоотношений не только земельного общества и землепользователя, но и двора и которые обуславливаются своеобразием советского земельного законодательства, основанным на понятии государственной собственности.

Надо сказать, что вопрос о субъекте права трудового пользования не разрешен с исчерпывающей ясностью в законодательстве. Ряд статей Зем. Кодекса говорит за и против в данном вопросе. Приходится даже признать, что для данной эпохи этот вопрос не может быть разрешен с достаточной определенностью, так как формальное понятие двора, выдвигаемое Зем. Кодексом, в жизни заполняется различным содержанием, в виду своеобразия хозяйственных условий и самого темпа хозяйственного развития отдельных местностей. Во многих местах „двор“ в сущности охватывает исторически сложившееся и сохранившееся до сих пор слитное сочетание хозяйственных и семейных начал. В других местах, где товарность крестьянского хозяйства преодолела исконные начала натурального хозяйства, момент индивидуалистического порядка приобретает на первых порах, большее значение. Наконец, новые формы коллективного хозяйства, развившиеся за последнее время, дают совершенно иную картину отношений, а именно с полной ясностью устана-

<sup>1)</sup> И. И. Евтихийев. Земельное право, ГИЗ, 1924 г., М., С. 126.

вливается, что право трудового землепользования принадлежит членам коллектива, а не двору, как первичной хозяйственной единице земельного оборота. Вот почему, учитывая сопараллельность развития в настоящее время нескольких хозяйственных пластов в современной крестьянской экономике сельского хозяйства, мы считаем невозможным и с хозяйственно-производственной точки зрения, связывать понятие субъекта права трудового землепользования с понятием „двора“, которое очерчивается Земельным Кодексом, главным образом, как форма хозяйствования крестьянской *семьи*. Мы несколько не оспариваем понятия двора в данных исторических условиях, поскольку теперь крестьянское хозяйство является все еще, по преимуществу, хозяйством на базе семейно-трудовых начал, но считаем все же нужным подчеркнуть неправомерность с юридической точки зрения связывать право трудового землепользования с понятием „двора“, которое не охватывает в реальности все организационные взаимоотношения в крестьянском хозяйстве и которое является лишь одной, правда преобладающей исторически, из форм ведения сельского хозяйства и конечным звеном в администрировании земельного оборота.

Если до сих пор для полного разрешения вопроса о субъекте права трудового пользования возникали большие трудности, ибо не был ясен тот путь, по которому должно пойти развитие внутри-хозяйственных и бытовых отношений деревни, то теперь, как будто, для разрешения этого вопроса открываются более ясные перспективы. Развитие товарности крестьянской экономики, рост кооперативных навыков, все это, в целом, не может не разлагать объективно-исторической формы „двора“ являющейся прямым наследием патриархальной семьи эпохи натурального хозяйства. Помимо указанных причин непосредственного экономического воздействия надо отметить и обстоятельства бытового характера. Было бы наивным считать, что современная деревня, пережившая эпоху революции и напряженной гражданской войны, в которой, порой, резко проявились и проявляются и теперь глубокие противоречия в мировоззрении и жизненном укладе отцов и детей, что эта деревня сохранила наличие единой семьи. Волна разделов крестьянских хозяйств (а если не разделов, то резко выявленное желание „молодых“ жить врозь, в другой избе, хотя бы и работать вместе на одном поле) служит ярким показателем начавшегося процесса разложения семьи советской деревни. Крестьянский двор, в сущности говоря, хозяйство и труд одной семьи все более приобретает форму хозяйственного объединения, осуществляющего *сопользование* на имеющемся наделе. В дальнейшем, с ростом кооперированности и идей коллективизации будет происходить все в больших размерах превращение крестьянского двора в крестьянское товарищество.

Вопрос о субъекте права в земельном обороте, конечно не покрывается вопросом о субъекте права трудового пользования. Говоря о субъекте земельных прав нам необходимо иметь в виду различные категории земельных прав. Прежняя однотипная карточка земельного оборота, которая была в период переделок и плавания земельных отношений, т. е. в начальный период земельной революции, превратилась теперь в многокрасочную палитру, в которой можем наблюдать большое разнообразие как оснований земельных прав, так и объема последних.

В современном земельном обороте существует обширная гамма земельных прав. Здесь мы видим право арендного посредственного пользования, (имеющего различные оттенки—концессии, срочная аренда,

бессрочная—близкая к трудовому пользованию; право суб'аренды (в земельно-городском зем. праве); право застройки, различные виды непосредственного пользования (по землям трудового пользования, городским, специального назначения, гос. зем. имуществам); права земельных органов, земельных обществ (и даже дворов), органов коммунальной и общей администрации—по регулированию земельных отношений.

Недостаточная разработка вопросов земельного права не позволяет нам поставить во всей широте вопрос о суб'ектах земельных прав. Даже постановка вопроса в более узкой области, а именно о суб'екте права трудового пользования, не может не вызвать ряда возражений и споров. Для правильного понимания вопроса о суб'екте права необходимо помнить о том, что в области трудового пользования надо различать право на получение земли (принципиально имеющее универсальный характер, но конкретно ограниченное—каждый гражданин имеет право, но не все могут реализовать таковое) и самое право трудового пользования данным участком земли. При этом особенно надо отличать самого суб'екта пользования правом от тех органов и объединений, которые участвуют в процессе наделения в силу закона. Момент принадлежности права надо резко отличать от легальных условий его осуществления.

Одна из основных статей Зем. Кодекса—ст. 9, касающаяся права на наделение землею, связывает право на пользование землей не со двором, как семейно-трудовым объединением, а с отдельными гражданами, желающими обрабатывать ее своим трудом. В связи с ней уместно упомянуть, что Зем. Кодекс вполне логично в основных статьях раздела 1-го, части 1-ой Кодекса—о праве на землю трудового пользования—по преимуществу говорит лишь об отдельных гражданах, лицах (ст. ст. 9, 27), землепользователях (ст. ст. 10, 18, 20, 21, 23, 24, 25, 26), отдельных членах хозяйства (ст. 17). В статье же 26-й Зем. Кодекс отчетливо различает нарушение „земельного права отдельных землепользователей“ и на ряду с этим не основанное на законе вмешательство *в их хозяйства*“. В ст. ст. 4 и 5-ой Зем. Кодекс говорит о „трудовых земледельцах и их объединениях“, а в ст. 65-ой—„двором признается семейно-трудовое *объединение* лиц, совместно ведущих сельское хозяйство“.

Отсюда с полной ясностью следует, что кроме объединений трудовых земледельцев, (в том числе и дворов), могут *ex lege* существовать и отдельные землепользователи. Стремясь же, в целях удобства проведения земельной администрации и организации земельного оборота, сделать именно двор первоначальной ячейкой такого оборота, законодатель во 2-ой части ст. 65 Зем. Код. говорит, что .... „двор может состоять и из одного *бессемейного* лица (без различия пола)“, т. е. создает тем *искусственную фикцию организации, состоящей из одного лица*. Интересное семейно-трудовое *объединение*, в котором „объединяется“ один человек!

Ст. 67 устанавливает, что право на землю, находящуюся в трудовом пользовании двора (хозяйства), а также на постройки и инвентарь принадлежит всем членам двора в полном его составе, независимо от пола и возраста.

Если бы ст. 67-ая должна была выразить ту мысль, что право трудового землепользования принадлежит двору, как семейно-трудовому объединению, то закон должен был выразить, что право на землю „принадлежит двору в целом“, а не устанавливать, что таковое право „принадлежит *всем членам* двора в полном его составе, независимо от пола

и возраста". Слова „в полном его составе“ совершенно очевидно надо принимать в том смысле, что *никто* из всего состава двора не может считаться, не имеющим права на землю.

Хотя реализация права трудового пользования и связывается с участием во дворе, однако само право на земли принадлежит каждому из его членов и может быть утрачиваемо ими лично и даже в ряде случаев независимо от других членов двора. Даже недееспособные его члены не лишены этого права, при чем оно осуществляется представителями дворов, а если в составе двора останутся одни несовершеннолетние, то сельсовет назначает к ним опекуна на основании закона об опеке (ст. 70).

Если вспомнить о возможности осуществления права землепользования отдельно без вхождения в состав земельного общества, и то, что двор может состоять и из одного бссемейного лица и что ст. 12 Зем. Код. четко говорит об отдельных правах землепользователя на земельный участок или на долю из надела общества или же на участие в совместном пользовании угодьями земельного общества, не говоря уже о иных постановлениях Земельного Кодекса, о которых мы говорим в других местах нашей работы, то надо придти к тому выводу, что несмотря на неясность многих статей, Земельный Кодекс признает право на землю трудового пользования именно за отдельными пользователями, а не за теми организациями, в которые входят последние.

Интересно отметить, что ст. 30 Инструкции о производстве семейно-имущественных разделов трудовых земельных хозяйств (С. У. 1927 г. № 32, ст. 213) указывает, что *вышедшие из состава двора* при случаях распределения имущества (ст. 29 той же Инструкции) *продолжают быть членами земельного общества* и имеют право на надевание земель на принятых в обществе основаниях при ближайшей разверстке земли или из общественного земельного запаса.

Если признать двор субъектом права трудового пользования на землю, то совершенно непонятно *право раздела земли*, которое имеется у отдельных членов двора и которое естественно предполагает у них наличие прав на землю. Если бы можно было считать двор юридическим лицом, то было бы хоть некоторое основание для постановки вопроса в подобной плоскости, однако двор нельзя ни в коем случае признать юридическим лицом. Ст. ст. 73 и 75 Зем. Кодекса ясно говорят, что право требовать раздела принадлежит всем дееспособным членам двора и заключается в выделение в отдельное пользование земельных угодий, на которые имеют права *все* члены двора. Помимо приостановления права раздела в порядке закона (напр. постановление Совета Народных Комиссаров Белорусской ССР о приостановке разделов крестьянских хозяйств от 10/11 апреля 1925 г.—С. У. 1925 г. № 24, ст. 220), право раздела может парализоваться при установлении недробимости хозяйств постановлением двух третей полноправных *членов* общества, а для отдельных же дворов—при согласии *всех его полноправных членов*. Принадлежность права трудового пользования лично землепользователю довольно ярко выступает в этих случаях.

Процесс приобретения и утраты земельных прав также говорит за признание прав на землю за отдельными землепользователями. Если бы ушедшие временно (в силу службы и трудовых заработков по ст. 17 Зем. Код.) из хозяйства, не обладали присущим им правом на землю и право на землю принадлежало бы двору в целом, то спрашивается, зачем законодателю потребовалось столь тщательно регламентировать права от-

дельных лиц. Чисто личный характер права трудового пользования землей подчеркивается в недавно принятой новелле к ст. 18 Зем. Код. Так право на землю прекращается согласно новому пункту „ж“ ст. 18 Зем. Код. в случае отсутствия землепользователя из хозяйства в течении не менее трех лет подряд), если земельными комиссиями будут установлены отсутствие землепользователя и неимение от него за все время отсутствие достоверных сведений о его местопребывании и, в частности, непредоставление таковых сведений ни самим отсутствующим ни двором, к составу которого он принадлежит (С. У. 1928 г. № 2, ст. 20). Личный же характер утверждается и пунктом „д“ той же ст. 18 Зем. Код., согласно которого лишение права на пользование землей по суду за указанные в законе преступления служит основанием для лишения права на землю, предоставленную трудовому пользователю. Вряд ли надо доказывать, что лишается права землепользования по основаниям, предусматриваемым пунктом „д“ и „ж“ ст. 18 ой, не двор, а отдельный землепользователь. Нам бы хотелось задать нашим противникам один вопрос: можно ли лишить какого-либо права лицо, которое не есть субъект этого права?

Надобно напомнить также, что при обычном порядке землепользования доли ушедших навсегда и утративших право на пользование земли, *лишь временно остаются у двора*—до ближайшего передела скидок и накидок. Нельзя не отметить примечания к ст. 66, в котором отмечается, что *лица, входящие в состав двора вследствие брака или примачества, приобретают право на пользование землей в составе данного двора.* Значение принятия примака во двор отмечено четко у проф. Б. С. Мартынова, который говорит, что „принятие такого постороннего лица равносильно появлению *нового субъекта прав* (курс. наш) на пользование общественной землей<sup>1)</sup>. Далее им правильно отмечается пункт „в“ ст. 51 Зем. Кодекса, в котором говорится о разрешении общим сходом хозяйства о зачислении в общество *новых землепользователей* со стороны (в противоположность ст. 46, в которой говорится о вступлении в общество *новых безземельных дворов* со стороны).

Таким образом, если бы считать, что двор есть субъект права, то получается странная ситуация—двор есть субъект права и право его во вне должно остаться без изменений от вхождения нового члена двора, ибо правовых изменений нет никаких, а между тем ст. 66 говорит о *приобретении прав на землю* т. е. совершенно ясно отмечает изменение в правовом обороте.

Также непонятно было бы применение в практике ст. 27 Зем. Код., которая трактует о лишении прав на землепользование за незаконные сделки с землей (сравнить выше с замечаниями по пунктам „д“ и „ж“ ст. 18). Нельзя же весь двор целиком лишать права на пользование землей за сделку, совершенную отдельным членом двора, который входил в состав двора и, ведя совместно хозяйство и подчиняясь совместному регулированию, отнюдь не лишается в пользу двора своей правоспособности и тем сам несет ответственность лично, не перекладывая ее на двор. Если бы двор был субъектом права, то отсюда вытекало бы, что двор за недозволенную сделку с землей, совершенную его членом, лишался бы полностью предоставленной ему, т. е. двору, земли. Однако, ст. 27 Зем. Кодекса говорит, что *лишаются земли лица, совершившие недозволенную сделку с землей.* Надо сказать, что в этом вопросе практика признала в соответствие с ст. 27 личную ответственность. В слу-

<sup>1)</sup> Б. С. Мартынов. Земельный строй и зем. отношения РСФСР, 1925 г. Ленинград, стр. 127.

чае нарушения ст. 27 Зем. Код. земля может быть снята лишь с виновных в совершении запрещенной сделки лиц, а не со всех членов двора: что же касается усадебной земли, то последняя как наделяемая всему двору в целом, без соображения с числом разверсточных единиц, может быть снята со двора лишь при условии, если все члены этого двора виновны в совершении запрещенной сделки (опр. ОКВК, № 35—24 г.)

Практика ОКВК, придерживаясь формального значения некоторых статей Зем. Кодекса и не учитывая приведенных соображений, признала „что при общинном и участковом порядках землепользования право на землю признается за двором, а не за отдельными его членами. Поэтому выделы земли могут производиться группе дворов или отдельным двора́м, но отнюдь не отдельным членам дворов“ (опр. по делу № 983—1924 г.). Нельзя признать целесообразность такой точки зрения, основывавшейся, повидимому, на формальном толковании ст. ст. 92, 96 и 125 Зем. Кодекса. Такое толкование, запрещая выделы отдельным членам двора (очевидно, и в тех случаях, где даже такие выделы допустимы землеустроительной техникой), указывает, что выдел отдельных членов двора может проводиться лишь в порядке семейно-имущественного раздела. Невольно возникает вопрос, не будет ли это способствовать искусственному производству и без того частых разделов?

В более общей форме эта точка зрения ОКВК выражена в следующем ее тезисе: „право пользования земельным участком, как при отдельном землепользовании, так и в том случае, если землепользователи состоят членами земельных обществ, *кроме общества с товарищеским порядком землепользования*, принадлежит всему двору в целом, а не отдельным его членам“ (опр. по делу № 1321—1924 г.) Любопытно отметить, что указанный категоричный принципиальный тезис определения ОКВК вовсе не соответствует существу дела и *мотивам той же ОКВК* по тому же делу. Речь идет о том, что „признание земельными комиссиями гражданина Федора Маринина не имеющих права на пользование спорной усадьбой по отсутствию трудовой связи с землепользованием общества с. Дерябкина, не может иметь последствием возложение на него обязанности снести строения со спорной усадьбы. Эти последствия могли бы возникнуть лишь в том случае, если все члены трудового хозяйства Ф. Маринина были признаны не имеющими права на пользование спорной землей, так как лишение права на землепользование одного из членов двора может иметь последствием снятие с этого двора соответствующей доли полевых угодий, но не влияет на усадебное землепользование, состоящее в наделе всего двора, а не отдельных его членов (ст. 126 Зем. Кодекса). Между тем из решений и определения земкомиссий видно, что права указанных выше членов этого двора на пользование означенным участком не были предметом рассмотрения упомянутых выше судебно-земельных органов“. Как можно видеть, тезис не соответствует существу дела и основным мотивам, которые как раз говорят о возможности снятия полевой земли и о *лишении права отдельного члена двора*, а, следовательно, и принадлежности последнему права.

Отсюда можно видеть, что в практике усвоена иная точка зрения, чем та, которая развивается нами и которая находится в соответствии с рядом положений Зем. Кодекса (*de legenda*) и с наметавшейся тенденцией развития земельных отношений (*de lege ferlata*). *Это различие официального толкования и наших взглядов по данному вопросу, во избежание недоразумений, мы считаем своим долгом подчеркнуть.*

Многие авторы по земельному прав также признают, что двор, а не отдельные члены двора — землепользователи, являются субъектами права трудового пользования. Существуют и другие точки зрения, признающие, что субъектом права трудового пользования является не землепользователь, а земельное общество. На оценке этих воззрений остановим наше внимание в виду важного значения этого вопроса для теории земельного права.

С. П. Кавелин утверждает, что Земельный Кодекс знает лишь право на землю двора, а не отдельного землепользователя и при этом ссылается на ст 19-ю Зем. Кодекса, согласно которой добровольный отказ от права на землю делается с согласия всех членов двора посредством особого заявления на имя земельного общества или земельного органа, если земля находится в отдельном от общества пользовании. По его мнению эта статья лишний раз подчеркивает, что наше земельное право под термином „трудовой землепользователь“ (ст. 18) подразумевает целый двор, а не индивидуальную личность. Поэтому, если какой-либо член двора не согласен на отказ от земли, то прекращение землепользования не наступает для двора“ (стр. 36—37)<sup>1)</sup>. Но возможно ли сомневаться, что прекращение права на землю наступит для *всех* тех членов двора, которые сами откажутся от участия во дворе и от пользования угодьями, отведенных на их долю. А разве затем эти участки не будут сняты со двора (т. е. с группы оставшихся членов двора и не желавших отказываться от земли) при ближайшем общем или частичном разделе в земельном обществе с общинным порядком пользования землей. Утверждать обратное невозможно, ибо нельзя насильно удержать кого-либо в земельном обществе или дворе — ведь в этом и есть одно из существенных отличий права трудового пользования от дореволюционного института наделных земель, когда держание земли было не только право, но и сословной групповой повинностью.

Д. И. Иваницкий (стр. 41)<sup>2)</sup> утверждает, что при всех организационных формах общественного землепользования субъектом права на землю является землепользователь — двор или отдельный земледелец (в обществе с товарищеским порядком землепользования). Интересно отметить те различия и моменты сходства, которые существуют между двором, как семейно-трудовым объединением и коллективным хозяйством. Если взять „двор“ с небольшой семьей и значительным числом примачков и колхоз с значительным ядром членов одной семьи и небольшой добавкой посторонних, то *de facto* разница будет небольшая. В основе того и другого объединения будет фактически семейная связь и трудовое начало. Разница только в моменте образования: колхоз организован по взаимному соглашению и имеет определенный устав, предусматривающий порядок производства и потребления, а „двор“ образовался органически — развитием данной семьи, осевшей, может быть, издавно на земле. Разве нельзя указанный колхоз считать за *quasi*-двор<sup>3)</sup>, а „двор“ считать за *quasi* колхоз — трудовое объединение. Если же можно ответить на этот вопрос утвердительно, то где же мотивы для утверждения, что при семейно-трудовом объединении субъектом права на землю является отдельный земледелец. Разве то обстоятельство, что „двор“ является единицей при исчислении налога с хозяйства, при сношениях с общей и земельной администрацией, что в интересах удобства ведения совместного хозяйства он является

<sup>1)</sup> С. П. Кавелин. Зем. право и Зем. процесс. Воронеж, 1925 г.

<sup>2)</sup> Д. И. Иваницкий. Комментарий к Зем. Кодексу, вып. I.

<sup>3)</sup> Практика довольно часто считает такие „колхозы“ за лжекооперативы.

сосредоточием вещных прав—разве все это вместе взятое может служить достаточным аргументом, чтобы создавать фиктивного носителя земельных прав.

Интересно сопоставить, что советское земельное законодательство считает, что на сходе—полномочном органе земельного общества—участвуют *не представители дворов, а все землепользователи* мужского и женского пола без различия не моложе 18-ти летнего возраста; входящие в состав земельного общества, а также самостоятельно ведущие хозяйство домохозяйева, хотя бы они были и моложе этого возраста (ст. 52 Зем. Код.). Зем. Кодекс для кворума общих собраний земельных обществ требует наличие не менее половины всех полноправных членов общества. Таким образом, *в основе лежит идея не представительства дворов, а землепользователей. Новелла, касающаяся общих собраний во многодворных обществах не нарушает этого принципа и указание о выборе представителей, сообразно числу дворов, имеет в виду момент чисто технического удобства, так как в этой же новелле отмечается, что, выбор названных представителей производится на собраниях членов соответствующих групп дворов (С. У. 1926 г. № 91, ст. 663).* Нельзя же отрицать, что на полномочном собрании, которое может разрешать все вопросы земельного устройства данного земельного общества, присутствуют таким образом, согласно закона, *лица имеющие право на землю.* Если бы в Земельном Кодексе была твердо и последовательно проведена точка зрения о дворе, как субъекте права на землю, то на сходах закон допускал присутствие с решающим голосом *только представителей дворов, а не отдельных землепользователей.*

Особую точку зрения выдвигает А. А. Ржаницын, считая отдельным землепользователем „земельное общество (с.-х. коммуны, артель, добровольное объединение дворов, товарищество по общественной обработке земли), или отдельный двор, хотя бы и состоящий из одного лица, если земля этому двору отведена для независимого от других использования. Дворы и отдельные лица, входящие в состав земельного общества и пользующиеся землей на общинном или товарищеском начале, не являются отдельными землепользователями“ (сб., „Зем. Кодекс“ часть I—стр. 40).

Близкую точку зрения к взглядам А. А. Ржаницына развивает Д. С. Розенблюм, который считает земельное общество „самостоятельным субъектом земельных прав, *трудовым землепользователем автономно распоряжающимся землями* (курс. наш), закрепленными за ним, а не за входящими в его состав дворами, или земледельцами“ (с. 223, Зем. право РСФСР, изд. 1928 г.). При этом права отдельных землепользователей или дворов, по его мнению, *лишь права членства в земельном обществе* (ib. с. 223).

Признавая земельное общество субъектом права трудового пользования, которое им правильно считается за право *непосредственного пользования* (гл. VI, § 3 и 4), автор на другой же странице признает, что двор есть объединение *непосредственных землепользователей* (с. 224, ib.). Таким образом получается довольно странная концепция: земельное общество субъект права непосредственного пользования, но не есть непосредственный землепользователь, а двор (или отдельный землепользователь) есть непосредственный трудовой землепользователь и не есть субъект права непосредственного пользования. Конечно, автор может сказать, что, говоря о дворе (или отдельном землепользователе) он имеет в виду факт хозяйственного пользования, а в отношении земельного общества им дается характеристика его правового положения.

Все же в работе, имеющей целью быть популярным пособием для учащихся, следовало бы избегать такой игры терминами.

Надо отметить, что концепция, предлагаемая автором, может претендовать на применение лишь к земельным обществам с общинным порядком землепользования. Сознвая это, автор делает соответствующие, правда неясные, оговорки (ib. с. 222, 224). Трудно признать универсальное значение за такой формулой, *которая совершенно не может быть применена к земельным обществам с товарищеским порядком землепользования*, в которых субъектом права на трудовое землепользование бесспорно считается отдельный землепользователь—член коллектива (см. совершенно ясное определение ОКВК за № 13, 21—1924 г., а также проф. Б. С. Мартынов, стр. 119, Зем. строй и зем. отношения, Ленинград, 1925 г., проф. И. Б. Новицкий ст. о земельном обществе, Вестн. землеустройства, 1927 г., № 1, с 95).

Неверное утверждение автора о том, что *земельное общество является „автономно распоряжающимся землями“* что, конечно, противоречит в корне основным положениям советского земельного законодательства, вытекает из того, что автор упорно не замечает значения земельного общества, как организации, регулирующей земельные отношения, т. е. своеобразного органа земельной администрации (наряду с функциями хозяйственно-организационного порядка), а рассматривает его, как автономную хозяйственную „корпорацию“ (с 223 ib). Неудивительно, что после этого им признается основным признаком земельного общества—„общность земельного отвода“ (с. 226, ib.). Надо сказать, что факт отвода земельных угодий земельному обществу не есть ответ субъекту права непосредственного пользования, а определение территории соответствующей *земельно-административной единицы* (подчеркиваем „земельной“, чтобы не возникало путаницы с единицей общественной администрации—территорией сельсовета), в пределах которой происходит объединение *хозяйственной деятельности* землепользователей и *регулирование земельных распоряжений* (проведение земельного устройства). Далее мы считаем, что необходимо отличать принадлежность права трудового землепользования субъекту от факта *наделения* (предоставления, распределения). Предоставление земли непосредственному пользователю есть в условиях национализации земли всякий раз—акт власти и входит в компетенцию того органа или организации, которым предоставлено право регулирования земельных отношений, т. е. элемент права земельной администрации. Мы должны повторить, что земельное общество распределяют земельные угодья и даже могут влиять и лишают таковых угодий (напр. в земельных обществах с общинным укладом) вовсе не в силу того, что им принадлежит право непосредственного пользования, а в силу делегированных им властью некоторых полномочий, типичных для органов земельной администрации. Как на иллюстрации нашей мысли укажем, что в БССР, в силу отсутствия общинной формы землепользования и слабой роли земельных обществ, ряд нормальных полномочий земельных обществ оставлен за земельными органами. В почему мы считаем, что в учении о субъекте права трудового пользования надо четко разделять вопрос о процессе и органах наделения земли (и вообще о функции регулирования земельных отношений) вопроса о том, кто имеет право непосредственного пользования. Можно сомневаться после анализа смысла ст. 18 и 27 Зем. Кодекса (см. об этом и об данных практики выше), что когда законодатель лишает право трудового пользования, то он лишает этого права *не земельное общество*

а отдельных землепользователей. Нам хочется задать вопрос нашим противникам: как же может случиться, что субъект права трудового пользования есть земельное общество и двор, а когда возникает вопрос о лишении этого права, то лишается кто то другой. Сия тайна для нас непостижима. Мы всегда думали, что реальное право принадлежит реальному субъекту.

Остановимся в заключении на своеобразном взгляде, высказанном проф. И. Б. Новицким по вопросу о субъекте права трудового пользования. По его мнению земельное общество является пользователем общественного надела (субъектом права трудового землепользования). Однако, на ряду с земельным обществом проф. И. Б. Новицкий считает, что право трудового пользования землею (в составе общественного надела) имеют также „входящие в общество члены, осуществляющие свое право в обществах с товарищеским порядком землепользования непосредственно и в остальных земельных обществах (т. е. в значительном большинстве случаев) в составе двора“<sup>1)</sup>, при этом проф. И. Б. Новицкий, возражая Д. С. Розенблюму отмечает, что „неправильно было бы утверждение, что самостоятельно только право на землю земельного общества в целом, а права отдельных его членов имеют производный от него характер, являясь лишь правами членства“. Для каждого члена общества,—добавляет проф. И. Б. Новицкий,—право на пользование землей возникает не в силу вступления в состав данного земельного общества (как должно бы быть, если бы права отдельных дворов в составе общества были только правами членства), но в силу названного общего постановления ст. 9 Зем. Кодекса“. (ib. с. 95). В заключении проф. И. Б. Новицкий говорит, что получается „параллелизм прав на одну и ту же площадь земли и земельного общества и его членов, вернее, сочетание двоякого рода прав на одну и ту же землю двух субъектов (общества и его членов“ (ib. с. 96). Мы бы не возражали против приведенной точки зрения, если бы проф. И. Б. Новицкий имел в виду разностный характер правомочий на один и тот же участок, но в данном случае им признается возможным наличие двух субъектов одного и того же права трудового пользования (т. е. права непосредственного пользования). Нам представляется совершенно невозможным мыслить двух непосредственных пользователей на один и тот же участок. Конечно может на один и тот же участок существовать одновременно право непосредственного пользования, (напр. трудового пользования или право городского поселения), посредственное право пользования арендатора и даже субаренды (напр. в зем. городских распоряжках), но юридическая природа всех этих правомочий различна и не тождественна. Поэтому могут быть одновременно на один и тот же участок земли различные полномочия, но не могут быть два „непосредственных“ пользователя, кто-нибудь один должен оказаться „посредственным“. Вот если бы рассматривать, что отдельному землепользователю принадлежит право трудового пользования и он является непосредственным пользователем и наряду с эти считать, что земельное общество в отношении тех же земель располагает правом регулирования (т. е. выполняет административную и даже, частично, нормативную функцию по управлению), то тогда бы можно говорить о возможности существования различных прав земельного общества и отдельных землепользователей на одни и те же земли.

<sup>1)</sup> И. Б. Новицкий. Земельное общество. Вестн. землеустр. № 1, 1927 г. с. 95.

Хотя мы считаем, что право трудового пользования землею принадлежит отдельным землепользователям, входящим фактически в состав двора, как семейно-трудового объединения или олицетворяющим собою фиктивно, силою закона, двор (2 часть ст. 65 Зем. Кодекса—об одном бессемейном землепользователе, считающимся „двором“), однако, мы нисколько не закрываем глаза на то, что осуществление этого права ограничивается при нахождении землепользователя в составе двора (аналогично тому, как права двора по имуществу и администрированию ограничиваются земельным обществом). Как на наиболее независимые и несвязанные проявления правоспособности отдельными землепользователями можно указать на отказ от права землепользования (отказ от причитающейся доли), требование раздела хозяйства, личную ответственность при недозволенных сделках с землею, право требования смещения нерадивого домохозяина. Большая связанность выявляется в отношении усадебных земель, которые во всех случаях считаются за двором и которые обеспечивают земельною площадью хозяйство как таковое. В области не землепользования, а распоряжения имуществом мы видим несколько иную картину. Здесь права отдельных членов двора и двора—с одной стороны более точно разграничены законом (ст. 77 об имуществе личном и общего пользования), а с другой более элементов связанности в виду хозяйственного предназначения *имущества* двора, напр. согласие всего двора требует отчуждение строения, с.-х. инвентаря и т. к. Эта связанность устанавливается и силою закона. Так закон в случае смерти члена двора как бы заранее определяет категорию наследников на долю в общем имуществе, а именно, *наличный, остающийся состав двора*. Там же, где этой связанности нет, напр. где двор состоит из одного лица, допустимо проявление личной воли землепользователя и составления завещания на имущество.

Интересно посмотреть каким образом проект общих начал землепользования и землеустройства разрешает вопрос о суб'екте права трудового землепользования. К сожалению этот вопрос не разрешен проектом с исчерпывающей ясностью. Очевидно составители проекта в этом отношении восприняли конструкцию известную Земельным Кодексам. С одной стороны как будто § 5 проекта, в котором говорится, что „земля предоставляется в пользование: земельным обществам и другим объединениям с единоличными и смешанными формами землепользования, дворам, коллективным хозяйствам, а также прочим, предусмотренным действующим законодательством союзных республик, категориям землепользователей“, можно понять с первого взгляда как исключение отдельных землепользователей (физических лиц) из числа суб'ектов прав. Однако ряд следующих серьезных соображений опровергает такой вывод: 1). § 5-тый смешивает в своем перечислении как непосредственных землепользователей, так и посредственных (напр. совхозы пользуются землями по договорам, затем указываются различные организации и учреждения, которых нельзя назвать непосредственными землепользователями). Таким образом этот параграф не имеет юридического значения в смысле установления категорий непосредственных землепользователей и имеет задачу просто перечислить, кто будет „хозяйственно“ пользоваться землею. 2) Ссылка на действующее законодательство возвращает нас к тем аргументам, которые нами развиваются в отношении догмы действующего земельного права. 3) Далее нельзя не видеть, что в статьях, касающихся специально прав трудящихся на землю мы находим данные совершенно для других выводов.

В § 7 проекта определенно говорится, что правом на получение земли пользуются *граждане Союза ССР и трудящиеся иностранцы* и, что вступление в земельное общество является лишь путем осуществления этого права. Проект сохраняет существующее положение о том, что делами земельного общества ведают *не представители дворов, а отдельные физические лица-его члены* (§ 50 и § 33 и др.). Весьма важно заметить, что проект порывает связь между членством в земельном обществе и фактом нахождения в дворе. Так согласно § 48 членами земельного общества могут быть лица, не входящие в состав дворов, но участвующие своим трудом в сельском хозяйстве данного земельного общества или входящих в него дворов (напр. батраки, пастухи, кузнецы и пр.).

Неясность в определении субъекта права трудового пользования в проекте может быть объяснена следующими причинами: 1) или составители проекта сочли, что этот вопрос имеет лишь юридико-техническое значение в то время как это далеко не так, 2) или факт осуществления права трудового землепользования в составе различных объединений привёл их к заключению, что права отдельных пользователей покрываются правами объединений (меж тем права земельного общества или двора имеют, как это мы не раз отмечаем совершенно другую природу и назначение) или зависят от последних. Не трудно видеть, что осуществление прав трудового пользования в составе объединения совершенно не означает, что у самого пользователя (физического лица) теряются или каким-то образом исчезают куда-то права. Мы отмечали уже, что в сельхоз. товариществах (колхозах) *земельная доля каждого члена товарищества* в товарищеских угодиях определяется уставом или на основании постановления общего собрания всех членов товарищества (ст. 111 Зем. Код.). Практика ОКВК не раз правильно в отношении товарищеского порядка землепользования отмечала, что право пользования земельным участком принадлежит отдельным членам коллектива (Определение ОКВК по делу № 1321—1924 г., по делу № 963—1924 г.)—иного вывода и нельзя сделать в силу точного смысла ст. 103 Зем. Код.

Необходимо подчеркнуть в заключение, что *признание права за отдельным землепользователем не есть проявление каких-бы то ни было индивидуалистических устремлений. Наоборот как-раз в крестьянских хозяйствах, имеющих наиболее общественный характер, а именно в коллективных хозяйствах правовые отношения строятся на признании права на землепользование за отдельным членом коллектива.* Ведь коллектив есть добровольное объединение как имущественных, так и земельных прав лиц его составляющих. При ликвидации коллектива нельзя же лишить землепользователей прав которые они имели ранее (если речь не идет о землях специально предоставленных из госфонда именно для колхоза, а иметь в виду колхозы, образованные на „надельных“ землях).

Социологическое обоснование развиваемой точки зрения заключается в том, что надо предвидеть в силу развития как процесса обобществления сельского хозяйства, так и роста его товарности в ближайшее время разложения понятия „двора“ как семейно-трудового объединения и ожидать замену его понятием товарищества, как трудового объединения.

Считая земельное общество и двор *не* субъектами права трудового землепользования, мы в пределах существующего земельного оборота оставляем за ними функции земельной администрации в области чисто земельных дел и в пределах определяемом законом (пределы определя-

ются степенью необходимости использовать эти ячейки простейшей администрации как передаточные механизмы для осуществления общегосударственного управления землями, вытекающего всецело из права государственной собственности). В области же хозяйственных дел в широком смысле эти организации действуют как обычные кооперативные товарищества. Разумеется подобное разграничение можно в современной деятельности земельных обществ и дворов провести лишь мысленно. Обе указанные стороны их деятельности в жизни тесно переплетаются, что конечно не мешает, в целях правильности юридического анализа, проведению между ними мысленной разграничительной линии.

## В Ы В О Д Ы:

1. Обзор течений современной земельно-правовой литературы и анализ догмы земельного законодательства выявляют спорный характер вопроса о субъекте права трудового пользования.

2. Большинство авторов считают субъектом права трудового пользования двор или земельное общество. Практика ОКВК признает субъектом права двор. Исторический процесс распределения земли, сложившиеся представления обычного права и ряд положений действующего земельного права дают некоторые основания для указанных выводов.

3. Обычно не учитывается, что в земельном законодательстве союзных республик имеются большие различия в отношении предоставления земли и форм осуществления права трудового пользования, а также и различие порядков землепользования (общинный участковый и товарищеский). Многие авторы при определении субъекта права трудового пользования имеют в виду дать не общую формулу, охватывающую указанные различия, а исходят в своих построениях лишь из учета отмеченных отдельных особенностей.

4. Из факта нахождения отдельного землепользователя в составе двора и земельного общества нельзя делать вывод о том, что право трудового землепользования принадлежит этим организациям.

5. Двор и земельное общество являются только промежуточными звеньями между государством собственником земли и отдельными землепользователями.

6. В основе структуры земельного общества лежит мысль о представительстве и земельных правах отдельных его членов (землепользователей—физических лиц), а не дворов.

7. Земельное общество и в меньшей степени двор являются своеобразными органами земельной администрации, в тоже время служат для выполнения земельно-хозяйственных нужд землепользователей.

8. Субъектом права трудового землепользования надлежит считать отдельного землепользователя,

9. Действующая редакция Земельного Кодекса знает ряд статей в которых землепользователями называются именно отдельные граждане, лица, члены хозяйств и др.

10. Утрата права трудового землепользования и его лишение носит личный характер и связывается с отдельным членом двора.

11. Многие полномочия, в том числе такое существенное как право раздела хозяйства, закон связывает с отдельными членами хозяйства.

12. Согласно мнению теории и практики устанавливает, что при коллективном порядке землепользования право трудового пользования

принадлежит отдельным членам коллектива, а не двору, фигура которого отсутствует в коллективе.

13. Признанию субъектом права трудового пользования отдельного пользователя соответствует тенденция развития современных экономических отношений, которое движется по пути преобразования современного двора из формы семейно-трудового объединения в форму товарищества.

*И. И. Естухин.*

## Ueber das Subjekt des Nutzungsrechts bei Selbstbetätigung<sup>1)</sup>

### Zusammenfassung.

Ein Ueberblick über die Strömungen der land-rechtlichen Literatur und eine Sichtung des grundlegenden Satzes der Land-Gesetzgebung lässt deutlich erkennen, dass die Frage über das Subjekt beim Nutzungsrecht in Selbstbetätigung nicht unanfechtbar festgelegt worden ist.

2. Die Mehrzahl der Verfasser nimmt als Subjekt des Nutzungsrechtes bei Selbstbetätigung den Hof oder die Landgemeinde an. Die Praxis des OKWK (Sonderausschuss der Oberkontrallbehörde in Landstreitigkeiten) erkennt als Subjekt dieses Rechtes den Hof (das Gesinde, die Hofstelle) an. Der historische Gang der Landaufteilung, die sich herausgebildet habenden Vorstellungen des Wohnheitsrechtes und eine Reihe von Verordnungen des bestehenden Land-Gesetzes gewährt uns einige Grundlagen für die erwähnten Schlussfolgerungen.

3. In der Regel berücksichtigt man nicht, dass in der Land-Gesetzgebung der Vereinigten Republiken grasse Unterschiede in Bezug auf Landanweisungen und in betreff der Form der Ausübung des Nutzungsrechtes bei Selbstbetätigung, und desgleichen in Bezug auf die Form der Landnutzung (Gemeinde—, Teil—, Genossenschaftsnutzung) bestehen. Manche Verfasser haben bei einer Definition des Subjektes des Nutzungsrechtes bei Selbstbetätigung nicht sowohl die Absicht eine allgemeine Formel zu liefern, welche alle obenangeführten Unterschiede umfassen sollte, als dass sie bei ihrem Aufbau als Ausgangspunkt eben jene oben erwähnten einzelnen Besonderheiten wählen.

4. Aus der Tatsache, dass der einzelne Landnutzniessen sich im Bestande eines Hofes oder einer Landgemeinde befindet, lässt sich nicht der Schluss ziehen, dass das Recht auf Nutzniessung dieses Landes den betreffenden Organisationen zugehörig ist.

5. Der Hof und die Landgemeinde sind nur die vermittelnden Zwischenglieder zwischen dem Staat, dem Eigner des Landes, und den einzelnen Nutzmiessern.

6. In der Grundlage für den Aufbau der Landgemeinde liegt der Gedanke von einer Vertreterschaft; von Landrechten ihrer einzelnen Mitglieder (der Landnutzniesser-physischer Persönlichkeiten), aber nicht etwa jener der Höfe.

7. Die Landgemeinde—in ihrer kleinsten Form—der Hof—sind nur

<sup>1)</sup> als Regel Eigenarbeit ohne gedungene Hilfskräfte.

eigenartige Gebilde der Land-Verwaltungsbehörde und dient zugleich der Durchführung landes—wirtschaftlicher Bedürfnisse der Nutzniesser des Landes.

8. Als Subjekt des Nutzungsrechtes auf Land bei Selbstbetätigung hat der einzelne Nutzniesser des Landes zu gelten.

9. Die ausübende Auffassung des Land-Gesetzbuches enthält eine Reihe von Paragraphen, in welchen ausdrücklich einzelne Staatsbürger, Personen, Glieder der Wirtschaftseinheit und dergl. m. Nutzniesser des Landes genannt werden.

10. Ein Verlust des Nutzungsrechtes auf Land bei Selbstbetätigung, sowie eine Absprechung dieses Rechtes hat stets persönlichen Charakter und ist mit einem einzelnen Mitgliede des Hofes verknüpft.

11. Viele Bevollmächtigungen, unter diesen einer so wesentliche, wie die Aufteilung der Wirtschaft, stellt das Gesetz mit einzelnen Gliedern der Wirtschaft in Verbindung.

12. Die übereinstimmende Ansicht von Theorie und Praxis bestimmt, dass bei einer kollektiven Anordnung der Landnutznießung das Nutzungsrecht bei Selbsttätigkeit den einzelnen Gliedern des Kollektivs gehört, nicht aber dem Hofe, dessen Gestaltungsform ja im Kollektiv fehlt.

13. Die Anerkennung des einzelnen Nutzniessers als Subjektes des Nutzungsrechtes bei Selbstbetätigung entspricht vollkommen den Tendenzen der Entwicklung der neuzeitlichen ökonomischen Verhältnisse, die darauf gerichtet sind den neuzeitlichen Hof aus seiner familienhaft sich Betätigenden Vereinigung umzuformen in die Form einer Genossenschaft.

*Prof. I. I. Jewtichjew.*

## Зьмены ў будове асноўных элемэнтаў с.-г. ў сувязі з пасёлкавым землеўпарадкаваньнем

Землеўпарадкаваньне С.С.С.Р. мае два асноўныя заданьні: з аднаго боку гэта ёсьць упарадкаваньне зямельнай тэрыторыі у мэтах разьвязаньня тых гаспадарчых тупікоў у якія зайшла наша вёска ў дарэвалюцыйны час; з другога боку гэта ёсьць разьвязаньне тых зямельных пытанняў; якія ўзяла на сябе развязаць Кастрычнікавая Рэвалюцыя.

Злучаючыся разам, абодвы пытаньні ня могуць ня ўносьць зьмен у пабудову гаспадаркі, у яе арганізацыйны плян у незалежнасьці ад таго, якую-б форму само землеўпарадкаваньне не прынімала і якая-б форма землекарыстаньня ня была абрана пры землеўпарадкаваньні.

Тыя формы землекарыстаньня, якія зараз ужываюцца пры землеўпарадкаваньні сялянскіх гаспадарак, кожная па сваему вырашае пастаўлены перад землеўпарадкаваньнем пытаньні. Кожная з іх у залежнасьці ад мейсца і часу мае свае, як станоўчыя так і адмоўныя бакі, мы іх разглядаць на гэты раз ня будзем. Зазначым толькі, што ўсе яны ў незалежнасьці ад мейсца і часу па рознаму адпавядаюць вырашэньню трэцяга і можа быць больш важнага пытаньня, якое пастаўлена ўсей сыстэмай савецкага будаўніцтва, гэта пераходу дробныя, не рацыянальныя і індыўідуальныя гаспадаркі да буйныя рацыянальныя сацыялістычныя гаспадаркі. Апошнія пытаньне пры разглядзе зьмен у арганізацыі гаспадаркі пасля землеўпарадкаваньня не павінна быць выключана таму, што арганізацыя гаспадаркі ў вялікай ступені мяняецца, як толькі с.-г. вытворчасць пачынае прымаць у той, або іншай частцы грамадзкі характар.

На вялікі жаль, мы ня маем належных і неабходных матар'ялаў, на падставе якіх можна было-б з усёй глыбінёй праверыць як ажыцьцяўляецца ў сапраўднасьці тая тэарэтычная устаноўка, якая можа быць зроблена ў адносінах да будаўніцтва гаспадаркі пасёлкаў у Савецкіх умовах, нават на прыкладзе аднаго былога паселішча, але пастаноўка гэтага пытаньня хоць і на невялікай колькасьці матар'ялаў, пры вялікай беднасьці літаратуры па пасёлкаваму будаўніцтву можа быць карыснай.

Спэцыяльнай літаратуры па пасёлках няма, ніхто ў канкрэтнай сапраўднасьці іх не вывучаў. Тыя радкі аб пасёлкавай форме землекарыстаньня, якія сустракаюцца ў літаратуры, спэцыяльна гэтага пытаньня не разглядаюць а датычуцца яго папутна, з характарыстыкай пасёлкавай формы землекарыстаньня, як такой формы, дзе разам з ростам вытворчасці магчымы найхутчэйшы і найменш хваробны пераход да калектыўнай гаспадаркі. І толькі ў 1927 годзе Бел. Нав. Даследч. Інстытутам імя Леніна пастаўлена дзеля вывучэньня, разам з іншымі формамі землекарыстаньня, спэцыяльна пасёлкавая, але матар'ялы гэтага досьледу на жаль яшчэ не надрукаваны.

Тыя матар'ялы, якія мы зараз маем, у большасці падворнае апісаньне б. паселішча Мядзведзева Дрыбінскага раёну Аршанскае акругі, якое ў 1921—22 годзе было землеўпарадкавана з вылучэннем 5-ці паселкаў. У 1925 годзе Агранамічным гуртком студэнтаў б. Гор. С.-Г. Інстытуту было зроблена падворнае апытаньне ўсіх гаспадарак аб іх маёмасці (без ацэнкі) у той час і да землеўпарадкавання г. зн. к 1921 г., з спецыяльнай мэтай пастаноўкі грамадзкага суда над трохпалеўкай. У студні 1928 года было зроблена паўторнае апытаньне ўсіх гаспадарак па праграме падворнага блянку з больш пашыраным лікам пытанняў і дадаткова сабраны матар'ялы аб стане гаспадарак да землеўпарадкавання (размеркаваньне ужыткаў, культур, ураджайнасць, ацэнка асноўных сродкаў вытворчасці) матар'ялы як відна небагатыя і даволі пестырыя, пагэтану не заўсёды даюць мажлівасць рабіць параўнаньне паміж імі, але шмат з іх у мэтах дакладнасці данага (надворнага) мэтаду апытання ня могуць выклікаць ніякіх супярэчнасцяў. У карыстаньні лічбамі мы будзем браць для параўнання тыя, якія збіраліся адным мэтадам і таго часу апытання які бліжэй ляжыць да таго часу, к якому маёмасць гаспадаркі фікавалася. Адначасова скарыстаем тыя агульныя веды, якія ёсць у нас аб даных пасёлках з агранамічнае ў іх працы. Тыя вывады, якія мы будзем робіць на падставе матар'ялаў збіраемых не адным мэтадам мы заўсёды будзем агаварываць.

Дата землеўпарадкавання паказвае, што гэта ёсць той час, калі рэальная хваля рэвалюцыі пачала пранікаць у гушчу сялянскага насельніцтва Б.С.С.Р. і само землеўпарадкаваньне праходзіла яшчэ без зямельнага кодэксу на падставе інструкцыі па прыстасаванню палажэння аб сацыялістычным землеўпарадкаванні.

Разглядаючы паселішча адно з буйных паселішч усходняй часткі Б.С.С.Р. з агульнай колькасцю зямлі 1070,65 дзесяцін (1167,0 гэкт.) у карыстаньні 107 двароў. Такое вялікае паселішча бязумоўна не магло быць маналітным па сацыяльнаму складу асобных двароў і ў сапраўднасці, калі лічыць аб сацыяльным складзе па маёмасці, мы бачым к 1921 году даволі значную дыфэрэнцыраванасць гаспадарак. Так з агульнага ліку двароў

бяз коняй—	4,1 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> ,	без кароў	5,5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> ,	бяз плугоў і барон	—	9 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
з 1-м канём	56,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> ,	з 1 й каровай	42 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> ,	з 1-м наборам (плуг і барана)	—	56 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
з 2 „	31,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> ,	з 2 „	38 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> ,	з 2 „ „ „	—	24 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
з 3і < „	7,7 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> ,	з 3і < „	14,5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> ,	з 3і < „ „ „	—	11 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>

Зямля таксама нераўнамерна была размеркавана паміж дворамі. Так 43<sup>0</sup>/<sub>0</sub> двароў мелі до 5-ці дз. (5,46 гэкт.) зямлі на двор 30<sup>0</sup>/<sub>0</sub> раб. ск., 33<sup>0</sup>/<sub>0</sub> кароў, 17<sup>0</sup>/<sub>0</sub> зямлі і 41<sup>0</sup>/<sub>0</sub> душ  
25<sup>0</sup>/<sub>0</sub> двароў мелі до 5—10 дз. (5,46—10,93 гэкт.) зямлі, на двор 23<sup>0</sup>/<sub>0</sub> раб. ск., 23<sup>0</sup>/<sub>0</sub> кароў 22<sup>0</sup>/<sub>0</sub> зямлі і 24<sup>0</sup>/<sub>0</sub> душ  
32<sup>0</sup>/<sub>0</sub> двароў мелі 10 і < дзесяц. (10,93 < гэкт.) зямлі, на двор 47<sup>0</sup>/<sub>0</sub> раб. ск. 44<sup>0</sup>/<sub>0</sub> кароў, 61<sup>0</sup>/<sub>0</sub> зямлі і 41 душ.

Зусім зразумела, што такое становішча павінна было выклікаць буру незадаволенасці сярод сялянства і з'явілася адной з асноўных прычын пачатку землеўпарадкавання. Асабліва гэта несправядлівасць адчувалася ў размеркаванні зямлі (на 41<sup>0</sup>/<sub>0</sub> душ 17<sup>0</sup>/<sub>0</sub> зямлі з аднаго боку і на 35<sup>0</sup>/<sub>0</sub> душ 61<sup>0</sup>/<sub>0</sub> зямлі з другога) і гэта апошняе павінна было вырашыць землеўпарадкаваньне.

З другога боку такія нераўнамерныя суадносіны паміж працай, сродкамі вытворчасці і зямлёй не маглі увязаць запросы ўсіх гаспадарак у сэнсе іх арганізацыі ў рамках аднаго севазвароту з вялікай адлегласцю пахаці ад сядзібы, што таксама лёгка будзе заўважыць пры разглядзе арганізацыі асноўных элементаў у розных групах і пасёлках.

Землеўпарадкаванне пачалося адтуль дзе найбольш адчуваліся гэтыя бачюыя мейсцы.

Ініцыятарамі была група сялян, якая вылучылася ў ліку 45 двароў галоўным чынам з бедняцкіх гаспадарак у пасёлак „Маставы“. Студэнт А. Фамініч, які ў 1925 годзе рабіў даследаванне ўсіх пасёлкаў был. паселішча Мядзведзева ў сваёй справаздачы піша так: „Хаця пасёлак Маставы зьяўляецца пасёлкам беднаты—наогул публіка арганізаваная і сазнацельная“ і ў сапраўднасці гэты пасёлак склаўся з 80% гаспадарак, якія мелі ў вёсцы да 5 дэ (5,46 гэкт.) зямлі, 15,6% гаспадарак, якія мелі ад 5-ці да 10-ці дзесяцін (5,46—10,93 гэкт.) і 4,4% двароў мелі больш 10-ці дзесяцін (10,93 гэкт.) зямлі ў вёсцы. Каб лепш бачыць з якой сялянскай масы склаўся гэты пасёлак прывяду некаторыя лічбы забяспечанасці асноўнымі сродкамі вытворчасці асобных двароў. Так сюды увайшло бяз коняй 4,4% двароў пасёлку, без кароў 8,9%.

З 1-м канём 75,6%	двароў пасёлку,	з 1-й каровай 47,4%
з 2-мя канямі 20,0%	„	з 2-мя каровамі 42,2%
з 3 і < „	„	з 3-мя і < „ 4,5%

Нізкая забяспечанасць зямлёй у параўнанні з сродкамі вытворчасці ў большасці гаспадарак, якія вышлі ў гэты пасёлак падкрэсьлівае тое, што ранейшая форма землекарыстання і землезабяспечанасці сціснула мажлівасці развіцця незабяспечанай, але ініцыятыўнай групы сялян. Разам з гэтым вялікім пасёлкам які узяў 40% усіх двароў паселішча, вылучылася яшчэ 3 пасёлкі „Мыс“—14 двароў, „Дзіравы Лог“—13 двароў і „Зарэцкі“—4 двары, на мейсцы застаўся пасёлак „Сядзібны“ у склад якога увайшло 36 двароў.

Пасёлак „Мыс“ утварыўся з двароў найбольш забяспечаных зямлёй у вёсцы. Сюды ўвашлі 50% гасп. якія мелі больш 10-ці дэ. 10,93 гэкт. зямлі, 43,5% ад 5—10 дзесяцін (5,46—10,93 гэкт.); 6,5% двароў да 5-ці дзесяцін 5,56 гектараў. Гэтыя-жэ двары найбольш былі зааеспечаны жывёлай.

З 1-м канём 54%	гаспад.,	з 1-й каровай 38,4%
з 2-ма канямі 23%	„	2-ма каров. 30,8%
з 3-ма і > „	23%	„ 3-ма і < 30,8%

Пасёлак „Дзіравы Лог“ склаўся з гаспадарак па рознаму забяспечаных зямлей у вёсцы. До 5-ці дзесяцін (5,46 гэкт.) 38,5%, от 5-ці—10-ці дзес. (5,46—10,93 гк.,) 23% і звыш. 10-ці дзесяцін (10,93 гэкт.) 38,5%. Па колькасці жывёлы гаспадаркі дзяліліся такім чынам:

З 1-м канём 38,4%	гасп. і	з 1-й каров. 23%	гасп.
з 2-ма канямі 61,6%	„	2-ма каров. 54%	„
з 3-ма і < „	„	3-ма і < „	23%

Забяспечанасць агульная, яа бачым вышэй, сярэдняя.

Пасёлак „Зарэцкі“ уключыў у сябе 4 двары з якіх 3 двары мелі зямлі звыш 10-ці дзесяцін (10,93 гэкт.) 1 двор до 5-ці дзес. (5,46 гэкт.)

Усё гаспадаркі мелі па пары коняй. 1-на гаспадарка з 1-й каровай, 1-на з 2-ма каровамі і 2 гаспадаркі мелі па 3 каровы.

На мейсцы застаўся пасёлак па сацыяльнаму складу вельмі пёстры, але ў асноўным з моцных гаспадарак. Так, тут мы маем па забяспечанасьці зямлёй у вёсцы да 5-ці дзесяцін (5,46 гк.) 14<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, ад 5—10 дзес. (5,46—10,93 гк.)—33<sup>0</sup>/<sub>0</sub> і звыш 10 дзесяцін (10,93 гк.) 33<sup>0</sup>/<sub>0</sub> гаспадарак.

Разглядаючы забяспечанасьць сродкамі вытворчасці лёгка заўважыць, што ў асноўным тут група забяспечаная, але разам з ёй засталася некалькі гаспадарак зусім незабяспечаных сродкамі вытворчасці. Так з усіх 10 гаспадарак без інвэнтарных туз засталася 4, што складае 11,1<sup>0</sup>/<sub>0</sub> усіх двароў гэтага пасёлку. Па забяспечанасьці жывёлай пасёлак склаўся з наступных гаспадарак

без коняй	8,3 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> ,	без кароў—	5,6 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
з 1-м канём	44,5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> ,	з 1-й каров.	50,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
з 2-ма „	30,5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> ,	з 2-ма „	30,5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
з 3-маі > „	16,7 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> ,	з 3-маі < „	13,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>

Як відна з ранейшага, разгрупоўка двароў па пасёлках, даволі яскрава паказвае, што ў працэсе пасёлкавага землеўпарадкаваньня гаспадаркі, якія выходзяць на новае мейсца групуюцца такім чынам каб па моцнасьці гаспадаркі, даць, больш менш аднародны масьў. Групоўкі па маёмасьці некалькі перашкаджае падбор гаспадарак па прыцыпу сваяцтва. Калі лічыць радней сялян з адным прозьвішчам (іншых матар'ялаў няма) то лёгка заўважыць, што адно прозьвішча пападае ў адзін пасёлак, або 1—2 двары адкальваюцца і застаюцца на мейсцы. Так з 5-ці прозьвішч найбольш распаўсюджаных у пасёлку Маставым маем: 21<sup>0</sup>/<sub>0</sub> двароў гэтых прозьвішч у Сядзібным, 4<sup>0</sup>/<sub>0</sub> у іншых а 75<sup>0</sup>/<sub>0</sub> у пасёлку Маставым. З 2-х прозьвішч найбольш пашыраных у пасёлку Мыс маем 14<sup>0</sup>/<sub>0</sub> двароў у Сядзібным і 86<sup>0</sup>/<sub>0</sub> у Мысавым.

Такая групоўка двароў у пасёлкі з пункту гледжаньня пабудовы гаспадаркі зьяўляецца зьявішчам станоўчым таму, што дае мажлівасьць усім па аднолькаваму будаваць сваю гаспадарку. Імкненьне ўсякай індывідуальнай гаспадаркі да экспляатацыі другіх могуць праяўляцца з большымі цяжкасьцямі. Складаецца агульная зацікаўленасьць аднолькава будаваць гаспадарку, што стварае найлепшыя умовы аграмаджэньню, як асобных прац с.-г. культур так і ўсяе вытворчасці. Апошняе, як убачым далей, на прыкладзе разглядаемых пасёлкаў падкрэсьліваецца. Першыя зародкі абагульваньня паяўляюцца ў Маставым, потым у Зарэцкім, Дзіравым лузе, а ў Мысавымі Сядзібным да гэтага часу яшчэ цяжка нашчупаць хоць якія небудзь элемэнтны абагульваньня, якія б адбіліся у чым небудзь рэальным.

Разам з разгрупоўкай двароў, землеўпарадкаваньне зрабіла і перагрупоўку зямельнай плошчы паміж асобнымі землекарыстальнікамі прапарцыянальна душам. Гэты акт у корані парушыў тыя суадносіны паміж працай, сродкамі вытворчасці і зямлёй, якія склаліся да землеўпарадкаваньня. Асабліва гэта парушэньне датычылася крайніх груп. Інакш не магло быць, таму што, як працоўная сіла так і сродкі вытворчасці ў кожнага двара засталіся тыя самыя. Павінен быў пайсьці некаторы працэс перабудовы гаспадарак дзеля утварэньня нармальных суадносін адпавядаючых той сыстэме гаспадаркі, якая утвараецца у мэтах данаго с.-г. раёну.

Для арганізацыі гаспадаркі асабліва розных груп сялянскіх гаспадарак важнае значэнне мае апроч колькасці зямлі яшчэ яе якасць, як па механічнаму складу, так асабліва ў межах аднаго паселішча, дзе механічны склад глебы прыблізна аднолькавы, яе угноснасць і суадносіны паміж асобнымі відамі ужыткаў. Калі якасць характарызаваць нормай зямлі на душу, якая устаноўлена пры землеўпарадкаванні і складам ужыткаў то будзем мець наступны малюнак разьмеркаваньня зямлі.

Назва пасёлкаў Renennung der Siedlungen	Зямлі на душу ў гэкт. Landanteil pro Koff. in Hekt.		% склад ужыткаў % der Bestandes der Nutzläudereien						Усяе зямлі рактар. Gesammt bestand de Landes in Hektar.
	усіх im Ganzen	заіх ужыт. davon nutzbares	сядзібы Hof.	пахаці Ackerland	сенажаці Wiesen	Выпас на выпруб. лесе Weide auf ausgehauenen Wäldern	усяго ўдабiга im Ganzen Nutzland.	ўдабiга Oedland	
Маставы . . . . . Mastowoi	1,63	1,50	4,8	70,3	16,9	—	92,0	8,0	441,93
Зарэцкі . . . . . Sarezky	2,67	1,85	—	40,9	8,5	20,1	69,5	30,5	61,37
Дзіравы лог . . . . . Dyrjawy Sug	2,47	2,30	—	55,3	18,3	19,8	93,4	6,6	145,68
Мысавы . . . . . Myss	1,46	1,36	—	68,6	17,5	—	86,1	13,9	123,93
Сядзібны . . . . . Ussadebny	1,54	1,45	20,2	52,5	20,3	1,0	94,0	6,0	303,24

Табліца паказвае, што два найбольш моцныя пасёлкі Мыс і Сядзібны ўзялі і лепшую па якасці глебу. Зарэцкі і Дзіравы луг, пасёлкі з слабых гаспадарак, узялі горшую зямлю і пасёлку Маставому найбольш слабому дасталася зямля сярэдняй якасці. Склад ужыткаў паказвае што найбольш распаханая зямля дасталася Маставому і Сядзібнаму. Зарэцкі і Дзіравы лог, як відаць, з мэтай асваення ўпахаць іншых ужыткаў атрымалі значную колькасць выпасу, а пасёлак Зарэцкі і шмат няўжыткоўных зямель.

Апроч ураўнення зямлі і яе разьмеркаваньня паміж асобнымі пасёлкамі землеўпарадкаваньне зрабіла і гаспадарчае укамплектаваньне яе з тым, каб утварыць найлепшыя умовы для максымальнага скарыстання зямельнай тэрыторыі. У гэтых адносінах землеўпарадкаваньне ўнясло зьмены, як у празпалоснасьць, так і адлегласьць тэрыторыі і асобных яе ужыткаў ад гаспадарчага цэнтру. Так перад землеўпарадкаваньнем сярэдняя адлегласьць пахаці была 1,54 кілёметр, а цяпер цалком наблізілася:

у Маставым . . . . .	0,71 кілм.
„ Зарэцкім . . . . .	0,53 „
„ Дзіравым лузе . . . . .	0,29 „
„ Мысавым . . . . .	0,80 „
„ Сядзібным . . . . .	0,63 „

Сенажаць у некаторых выпадках нават аддалілася, таму што амаль уся сенажаць ляжыць з аднаго боку паселішча і пры землеўпарадкаванні далёкім пасёлкам прыйшлося нарэзаць сенажаць з гэтага масыву, які аказўся даволі далёка. Да землеўпарадкаваньня сярэдняя адлегласьць сенажаці была 2,04 кілм., зараз у пасёлку Маставым 1,81 кілм., Зарэцкімі

0,21 кілм. Дзіравым лозе 4,43 клм., Мысавым 0,43 клм. і Сядзібным 1,50 клм.

Празпалоснасьць значна ня зьменшылася. Па-першае таму, што перад землеўпарадкаваньнем палосак было ня так шмат, асабліва пахаці, усяго ў сярэднім 10—12 кавалкаў, сенажаці трохі больш, 18—24 кавалкі. Па-другое землеўпарадкаваньне ня было даведзена да гаспадарчага упарадкаваньня землеўпарадкавацелем, а самі сяляне пры дапамозе прыватнага каморніка дзялілі зямлю на палосы і разкі, пагэтам у іх атрымалася даволі многа:

У Маставым . . .	9	палос	пахаці	і	4	сенажаці
„ Зарэцкім . . .	4	„	„	2	„	„
„ Дзірав. лозе . . .	11	„	„	2	„	„
„ Мысавым . . .	5	„	„	1	„	„
„ Сядзібным . . .	7	„	„	4	„	„

Апроч гэтага кавалкі сенажаці яшчэ параскіданы на пахаці і колькасць іх бязумоўна большая чым паказана раней.

Нязначнае скарачэньне ліку усё-ж палос павялічыла велічыню іх, асабліва гэта мела значаньне для гаспадарак, якія мелі мала зямлі перад землеўпарадкаваньнем таму што празпалоснасьць была амаль аднолькавая з шмат зямельнымі гаспадаркамі.

Сенажатная плошча к сучаснаму моманту на сталае карыстаньне падзелена толькі ў адным пасёлку—Дзіравым лозе, а ў іншых штогодна перадзяляецца. Зьмены ў арганізацыі разьмяшчэньня асобных ужыткаў асабліва інтэнсыўных, як пахаць—зрабілі лепшыя умовы для яе скарыстаньня і падвышэньня вытворчасці працы.

На жаль, мы ня маем належных матар'ялаў, каб вывесці розьніцу ў вытворчасці працы ў сувязі са зьменай у арганізацыі тэрыторыі, вылічэньне-ж па нарматыўных велічынях не дасягае мэты, пагэтану мы гэта пытаньне застаўляем не разгледжаным.

Перш прыведзеных абставінах кожны з пасёлкаў пачаў сваё гаспадараваньне. Далей паспробуем прасачыць за тымі зьменамі, якія адбыліся ў працэсе гаспадараваньня, як у розных пасёлках так і групам, па моцнасьці гаспадаркі.

Перш разгледзім зьмены ў забясьпечанасьці некаторымі з асноўных сродкаў вытворчасці за тры пэрыяды часу 1921 г., 1925 і 1928 год за тым што больш дэтальна лічбаў к 1925 году няма, а выключаць яго зусім не мажліва, затым што ён прадстаўляе вялікую цікавасьць, як тэрмін к каторому ўсе гаспадаркі ўжо больш менш ажыліся на новых месцах і да некаторай ступені перабалелі самы працэс землеўпарадкаваньня. Усе лічбы характарызуюць толькі колькасны бок ня маючы дачынення да якаснага. Больш дэтальна з характарыстыкай якаснага боку мы зможам разгледзець зьмены толькі з 1921 на 1928 год, што мы зробім пазьней.

На вялікі жаль, будынкi за 1928 год улічаны па іншаму мэтану і ня могуць раўняцца з 1921 і 25 годам. У 1921 і 25 г. г. у апросны блянк былі пастаўлены назвы будынкаў, аб якіх трэба было запытацца дасьледчыку, ў 1928 годзе такога пераліку зроблена ня было і можна думаць, што некаторыя з будынкаў не папалі ў падлік. У адношаньні-ж да галоўных будынкаў (хаты і гумна) трэба заўважыць што колькасць іх увесь час расла:

Пасёлак Маставы:	Хат	1921	100 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	1925	108,1 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	1928 г.	113,5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
”	Зарэцкі	”	100	”	100 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	”	100 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
”	Дзір. лог	”	100	”	100 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	”	100 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
”	Мыс	”	100	”	127,3 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	”	136,4 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
”	Сядзібны	”	100	”	108 1 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	”	116,2 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>

Зьмены ў забясьпечанасьці колькасьцю асноўных сродкаў вытворчасці ў <sup>0</sup>/<sub>0</sub>  
 Aenderungen im Versorgtsein mit den hauptsächlichsten Betriismitteln <sup>0</sup>/<sub>0</sub>

Групы гаспадарак Wirtschaftsgruppen	Маставы Mostowoi			Зарэцкі Sarezky			Дзір. лог. Dyrjawes Lug			Мыс Myss			Сядзібны Ussadebny			Р а з а м im Ganzen		
	1921	1925	1928	1921	1925	1928	1921	1925	1928	1921	1925	1928	1921	1925	1928	1921	1925	1928
Бяз коняў . . . Pferdelose	4,4	2,4	2,3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8,3	5,4	2,4	4,1	2,8	1,7
1 конных . . . ein pferdige	75,6	78,6	55,8	—	25	75	38,4	69,2	53,9	54	57,1	66,7	44,5	56,8	73,2	57	61,8	61,3
2 конных . . . zwei pferdise	20,0	19,0	39,6	100	75	25	61,6	30,8	46,1	23	42,9	33,3	30,5	37,8	24,4	31	33,6	33,6
3 і больш конн. drei und mehrferdig.	—	—	2,3	—	—	—	—	—	—	23	—	—	16,7	—	—	7,9	1,8	3,4
Без кароўных Kuhlose	8,9	2,4	4,7	—	—	—	—	7,7	—	—	—	—	5,6	8,2	—	5,5	4,5	1,7
з 1 каровай . . . mit einer Kuh	44,4	66,6	60,5	25	—	25	23	53,8	46,1	38,4	28,6	66,7	50,0	40,5	68,3	42,0	52,7	63,8
з 2 каровамі . . . mit zwei Kühen	42,2	28,6	27,9	25	100	75	54	38,5	53,9	30,8	57,1	33,3	30,5	45,9	29,3	38,0	40,0	33,6
з 3-ма і больш mit drei und mehr	4,5	2,4	6,9	50	—	—	23	—	—	30,8	14,3	—	13,9	5,4	2,4	14,5	2,8	0,9
Бяз плужных ohne Pflug	14,6	2,4	9,3	—	—	—	—	7,7	—	—	—	—	11,1	8,3	4,9	9,3	4,6	5,2
1 плужных . . . mit einem Pflügen	78,1	90,3	76,7	25,0	50,0	50,0	61,5	69,2	69,2	46,2	50,0	66,7	47,2	55,5	82,9	59,8	69,5	75,9
2 плужных . . . mit zwei Pflügen	7,3	7,3	14,0	75,0	50,0	50,0	30,8	23,1	33,1	30,7	50,0	33,3	25,0	36,2	12,2	21,6	25,9	18,0
3 і больш плужн. mit drei und mehr	—	—	—	—	—	—	7,7	—	7,7	23,1	—	—	16,7	—	—	9,3	—	0,9
Без будынкаў Gebäudelose	9,5	2,4	—	—	—	—	—	—	—	7,7	—	—	2,7	—	—	5,5	0,9	—
з 1 „ . . . mit einem Gebäude	2,4	—	—	—	—	—	—	—	—	7,7	—	—	5,4	8,1	—	3,7	2,7	—
з 2 „ . . . mit zwei „	—	2,4	—	—	—	—	—	7,7	—	30,8	—	—	2,7	—	—	4,6	1,8	—
з 3 „ . . . mit drei „	26,2	30,9	—	—	—	—	7,7	15,4	—	15,4	—	—	5,4	8,1	—	14,7	16,4	—
з 4 „ . . . mit vier „	38,1	38,1	—	—	—	—	30,8	30,8	—	38,4	7,2	—	13,5	16,2	—	27,5	24,6	—
з 5 „ . . . mit fünf „	23,8	26,2	—	—	—	—	61,5	46,1	—	—	50,0	—	27,0	24,3	—	25,7	30,0	—
з 6 і больш б. mit sechs „	—	—	—	100	100	—	—	—	—	—	42,8	—	43,3	43,3	—	18,3	23,6	—

Пасёлак Маставы: Гумён	1921 г.	100 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	1925—	139 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	1928 г.	142 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
„ Зарэцкі	„	100 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	„	100 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	„	100 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
„ Дзір. лог	„	100 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	„	72,7 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	„	72,7 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
„ Мыс	„	100 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	„	235 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	„	120 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
„ Сядзібны	„	100 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	„	106,1 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	„	111,8 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>

Табліца з яскравасцю паказвае, што землеўпарадкаваньне, а ўслед за ім іншыя мерапрыемствы эканамічнай палітыкі ў вёсцы, прыводзяць к таму, што ствараецца аднародная маса сялянскіх гаспадарак. Лік гаспадарак незабяспечаных аснаўнымі сродкамі вытворчасці і адначасова гаспадарак забяспечаных у вялікай колькасці сродкамі вытворчасці зьмяншаецца, а за гэта павялічваецца лік гаспадарак сярэдняк. Асабліва хутка гэта змена адбылася ў перыяд 1921—25 г., а потым гэты тэмп трохі сьціскаецца. У сэнсе гаспадарчага росту малюнак па ўсяму паселішчу некалькі затушоўваецца і не дае яркіх штрыхоў таму, што розныя пасёлкі папалі ў розныя умовы, пагэтану гэты бок, мы разгледзім у кожным пасёлку паасобна.

*Пасёлак Маставы*, які атрымаў зямлю сярэдняй якасці і складзены з найбольш бедных гаспадарак, дае бязупынны рост працоўнае жывёлы: 1921 г.—100<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, 1925 г.—102<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, 1928—130<sup>0</sup>/<sub>0</sub>. Асабліва гэты рост замецен пасля 1925 году, калі гаспадарка пасёлку перабалела землеўпарадкаваньне і пачала нармальнае гаспадарчае будаўніцтва. К гэтану часу трэба аднесці і пачатак больш менш рэальнай дапамогі бядняцкім гаспадаркам з боку Дзяржавы ў выглядзе крэдыту. Паступова зьменшаецца лік бязконных. Павялічэньне ліку гаспадарак к 1925 году аднаконных за лік двухконных і бязконных к 1928 году пачынае зьменшацца; аднаконныя пачынаюць пераходзіць у 2-х конныя і нават пачынаюць вылучацца ужо гаспадаркі 3-х конныя. Лік кароў пасля некаторага зьмяншэння к 1925 году за лік 2-х і больш кароўных дае зноў іх рост к 1928 году (1921 г.—100<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, 1925 г.—95<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, 1928 г.—103,5<sup>0</sup>/<sub>0</sub>) але рост гэты на вялікі жаль ня ідзе за лік росту сярэдняе групы, а павялічваецца галоўным чынам лік гаспадарак шматкароўных і адначасова хоць і нязначна павялічваецца група безкароўных.

У гэтым месцы пачынае вызначацца дыферэнцыяцыя сялянскіх гаспадарак, якая без аграмаджэння с.-г. вытворчасці з боку бяднейшых і удзелу эканамічнай палітыкі дзяржавы ў вёсцы можа прывесці да непажаданых вынікаў. Разам з гэтым цікава адзначыць што павялічэньне ліку шмат-скотных гаспадарак ідзе за лік тых гаспадарак, якія ў вёсцы былі 2-х і 3-х кароўнымі і коннымі.

У другіх пасёлках гэтага працэсу дыферэнцыяцыі заўважыць немагчыма, а наадварот увесь час ідзе нівеліроўка але ў розных пасёлках па рознаму.

Немалую цікавасць прадстаўляюць з сябе пасёлкі Мыс і Дзіравы Луг, якія склаліся з аднолькавага ліку гаспадарак і прыблізна адной (звыш сярэдняй) забяспечанасці сродкамі вытворчасці, розніца толькі ў тым, што Мыс атрымаў зямлі менш, але лепшай, а Дзіравы Луг больш, але горшай. К 1925 году Дзіравы Луг разам са значным зьмяншэннем працоўнае жывёлы, яшчэ больш значна зьменшыў колькасць кароў вылучыўшы нават групу безкароўных 7,7<sup>0</sup>/<sub>0</sub>. Зьменшыў колькасць плугоў і будынкаў. К 1928 году ён даволі хутка стаў папраўляцца ува ўсёй сваёй масе. Зусім знішчыліся крайнія групы, а група 1-а кароўных і

1-а конных хуткім тэмпам стала змяншацца за лік 2-х конных і 2-х кароўных гаспадарак. Пачалі прыбаўляцца і плугі.

Мыс зразу зменшыў лік працоўнай жывёлы, але за гэта ў ім павялічылася колькасць прадукцыйнай жывёлы і будынкаў. Разам з гэтым павінна была перабудоўвацца і палявая гаспадарка ў бок абслугоўвання рыначнай жывёлагадоўлі, чаго ня здарылася. К 1928 году мы бачым хуткае зніжэнне ліку жывёлы. Знішчаюцца шматскотныя гаспадаркі і павялічваецца група з 1-м канём і 1-й каровай за лік 2-х конных і 2-х кароўных. Пашоў працэс ня росту гаспадаркі, а яе знішчэння.

Зусім падобны малюнак з Мысам дае больш заможная група ў пасёлку Сядзібным, якая таксама зараз пасяля землеўпарадкавання зменшыла лік коняў і павялічыла лік кароў, але бяз перабудовы палявой гаспадаркі і ўсей наогул, якой прышлося ў далейшым зменшыць, як лік кароў так і лік коняў, група ж бядняцкіх гаспадарак бязконных і безкароўных паступова ліквідуе бязконніцу спачатку нават за лік ліквідацыі кароў, а потым падцягваецца да сярэдняцкай групы.

Пасёллак Зарэцкі шматскотны, атрымаў шмат няўжыткоўных зямель і ня справіўся хутка іх асвоіць і усьлед за хуткім змяншэннем працоўнай жывёлы стаў змяншаць і прадукцыйную жывёлу.

Вось працэсы пераразмеркавання асноўных сродкаў вытворчасці ў гаспадарках былой вёскі ў сувязі з падушным размеркаваннем зямлі і пасёлкавай формай землекарыстання. Раней прыведзены рад лічбаў бязумоўна не абнімае сабой усіх змен умаёмасці. Тут неабхоплены цэлыя групы сродкаў вытворчасці (будынкі, складаныя прылады) таксама зусім ня ўзята пад увагу якасць нават і тых сродкаў вытворчасці, якія былі намі ўзяты раней Пагэтам тых вынікі, якія мы рабілі і будзем рабіць у адносінах пераразмеркавання сродкаў вытворчасці зьяўляюцца першапачатковымі і патрабуюць далейшага аналізу. Больш дэталёвы аналіз змен у арганізацыі гаспадаркі мы разгледзім за час 1921—28 году. Дзеля гэтага мы маем матар'ялы апытвання 1928 году за два паказаныя гады. У працэсе разгляду матар'ялаў некаторыя з іх у адношанні 1921 году прышлося выбракаваць. Тыя гаспадаркі, якія перад землеўпарадкаваннем аддзяліліся, ня маюць матар'ялаў аб скарыстанні зямельнай тэрыторыі; яны таксама астаўляюцца па за нашым разглядам. Такім чынам, у нас застаюцца для разгляду тыя гаспадаркі, якія да землеўпарадкавання вялі некалькі год гаспадарку і далі матар'ялы годныя для распрацоўкі. Разглядаем гэта пытаньне па пасёлках і моцнасьці гаспадаркі. Моцнасьць гаспадаркі вызначаецца коштам асноўных сродкаў вытворчасці (жывёлы, с.-г. прылад, будынкаў кром хаты і лазні) на гаспадарку. Дадзеная адзнака па даследаваньню Б. Бойка ў умовах БССР дала найлепшую карэляцыю з валавым прыбыткам<sup>1)</sup>. Большая пэўнасьць матар'ялаў за 1928 год прымусіла зрабіць групіроўку к 1928 году, хоць для разгляду данага пытанья лепш было-б групаваць па кошту сродкаў вытворчасці да землеўпарадкавання. Такім чынам, разглядаючы пытаньне сучасных груп сялянскае гаспадаркі мы будзем назіраць адначасова якім чынам і, з якіх груп яны к сучаснаму моманту утварыліся. Для групіроўкі ужываем мэтад які прапануе В. Обухов<sup>2)</sup>. У выніку яго прыстасавання ўсе гаспадаркі на 1928 год дзеляцца на наступныя групы.

<sup>1)</sup> Б. Бойка „Да пытанья аб групоўцы с.-г. прадпрыемстваў па буйнасьці па Беларусі“ Сельская і лясная гаспадарка, 1927 год № 2.

<sup>2)</sup> В. Обухов „К вопросу о распределении статистического материала при районировании“ Вестник Статистики, 1922 г. кніга XI.

Назва пасёлкаў	I група ад 50—275 руб.		II група ад 275—700 руб.		III група ад 700—1777 руб.		Усяго	
	I Gruppe von 50 bis 275 Rubeln		II Gruppe von 275 bis 700 Rubeln		III Gruppe von 700 bis 1777 Rubeln		Im Ganzen	
Rerennung der Siedelungen	Лік гасп.	Анzahl der Wirtschaft.	Лік гасп.	Анzahl der Wirtschaft.	Лік гасп.	Анzahl der Wirtschaft.	Лік гасп.	Анzahl der Wirtschaft.
		%		%		%		%
Мастава . . . . . Mostowoi	9	20,9	25	58,2	9	20,9	43	100
Зарэцкі . . . . . Sarezkg	—	—	1	25	3	7,5	4	100
Дзір. лог . . . . . Dyrjawy Lug	4	30,8	8	61,5	1	7,7	13	100
Мыс . . . . . Myss	3	20,0	12	80,0	—	—	15	100
Сядзібны . . . . . Ussadelung	13	31,7	24	58,5	4	9,8	41	100
Усяго . Im Ganzen	29	25	70	60,3	17	14,7	116	100

Групіроўка к 1928 году па кошту аснаўных сродкаў вытворчасці дае трохі іншае ўражаньне аб распаўсюджанасьці асобных груп у пасёлках, гэта атрымалася таму, што за сем год жыцця ў пасёлках, прашлі даволі значныя зьмены ў сэнсе пераразьмеркаваньня сродкаў вытворчасці.

Па такой групіроўцы мы і будзем весці наш аналіз зьмен у гаспадарцы. Прычым пасля рэвізыі магар'ялаў і вынікуўшы групы зусім дробныя (менш 3-х гаспадарак) застаецца:

ў пасёлку Маставым	I гр. — 4 гасп.,	II гр. — 20 гасп.,	III гр. — 9 гасп.
„ Зарэцкім	„ —	„ —	„ 2 гасп.
„ Дзірав. лозе	„ —	„ 7	„ —
„ Мыс	„ —	„ 8	„ —
„ Сядзібным	„ 9	„ 17	„ 3

Такім чынам, мы маем магчымасьць разглядзець 1-ю групу ў 2-х пасёлках, 2-ю ў 4-х і 3-ю ў 2-х пасёлках і нават у пасёлку Зарэцкім можам узяць 2 гаспадаркі 3-яе групы.

Пасёллак *Маставы*, як відаць з раней прыведзенае табліцы, складаецца з асноўнае сярэдняе групы і крайніх груп у аднолькавай прапорцыі.

Пры землеўпарадкаваньні ўсе тры групы атрымалі прыбаўку зямлі, што сьведчыць аб тым, што ў вёсцы ў ва ўсіх гаспадарках была норма ніжэй сярэдняе.

Так сярэдняя гаспадарка мела ўжытоўнай плошчы:

I групы ў вёсцы 3.81 гэкт.	у пасёлку 6.56 гэкт.	прыбаўка 72 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> .
II „ „ 6.53 „	„ „ 9.18 „	„ 41 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> .
III „ „ 6.62 „	„ „ 10.91 „	„ 65 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> .

нават III-я група атрымала амаль ня ў два разы больш зямлі, чым мела ў вёсцы.

Разам са зьменай агульнай плошчы зямлі зьмяніліся і суадносіны ўжыткаў. Наступная табліца паказвае гэтыя зьмены.

% склад ужыткаў пасёлка Маставаго  
% Gehalt der Nutzländerereien der Jiedelung Mostowoje

Групы Gruppen	Ч а с Z e i t	Сядабы Hof	Пахаці Ackerland	Сенажаці Wiesen	Выпас Weideland	Усяго ужыткаў Gesamtes	Няўжыт- коўных Nutzland Oedland	У с я г о Im Ganzen
I	1921	5,27	58,01	10,55	—	73,83	26,16	100
	1928	4,96	75,16	19,53	—	99,65	0,35	100
II	1921	5,79	69,79	18,15	—	93,73	6,27	100
	1928	6,04	73,83	17,79	0,23	97,89	2,11	100
III	1921	4,21	59,05	14,16	—	77,42	22,58	100
	1928	4,75	72,82	18,05	1,55	97,17	2,83	100

Першае, што можна заўважыць з гэтай табліцы, гэта бязупынны пераход плошчы няўжыткоўных зямель у пахаць сенажаць і выпас. Пры землеўпарадкаваньні пасёлка атрымаў няўжыткоўных зямель 8% (глядзі раней), зараз-жа бачым, што ні ў вадной групе яны не дасягаюць 3-х<sup>0</sup>, а ў першай амаль зусім прапалі. Хаця матар'ялы абмеру землеўпарадкавацелям з матар'яламі апытання раўнаваць немагчыма, але на мейсцы мы бачым, што балотная плошча меліарыравана і часткова скарыстоўваецца, як капустанік. 1-я група, як правіла лепш пераводзіць, як няўжыткоўныя землі ва ўжыткоўныя, так і менш інтэнсіўныя ўжыткі ў інтэнсіўныя (большы % пахаці, сенажаці, адсутнічае выпас, зусім малы % няўжыткоўных зямель). Ня глядзячы на тое, што ўсё гэтыя групы атрымалі даволі значны набытак зямлі і асабліва пахатнай, к 1928 году справіліся яе асабіць і толькі невялікая плошча ў 1927 годзе была недасеву (у 2-й групе 2,5%, а ў 3-й—0,5%). Плошча незанятага папару 21—22% у ваўсіх групах паказвае, што рамкі трохпалёўкі парушаны. У 1925 годзе пасёлка зрабіў спробу перайсці да 8-мі палёвага севазвароту з наступным чаргаваньнем культур: 1. папар, 2. жыта + канюшына, 3. канюшына 1-га году, 4. Канюшына 2 году, 5. Выпас, 6. Жыта, 7. Бульба, 8. Ярыня. Хаця ў процесе пераходу ён і ня вытрымаў цалкам таго тэмпу пераходу, які прапанаваўся табліцай, але прапорцыя культур пачала мяняцца ў бок гэтага севазвароту забяспечваючы разьвіцьцё прадукцыйнай малочнай жывёлагадоўлі.

Раўнуючы прапорцыю культур у вёсцы і зараз лёгка заўважыць, што гаспадарка пасёлкаў, як цэлай адзінкі даволі значна скараціла пасевы зімовых, што яшчэ раз падкрэсьлівае парушэньне трохпалёўкі. Скараціліся пасевы і інтэнсіўных яравых культур, бульбы, зімовай пшаніцы, а павялічыліся пасевы экстэнсіўных яравых культур, лёну і канюшыны. Апошнія дзьве культуры хоць і падвышаюць інтэнсыфікацыю гаспадаркі наогул, але ў умовах палявой гаспадаркі іх інтэнсіўнымі лічыць немагчыма.

Такім чынам, скарыстаньне пахатнай плошчы пашло больш у шырыню чым у глыбіню, што бязумоўна характарызуе сабой некаторую экстэнсыфікацыю палявой гаспадаркі пасья землеўпарадкаваньня. Найбольш гэта экстэнсыфікацыя адчуваецца ў першай групе, якая больш ад другіх зьменшыла пасевы бульбы і інтэнсіўных зярнёвых культур.

Ня ўсе з паказаных момантаў эктэнсыфікацыі гаспадаркі можна лічыць за шкоду. Павялічэньне плошчы пад лёнам, канюшынай, выкай, што больш адчуваецца ў больш моцных групах, бязумоўна моманты станоўчыя, яны вядуць да інтэнсыфікацыі ўсяе гаспадаркі і паказваюць, што гаспадарка разьвіваецца ў тым напрамку, які вызначаны ў пэрспэктыве разьвіцьця с.-г. данага раёну.

---

<sup>0/0</sup> с к л а д к у л ь т у р  
<sup>0/0</sup> d e r Z u s a m

адзінку плошчы зьменшылася. Гэта зьявішча тлумачыць зьмяншэньне па-севаў інтэнсыўных культур наогул і ў прыватнасьці кожнае групы. Для разгляду зьмен у асноўных сродках вытворчасці мы возьмем толькі с.-г. прылады і жывёлу, як найбольш актыўную частку іх у вытворчасці. Будынкi мы не бяром па двух прычынах: па-першае таму што матар'ялы аб будынках недастатковы (асабліва перад землеўпарадкаваньнем), а падругое і таму што яны зьяўляюцца найменшактыўнай часткай сродкаў вытворчасці.

Зьмена ў сельска-гаспадарчых прыладах (руб.)  
Änderungen in l.d.w. Maschinen (in Rubeln)

Г р у п ы Gruppen	На 1 гаспадарку auf eine Wirtschaft			На 1 гэкт. пахаці auf ein Hektar Ackerland		На 1 працаўн. auf einen Arbeiter	
	1921	1928	у $\frac{0}{100}$ к 1921 роду im $\frac{0}{100}$ zum Jahre 1921	1921	1928	1921	1928
I	8,91	19,65	225	2,7	3,7	3,8	7,7
II	19,0	37,21	196	3,7	5,5	5,6	7,9
III	46,71	112,55	241	9,2	13,8	12,8	23,4

У с.-г. прыладах прашлі значныя зьмены і асабліва вызначан іх буйны рост у ваўсіх групах. Даны від сродкаў вытворчасці дае вялікі рост, таму што без яго не мажліва вытвараць самых элемэтарных пры-ёмаў асваеньня зямельнае тэрыторыі. Павялічваецца галоўным чынам інвэнтар палявы, зьвязаны з апрацоўкай глебы, асабліва гэта датычыцца да першай і другой групы, якія вышлі ў пасёлак амаль зусім без с.-г. прылад, хоць другая група ўжо к 1928 году пачынае заводзіць чыгунныя льнамялкі і калёсы на зьлезным хаду. Трэцяя група і перад землеў-парадкаваньнем мела значную колькасць с. г. прылад і к 1928 году дае найбольшы тэмп росту с. г. прылад. Рост гэты ідзе ў невялікай ступені за лік паляпшэньня прыладаў апрацоўкі глебы, а галоўным чынам па-вялічваюцца малатарні, арфы, чыгунныя льнамялкі, калёсы на зьлезным хаду. За хуткасць тэмпу ўвялічэньня с.-г. прылад змагаюцца 2 групы 1-я і 3-я, але трэцяя бязумоўна мацней і можа хутчэй павялічваць тэмп разьвіцьця. Першая група дае большы тэмп чым 2-я, гэта сьведчыць аб тым што яна не расьсяляніваецца, а пераходзіць у сярэдняцкую групу. З боку забясьпечанасьці зямлі і тым больш працаўнікоў с. г. прыладамі, гэты рост перашагнуў ужо перадземлеўпарадкаваўчую норму, ня гледзячы за на тое што пахаць к сучаснаму моманту значна павялічылася. Усё-ж агульная норма забясьпечанасьці, асабліва першых двух груп, застаецца вельмі нізкай і яшчэ больш ніжэй была перад землеўпарадкаваньнем.

Жывёлы на 1 гасп. (руб.)  
Vichbestand auf eine Wirtschaft (in Rubeln)

Групы Gruppen	1921	1928	у $\frac{0}{100}$ к 1928 г. im $\frac{0}{100}$ zum Jahre 1928
I	78	131	168
II	206	240	117
III	125	453	362

Не засталася ў даўнейшым стане і жывёла, а змянілася і якасна, і колькасна. Наступная табліца паказвае агульны рост жывёлы ў асобных групах. Асабліва гэты рост адчуваецца ў 3-й групе, якая перад землеўпарадкаваннем мела жывёлы нават менш чым 2-я група, але пасля землеўпарадкавання значна развівае жывёлагадоўлю, дзякуючы чаму гэтыя гаспадаркі к 1928 году і папалі ў 3-ю групу. 1-я група таксама дае значны рост больш чым у 2-й групе. Апошняя жа аб тым, што 1-я група ў умовах пасёлку Маставага зьяўляецца групай жыццёвай.

Кошт асобных відаў жывёлым ў %  
Wert der einzelnen Viecharten in %

Групы Gruppen	Кони Pferde		Быдла Rinder		Оўцы Schafe		Сьвінны Schweine	
	1921	1928	1921	1928	1921	1928	1921	1928
I	51,5	41,9	33,8	43,8	2,4	4,9	12,3	9,4
II	40,4	48,5	49,0	40,7	3,9	4,2	6,7	6,6
III	41,7	56,2	38,6	33,4	9,4	2,4	10,3	8,0

У асобных групах па рознаму развіваліся асобныя віды жывёлы. Другая і трэцяя група найбольш звярнула увагу на працоўную жывёлу і зусім зразумела чаму. Аднаго каня, якога мелі большасць гаспадарак гэтых груп, пасля землеўпарадкавання не хапала і прышлося заводзіць двух, а некаторым гаспадаркам 3-е групы і 3-х коняй, у той час калі ў першай групе прыбаўка зямлі не патрабавала прыбаўкі коняй, а дала мажлівасць толькі іх паўней скарыстаць і толькі некаторым гаспадаркам патрэбна было завесці каня. Сказанае пацвярджаецца лічбай колькасці зямлі (гожае) на 1-го прац. каня.

Гожае зямлі (гэкт.)  
Nutz land (Hektar)

Групы Gruppen	На двор auf die Wirtschaft		На каня auf ein Pferd	
	1921	1928	1921	1928
I	3,81	6,56	3,8	5,8
II	6,53	9,18	5,6	5,4
III	6,62	10,9	5,2	5,0

Замест працоўнае жывёлы першая група дала найбольшы тэмп росту ў быdle, у той час як у другіх групах адносная вага быдла зменшылася.

Суадносіны ў дробнай жывёле змяніліся ў бок яе экстансыфікацыі. Усе групы далі меншы тэмп росту сьвіней, асабліва 1-я група, і дзве слабейшыя групы далі большы тэмп росту авечак.

Якасць жывёлы не засталася бяз зьмен, асабліва гэта варта зазначыць для коняй, быдла і сьвіней, таму што авечкі, у межах той мясцовае пароды, якая існуе і зараз, асобных зьмен у якасці даць ня могуць. Адносіць зьмены ў кошце да зьмены ў курсе рубля немагчыма таму што пры апытанні, ацэнка праводзілася па цэнах часу апытання г. зн. к

1928 году, і змены ў кошыце бязумоўна зьяўляюцца вынікам змены якасьці жывёлы. Асабліва, змены ў якасьці прыкметны ў 3-й групе, якая дала і найбольшы тэмп росту жывёлы наогул і гэты рост у значнай ступені залежыў ад паляпшэньня якасьці ўсіх відаў жывёлы.

Кошт 1-й галавы у руб. Preis eines Kopfes (in Rubeln)						
Групы Gruppen	К а н я Pferde		К а р о в ы Kühe		С ь в і н ь н і Schweine	
	1921	1928	1921	1928	1921	1928
I	40,0	42,5	26,2	56,7	6,0	8,5
II	68,3	72,8	44,6	52,0	9,9	12,1
III	38,2	101,0	25,6	60,3	9,0	14,8

Пачынае паяўляцца ў пасёлку і заводзкая жывёла: Ардэнскія коні, Швіцкія каровы, Іоркшірскія сьвіньні. К 1928 году гэта яшчэ адзіночныя выпадкі ў 3-й групе гаспадарак.

У сувязі з нязьменнай тэхнікай апрацоўкі пахаці, не ўстаноўленым яшчэ больш правільным пладазьменам, зьмяншэньнем колькасьці жывёлы на 1 гэкт. пахаці цяжка чакаць павялічэньня ўраджаяў, а наадварот па большасьці культур мы бачым зьмяншэньне ураджаю асобных культур.

Г р у п ы Gruppen	Ураджаі культур у кгр. на гэктар. Ernteertrag der Kulturen in Kg. vom Hektar								
	Ч а с Zeit	Ж ы т а Roggen	З ы м а в а пшаніца Winterweizen	Я р а в а я пшаніца Sommerweizen	А в ё с Hafer	Я ч м е н ь Gerste	Б у л ь б а Kartoffel	К а н ю ш ы н а Klee	
								1 год ein jährig	2 год. zwei jährig
I	1921	857	801	1014	680	910	10264	—	—
	1927	654	714	—	752	776	9767	6387	6267
II	1921	765	886	932	776	901	9802	—	—
	1927	632	790	771	668	763	9933	5155	3877
III	1921	816	927	939	806	891	10768	—	—
	1927	676	752	722	739	706	11075	6462	3938

Параўнаньне прыведзеных лічбаў ураджайнасьці выклікае шмат сумленьняў асабліва таму таму, што ўзяты для параўнаньня 2 гады з рознымі кліматычнымі адзнакамі, асабліва 1927 год у якім адзначаўся агульны неўраджай зярнёвых культур з-за вялікай вільготнасьці ў вясну 1927 году. Але табліца дае мажлівасьць устанавіць, што ўраджайнасьць на данай стадыі разьвіцьця гаспадаркі пасёлку не дае вялікай розьніцы ураджаяў у залежнасьці ад моцнасьці гаспадаркі, хаця мястамі як быццам усё-ж пяршыства застаецца за 3-й-групай.

Да гэтага часу ўся с.-г. вытворчасць вядзецца ў межах індывідуальнай гаспадаркі. Аграмаджэньне зачала толькі некаторыя моманты с.-г. культуры. У 1924 годзе па агульнай згодзе ўсіх пасялкоўцаў была прарыта

канава на балоце даўжынёй 145 кілём, што дало мажлівасьць скарыстаць няўжытковую зямлю пад такі від інтэнсыўных ужыткаў, як капусьнік.

У 1925 годзе было агульнае рашэньне прыступіць да пераходу на шматпалёвы севазварот, у выніку чаго амаль усе гаспадаркі вынеслі пасевы канюшыны ў поле і сеюць з агульнай згоды ў адным месцы. За апошнія мерапрыемства пасёлак атрымаў у якасьці прэміі сартоўку, якая таксама знаходзіцца ў агульным карыстаньні і амаль усе гаспадаркі ёй карыстаюцца для ачысткі і сартаваньня насеньня. У самы апошні час зьяўляюцца думкі на конт арганізаваньня машыннага т-ва, але вярхі вёскі забясьпечаныя с.-г. прыладамі пачынаюць супярэчыць і разьбіваць рознымі спосабамі думку аб машынным т-ве.

Усе прыведзеныя хоць і невялікія моманты грамадзкіх пачынаньняў у пасёлку, рабілі і робяць свой уплыў на арганізацыю гаспадаркі ў сэнсе пажаданых зьмен у ўжытках, культурах, эканоміі затрат на тыя сродкі вытворчасці, якія зьяўляюцца і ня рэнтабельнымі і не пад сілу асобным дробным гаспадаркам. Уплыў гэты часткова бязумоўна адбіўся і на роўсьце тых аснаўных сродкаў вытворчасці, якія мы разглядалі раней.

Калі-ж гэты працэс аграмаджэньня, хаця-б у самых элемэтарных формах машыннага т-ва, затрымаецца, дык працэс распластаньня вёскі, які і зараз пачаў вызначацца ў гэтым пасёлку пойдзе далей і шмат запатрабуецца розных мерапрыемстваў дзяржаўнай эканамічнай палітыкі каб верхавіна пасёлку не пачала пажыраць слабыя гаспадаркі, прапануючы свае паслугі сродкамі вытворчасці, бязумоўна за добрую ўзнагароду, як гэта здарылася і зараз з гаспадаркай, якая ня мае сродкаў вытворчасці і аддае за апрацоўку глебы сваю сенажаць.

Пасёлкі „Мыс“ і „Дзіравы Лог“ аднолькавыя па разьмерах у сучасны момант складаюцца ў аснаўным з другой групы гаспадарак, а раней складаліся з гаспадарак—вышэй сярэдніх, што відаць было з забясьпечанасьці колькасьцю сродкаў вытворчасці. Таму мы іх будзем разглядаць разам, робячы параўнаньне паміж імі, як атрымаўшымі зямлю розную па якасьці. Для разгляду бяром толькі адну групу, як аднаго так і другога пасёлку.

Сярэдня з узятых гаспадарак, як пасёлку „Мыс“ так і пасёлку „Дзіравы Лог“ перад землеўпарадкаваньнем мела сярэдняю норму землекарыстаньня. У працэсе землеўпарадкаваньня гаспадарка пасёлку „Дзіравы Лог“ атрымала прыбаўку і села на горшую зямлю, а „Мыс“ са скідкай атрымала лепшую зямлю. Апроч агульнай колькасьці кожны з пасёлкаў атрымаў і розны склад ужыткаў. К 1928 году зьмены ў ўжытках і землезабясьпечанасьці відаць з наступнай табліцы:

Назва пасёлкаў Benennung der Siedelungen	Ч а с Zeis	Усяе зямлі надвор. (гэкт.) Gesamt-Landteil auf eine Wirtschaft (ir Hektar)	Склад ужыткаў у % Bestand der Nutgländereien in %						
			Усяго im Ganzen	Сядзібы Hof	Пахаці Ackerland	Сенаж. Wiesen	Выпасу Weideland	Усяго ужытк. im Ganzen Nutzland	Няўжыт- коўнай Oedland
Дзір. лог . . . . . Dyriawy Log	1921	11,2	100	4,85	59,22	21,16	0,09	85,32	14,68
	1928	11,7	100	5,0	62,04	24,00	—	91,04	8,96
Мыс . . . . . Mysa	1921	11,3	100	5,70	58,16	12,54	—	76,40	23,60
	1928	8,4	100	7,26	72,89	18,28	—	98,43	1,57

Прыклад даных пасёлкаў паўтарае тэндэнцыі ўстаноўленыя ў пасёлку „Маставым“, г. зн. што з часам асобныя віды ужыткаў паступова перводзяцца менш інтэнсіўных у больш інтэнсіўныя. Так пасёлак „Дзіравы Лог“ амаль увесь выпас перавёў у пахаць і сенажаць, Пасёлак „Мыс“ няўжытоўныя землі амаль зусім зьнішчыў.

У скарыстанні пахаці аבודы пасёлкі адсталі ад усіх груп пасёлку „Маставога“. Плошча не занятога папару значная ў пасёлку „Мыс“ 28,5% ад пахаці, а ў „Дзіравым Лозе“ 26,3%. Апроч гэтага ў Дзіравым Лозе ў 1927 годзе мелася 4,6% пахаці недасеву і 1,4% аблогі. У параўнанні з мінулым (вясковым). Дзіравы Лог перашоў ад 36,2% незанятага папару да 26,3% і зьменшыў аблогу з 3,4% да 1,4%. Мыс-жа як меў 28,7% незанятага папару такі зараз мае, і толькі зьнішчыў 0,5% аблогі.

Назва пасёлкаў Benennung des Siedelungen	Ч а с Zeit	% склад культур % der Zusammensetzung der Kulturen									
		Зімовая жыта Wintergetten	Зімовая пшаніца Winterweizen	Яравыя зерні. Sommerkornen		Бульба Kartoffel	Лён Flachs	Выка Wicke	Канюш. Klee	Іншыя Sonstige	Усяго im Ganzen
				Экт. entens.	Інтв. intensive						
Дзір. лог Dyrjawy Lug	1921	41,6	4,5	22,9	10,4	15,2	5,4	—	—	—	100
	1927	41,0	6,6	27,0	6,2	11,7	4,4	0,2	2,0	0,9	100
Мыс Myss	1921	34,1	5,3	34,0	8,2	14,9	3,5	—	—	—	100
	1927	39,2	4,2	30,6	7,3	8,0	4,3	6,2	—	0,2	100

Пасеўная плошча асобных культур пасёлку „Дзіравы Лог“ з аднаго боку ў мяняецца напрамку невялікай экстансіфікацыі і з другога ідзе на абслугоўванне патрэб жывёлагадоўлі. Агульная плошча зярнёвых культур бульбы і лёну. Культура канюшыны толькі пачынае пранікаць у гаспадарку. Так з усіх гаспадарак у 1926 годзе канюшыну засеялі ўсяго 4 гаспадаркі і ў 1927 годзе да іх далучыліся яшчэ 4 гаспадаркі.

Пасёлак „Мыс“ больш за ўсё скараціў плошчу бульбы ўсіх іншых яравых зярнёвых і зімовай пшаніцы, павялічыўшы за гэта ў значной ступені зімовае жыта і аднагадовыя травы (выка) і ў нязначнай колькасці лён. Канюшына, ня гледзячы на незабяспечанасць сенажатнымі ужыткамі, пасьпела, пачынаючы з 1927 году, пранікнуць толькі на сядзібную плошчу ў паловы гаспадарак. Тэхніка па апрацоўцы глебы засталася нязьменнай.

Назва пасёлкаў Benennung der Siedelungen	Ч а с Zeit	Зьмена ў с.-г. прыладах (руб.) Aenderungen im lew. Inventar (in Rubelen)			
		На 1 расн. auf eine Wirtschaft	У % к 1921 году in % zum Jahre 1921	На 1 расн. пахані auf ein Hektar Ackerland	На 1 пра- цаўніка auf einen Arbeiter
Дзір. лог Dyrjawy Lug	1921	47,2	—	7,1	13,8
	1928	55,6	118	7,5	15,6
Мыс Myss	1921	41,2	—	5,7	11,9
	1928	45,4	110	7,4	12,9

Забяспечанасць с.-г. прылаламі змянілася ў малой ступені, як у вадным пасёлку, так і ў другім. Хоць кошт с.-г. прылад павялічыўся супроць таго, што было перад землеўпарадкаваннем, але ў такой невялікай колькасці, што раўнаваць гэты рост з ростам раней разгледжанага пасёлку немагчыма. Агульная-ж колькасць кошту у с.-г. прыладах застаецца і зараз большай, чым у двух першых групх пасёлку „Маставага“ і толькі трэцяя група „Маставага“ змагла, маючы перад землеўпарадкаваннем менш с.-г. прылад і на адзінку пахаці і на працоўную адзінку, перагнаць к 1928 году і „Дзіравы Лог“ і „Мыс“. Нялішне зазначыць што „Дзіравы Лог на горшай зямлі даў большы тэмп росту, чым „Мыс“ на лепшай. К сучаснаму моманту с.-г. прылады абодвух пасёлкаў складаюцца з звычайных прылад і ў сваім складзе ня маюць ні малатарні, ні арфы, ні якія-небудзь іншыя, больш буйныя с.-г. прылады.

Зьмены ў жывёле напрашваюцца самі сабой. Бязумоўна яны без асобных зьмен зямельнае плошчы і кармавых ужыткаў, а таксама без здавальняюча развітой плошчы пасеву кармовых культур, значна павялічыцца не маглі, а ў пасёлку „Мыс“ нават пашло яе скарачэнне ня толькі ў колькасці, як гэта можна было бачыць раней, а і ў якасці.

Назва пасёлкаў Benennung der Siedelungen	Ч а с Z e i t	Штук у пераказе на 1 гект. пахаці Stückzahl, berechnet auf in Hektar Ackerland	Агульны кошт Gesamtwert		% склад жывёлы (руб.) % Gehalt an Vieh (in Rubeln)			
			Руб. Rubel	У % к 1922 году in % zum Jahre 1921	Кони Pferde	Быдла Rinder	Авечкі Schafe	Сьвініны Schwein
Дзір. лог Dyrjuwy Lug	1921	0,83	246,5	—	53,0	33,4	7,4	6,2
	1928	0,87	246,9	100,1	46,9	38,9	8,6	5,6
Мыс . . . . Myss	1921	0,74	282,8	—	44,5	38,0	6,4	11,1
	1928	0,74	243,7	86,0	47,9	35,1	8,8	8,2

„Дзіравы Лог“ утрымаў сваю жывёлу і нават павялічыў яе колькасць, але павялічэнне гэта пашло галоўным чынам, за зьмяншэнне якасці, так што агульны кошт усяе жывёлы застаўся амаль што ня зьменным. Асабліва гэта павялічэнне датычыцца быдла.

„Мыс“ павялічыўшы нязначна авечак, утрымаў у такой-жа колькасці, як яна была і раней, працоўную жывёлу, знізіўшы трохі яе якасць і ў вялікай ступені, як па колькасці так і па якасці зьменшыў быдла і сьвіней.

Завадзкой жывёлы ні ў вадным пасёлку зусім няма.

Зьмен у ўраджаях дужа мала. Некаторыя культуры большыя даюць ураджаі чым перад землеўпарадкаваннем, а некаторыя наадварот. У пасёлку „Мыс“ ураджаі па большасці культур лепшэй, чым у „Дзіравым Лозе“, відаць таму што ён атрымаў пахаць лепшай якасці.

Моманты абагулівання асобных працэсаў с.-г. культуры ў абодвух пасёлках амаль зусім адсутнічаюць і толькі ў „Дзіравым Лозе“ ёсць зчаткі пераходу да грамадзкага шматпалёвага севазвароту, якія канкрэтна выяўлены ў вынясенні з 1927 году большасцю гаспадарак пасаваў кашыны ў поле ў адно месца, а таксама ёсць агульная пастанова аб пераходзе на правільны севазварот.

У выніку разгляду 2-х узятых пасёлкаў трэба зазначыць адно, што

гаспадаркі, забяспечаныя асноўнымі сродкамі вытворчасці пры землеўпарадкаванні, лепш сябе адчуваюць на большай колькасці горшай зямлі, чым на меншай, лепшай зямлі.

„Дзіравы Лог на горшай зямлі хутчэй перахварэў землеўпарадкаванні і разам з паляпшэннем культуры сельскае гаспадаркі пачынае павялічваць і сродкі вытворчасці — пачынае разьвівацца. Пасёлак-жа „Мыс“ і зараз яшчэ хварэе пасля землеўпарадкавання. Перанёшы старыя вясковыя прыёмы с.-г. культур на новае месца ў новыя ўмовы, ён да гэтага часу яшчэ не ачунаў ды і ня мог, таму што са зьменай зямельнай тэрыторыі, ужыткаў, якасці зямлі, трэба было змяніць і сыстэму гаспадаркі, чаго зроблена ня было.

Нам застаецца разгледзіць яшчэ вялікі пасёлак „Маставы“, які склаўся з гаспадарак розных па моцнасці і зараз мае ў сваім складзе тры групы. Гэты пасёлак цікавы з двух бакоў: па першае таму, што ён склаўся з розных груп і па другое таму, што ўсе гэтыя групы атрымалі па адной норме аднолькавую зямлю і вельмі цікава, як ідзе рост сельскае гаспадаркі пры такіх умовах у розных групках. Раўнуючы яго з іншымі пасёлкамі можна назіраць разьвіццё гаспадаркі асобных груп у розных умовах.

У процілегласць пасёлку „Маставому“ ў „Сядзібным“, усе з разглядаемых груп атрымалі зямлі менш, чым яе было ў вёсцы.

Зьмены ў забяспечанасці зямлёй у %  
Aenderungen in dem Versorgtsein mit Land in %

Групы Gruppen	Час Zeit	Усяго гэктар. im Ganzen Hektar	У % к 1921 г. in % zum Jahre 1921	Сядзібы Höfe	Пахаці Ackerland	Сенажаці Wiesen	Усяго ужытк. im Ganzen Nutzlanden	Няўжыт- коўнай Oedland
I	1921	7,54	—	7,8	68,2	20,2	96,1	3,9
	1928	6,07	80,4	13,6	63,4	19,0	96,1	3,9
II	1921	13,96	—	6,1	64,8	19,6	90,6	9,4
	1928	9,00	64,7	12,3	66,9	19,7	98,9	1,1
III	1921	16,08	—	5,8	64,2	21,0	91,0	9,0
	1928	8,21	51,0	11,4	68,3	20,3	100	—

% склад ужыткаў амаль ня змяніўся, толькі значна павялічыўся % зямлі пад сядзібай. Гэта зусім зразумела таму, што сам то пасёлак забраў сабе большасць ранейшых сядзібных зямель.

Няўжыткоўныя землі паступова пераходзяць у ўжыткоўныя, прычым у моцных гаспадарках значна хутчэй чым у слабейшых.

Пахатная плошча скарыстоўваецца ў асноўным па трохпалёваму севазвароту, аб чым кажа лічба незанятага папару: 31—32% ад плошчы пахаці і ў ваўсіх групках аднолькавая. Апроч гэтага ў першай групе ў 1927 годзе мелася 4,5% пахаці пад аблогай.

Сядзібная плошча, хоць і складае вялікі % ад усяе зямлі, але скарыстоўваецца на 50% пад пасевы звычайных палявых культур (збожжавых, бульбы, канюшыны) у аднолькавай ступені ў ва ўсіх групках.

Пасеўная плошча, прымушаная трымацца грамадскім трохпалёвым севазваротам у рамках аднолькавага % ад усяе пахаці ў ва ўсіх групках,

скарыстоўваецца па рознаму ў розных групах і зусім незгоджана са зьменамі культур у ранейшых пасёлках.

Групы Gruppen	Час Zeit	Плошча культур у % Flächenraum der Kulturen in %							
		Ярав. зернев. Sonntagskorn		Бульба Kartoffel	Лён Flechts	Выка Wicke	Усяго Im Ganzen		
		Жытэ Roggen	Зімов. пшан. Winterweizen					Экт. Inten- sive	Інтэн. Exten- sive
I	1921	42,2	4,6	31,3	2,6	14,9	4,3	—	100
	1927	43,4	4,8	28,5	6,1	12,3	3,9	0,9	100
II	1921	39,5	5,3	32,8	6,0	12,7	3,6	—	100
	1927	40,7	4,4	31,9	6,0	14,1	2,6	0,3	100
III	1921	41,6	5,0	31,1	7,2	12,1	2,9	—	100
	1827	35,1	4,2	27,2	16,7	14,0	2,7	—	100

Атрымаўшы лепшую па ўгноенасці пахаць, амаль усе групы імкнуцца скарыстаць яе найбольш інтэнсыўнымі культурамі. У найменшай ступені ўдаецца гэта зрабіць першай групе, якая ня здолела яшчэ давесці пасевы бульбы да ранейшых разьмераў, але ў той-жа час мы бачым значнае пашырэнне пасеваў інтэнсыўных зярнёвых. Другая група ідзе ў гэтым адношанні далей, а трэцяя дае значныя змены, павялічыўшы плошчу інтэнсыўных яравых, бульбы і скараціла нават пасевы зімовых культур асабліва жыта. Плошча пад лёнам у ва ўсіх групах падае. У 2-х першых групах пачынае паяўляцца выка, а канюшына папала толькі ў невялікай колькасці, прыблізна ў палову гаспадарак, на сядзібную плошчу.

Тэхніка, як апрацоўкі так і ўгнаення пахаці застаецца нязьменнай і ніводная гаспадарка штучных угнаенняў ня ўжывае.

С. - Г. прылады (руб.) Ldw. Inventar (in Rubelen)					
Група Gruppen	Час Seit	На 1 гаспадар. auf eine Wirtschaft	У % к 1921 г. in % zum Jahre 1921	На 1 гэкт. пахаци auf einen Hektar Ackerland	На 1 працаўн. auf einen Arbeiter
I	1921	16,0	—	3,1	6,7
	1928	17,4	108,8	4,5	6,0
II	1921	47,9	—	5,3	12,8
	1928	53,9	112,5	8,9	14,5
III	1921	48,8	—	4,9	13,8
	1928	166,2	340,6	29,5	43,1

Сельска-гаспадарчыя прылады ў ва ўсіх групах даюць прырост. У першай і другой гэты прырост нязначны, і вельмі вялікі прырост дае трэцяя група.

Прырост у трэцяй групе ідзе галоўным чынам за кошт дарагіх машын (малатарні, арфы) і паляпшэння транспарту і ў малой ступені. кранае прылады, якімі працуюць у полі.

‰ склад жывёлы (р у б.)  
‰ Gehalt an Vieh (in Rubeln)

Групы Gruppen	Ч а с S e i t	На 1 га сп. auf eine Wirtschaft	У ‰ к 1921 г. im ‰ zum Jahre 1921	Коні Pferde	Быдла Rindvieh	Оўды Schafe	Сьвіньні Schweine	Усяго in Ganzen
I	1921	103,4	—	47,8	37,6	7,6	7,0	100
	1928	106,0	102,9	43,0	47,3	5,9	3,9	100
II	1921	276,3	—	47,4	37,6	6,7	8,3	100
	1928	217,3	78,7	51,0	32,5	7,5	9,0	100
III	1921	432,1	—	63,2	28,1	4,5	4,1	100
	1928	364,8	84,5	54,3	36,1	5,6	4,0	100

Другі від сродкаў вытворчасці — жывёла дае як раз адваротную тэндэнцыю. У той час калі першая група дае так-сама нязначную прыбытку ў агульным кошце жывёлы, другая і трэцяя групы даюць яе значнае змяншэнне.

У першай групе, дзе агульны кошт жывёлы застаўся амаль нязменным, зменшыўся агульны кошт коняў і галоўным чынам за іх якасць. Быдла ўзрасла як за лік колькасці так і за лік якасці (лік галоў быдла ў перакладзе на дарослую у 1921 годзе—1,05, у 1928 годзе—1,17, кошт каровы 1921 г.—37 руб., 1928 г.—42 р.). Сьвінагадоўля скарацілася галоўным чынам у колькасці сьвіней.

Змяншэння агульнага кошту жывёлы ў другой групе пашло галоўным чынам у галіне быдла і больш за ўсё зменшылася яго колькасць. Працоўная жывёла зменшылася ў невялікай колькасці, таму адносная вага ў ва ўсёй жывёле яе ўзрасла.

Трэцяя група як абсалютна так і адносна зменшыла працоўную жывёлу і трохі сьвіней, а быдла і авечкі ўзраслі.

Ураджай, як вынік затрат пэўнай колькасці сродкаў вытворчасці і працы, даў змены нязначныя, так як усе іншыя пасёлкі, але ў гэтым пасёлку найбольш рэзка выдзяляецца ўраджайнасць у асобных групах. У той час, калі ў першай групе амаль усе культуры, даюць змяншэнне ўраджаяў, у другой частка культур даюць павялічэнне, а ў трэцяй амаль усе культуры або павялічылі ўраджай, або засталіся бяз змены. Другога і чакаць было цяжка бяз змен тэхнікі. Якасць-жа глебы адбілася толькі на прапорцы культуры.

Пасёлак „Зарэчкі“ за невялікай колькасцю ў ім гаспадарак, а разам з гэтым і малой пэўнасцю атрыманых сярэдніх лічбаў разглядаць ня варта. Агульная тэндэнцыя змен у маёмасці выяўлена раней, падвярджаецца і ў далейшым. Пасёлак к 1928 гаду зменшыў жывёлу і галоўным чынам працоўную. Павялічэнне с.-г. прылад, галоўным чынам за лік малатарні і арфы ішло ў адной з гаспадаракі паляпшэння транспартнага інвэнтару.

Пахатная плошча скарыстоўваецца бяз правільнага севазвароту, хця спробы ў 1925 годзе яго ўстанавіць былі. Канюшына ня сеецца. Павялічыўся  $\frac{0}{10}$  пахадзі пад бульбай.

Сканчваючы разгляд зьмен у будове асноўных элемэнтаў сельскае гаспадаркі ў сувязі з пасёлкавым землеўпарадкаваньнем намячаюцца наступныя першапачатковыя вынікі. Першапачатковыя таму што для канчатковага іх устанавленьня патрэбна больш аб'ектаў назіраньня, а не адно паселішча і большы лік матар'ялаў.

1. Пры выхадзе на пасёлкі двары падбіраюцца ў аснаўным па моцнасьці і сваяцтву, застаўляючы на месцы пасёлка з розных груп сялянскіх гаспадарак.

2. Падбор гаспадарак па моцнасьці стварае добрыя ўмовы для пачатку абагульваньня працэсаў с.-г. вытворчасьці, прычым хутчэй гэтыя працэсы разьвіваюцца ў пасёлках менш забясьпечаных сродкамі вытворчасьці.

3. Выраўніваньне зямлі паміж дварамі прапарцыянальна душам, пры аднолькавых надворных эканамічных умовах, стварае добрыя ўмовы для дзлейшага выраўніваньня сродкаў вытворчасьці.

4. Самыя слабыя гаспадаркі для свайго разьвіцьця знаходзяць найлепшае месца на лепшай зямлі хоць і не вялікай колькасьці. Гаспадаркі сярэднія і ніжэй сярэдніх, пры розных глебавых умовах даюць гаспадарчы рост. Сярэднія і звыш сярэдніх гаспадарак найлепшыя ўмовы знаходзяць на глебах горшай якасьці, але на большай яе колькасьці, у той час калі малая колькасьць зямлі меншай якасьці не стварае належных умоў для разьвіцьця гаспадаркі.

5. На глебах сярэдняй і горшай якасьці, разам з прыбаўкай зямлі, павялічваюцца экстэнсыўныя культуры і зьмяншаюцца інтэнсыўныя, на глебах меншай якасьці з зьмяншэньнем агульнай плошчы наадварот, пры чым у моцных гаспадарках у большай ступені.

6. Агульны кошт жывёлы павялічваецца разам з ростам зямельнае тэрыторыі ў ва ўсіх групах, пры чым больш у гаспадарках моцных, з зьмяншэньнем плошчы землекарыстаньня зьменшваецца і агульны кошт жывёлы, за выключэньнем гаспадарак мала забясьпечаных жывёлай.

7. Кошт с.-г. прылад разам з прыбаўкай зямлі расьце: ў першых двух групах за рахунак колькаснага і якаснага боку звычайных с.-г. прылад, у моцных жа гаспадарках і ў значнай ступені за рахунак складаных машын і транспарту. Моцныя гаспадаркі якія зьменшваюць плошчу і жывёлу ў значнай ступені павялічваюць складаныя прылады і транспарт.

8. У ва ўсіх пасёлках і групах разам з землеўпарадкаваньнем ідзе працэс асваеньня няўжытоўных зямель і перавод экстэнсыўных ужыткаў у больш інтэнсыўныя.

*Х. Плятнер.*

## Wechselbeziehungen im Aufbau der Grundelemente der Landwirtschaft im Zusammenhange mit einer Landeinrichtung auf Siedelungen.

### Zusammenfassung.

Aus dem im Obigen betrachteten Materiale lassen sich folgende vorläufige Schlussfolgerungen ziehen. Vorläufig deswegen, weil man zu einer endgültigen Fassung derselben einer grösseren Anzahl von Beobachtungs-Objekten, sowie einer mehr ins Einzelne gehenden Untersuchungsmethode bedarf.

1. Bei einem Uebergange zu Siedelungen werden hauptsächlich die Wirtschaften nach ihren wirtschaftlichen Kräfteverhältnissen und nach ihrem Verwandtschaftsgrade ausgewählt, wobei an Ort und Stelle eine aus verschiedenen Gruppen bäuerlicher Wirtschaften zusammengesetzte Siedelung verbleibt.

2. Die Auswahl der Wirtschaften nach ihren wirtschaftlichen Kräfteverhältnissen gewährt vortreffliche Bedingungen, um das Einsetzen der Vergemeinschaftlichung von Processen des landwirtschaftlichen Betriebes ins Werk zu setzen, wobei sich diese Prozesse rascher in solchen Siedelungen, die in geringerem Masse mit den notwendigen Betriebsmitteln versorgt sind, entwickeln.

3. Ein Ausgleich der Landanteile unter den Wirtschaften proportional der Seelenanzahl, bei gleichen äusseren ökonomischen Verhältnissen, bietet ausgezeichnete Bedingungen für einen späteren Ausgleich der Betriebsmittel.

4. Die allerschwächsten Wirtschaften finden ihre beste Statt auf gutem Boden, wenn auch bei geringem Flächengehalte, Mittlere und unter dem Mittel stehende Wirtschaften weisen bei verschiedenartigen Bodenverhältnissen einen Zuwachs der Wirtschaft auf. Mittlere und über dem Mittel stehende Wirtschaften finden ihre besten Entwicklungsmöglichkeiten auf Böden, die ihrem Gehalt nach ärmer sind, aber mehr Flächenraum besitzen, während eine geringere Menge Landes von besserer Zusammensetzung keine günstigen Bedingungen für die Entwicklung dieser Wirtschaften darbietet.

5. Auf Böden von mittlerer oder schlechter Beschaffenheit mit verstärkter Landzuweisung vermehren sich die extensiven Kulturen, während die intensiven abnehmen, auf Böden von besserer Beschaffenheit mit verringerter Gesamt-Bodenfläche dagegen umgekehrt, wobei in besonders hohem Masse bei Wirtschaften mit grosser Arbeitskraft.

6. Der allgemeine Wert des Viehes steigt zugleich mit dem Anwachsen der Bodenfläche in allen Gruppen, dabei in stärkerem Grade in wirtschaftlich starken Wirtschaften. Mit dem Sinken des Flächenraumes der Landnutzung sinkt auch der allgemeine Wert des Viehes, mit Ausnahme derjenigen Wirtschaften die mit Vieh schwach versorgt sind.

7. Der Wert der landwirtschaftlichen Maschinen und Geräte wächst an bei verstärkter Landzuweisung: in den beiden ersten Gruppen auf Kosten der Anzahl und der Güte gewöhnlicher landwirtschaftlicher Geräte, in arbeitskräftigen Wirtschaften jedoch in hohem Masse auf Kosten complicirter landwirtschaftlicher Maschinen und Beförderungsmittel. Arbeitskräftige Wirtschaften vermehren in wesentlichem Grade complicirte landwirtschaftliche Maschinen und Beförderungsmittel, in wie weit sie ihre Bodenfläche und ihren Viehstand verringern.

8. In allen Siedelungen und Gruppen vollzieht sich zugleich mit der Landeinrichtung der Process einer Besitzergreifung und Nutzbarmachung von Oedländereien und ein Uebergang von extensiven Kulturmethoden zu intensiveren.

*F. Platner.*

## К вывучэньню дынамікі цэн на лес<sup>1)</sup>

У праф. Несьцярава, у яго артыкулу ў „Лесапрамышленным вестніку“ ад 26 мая за 1916 г. „Движение цен на лес под Москвой за последние 50 лет“ мы чытаем: „Изменение цен на лес во времени, или т. н. в лесоводственной науке рыночный прирост древесины, другими словами прирост по дороговизне, представляет жизненный интерес для потребителя древесины, а равно и для лесного хозяйства, как производителя его“ і далей: „С общей политикоэкономической точки зрения исследование вопроса об изменении цен на лес во времени — необходимо для освещения пути, по которому должно направляться рациональное землепользование“... Гэтак пісаў праф. Несьцяроў яшчэ ў 1-ай палове 1916 г. Цэны-ж на лес год за годам усё вышэй і вышэй узьнімаюцца і адышоў у спрадвечасьць той час, калі дзесяціна яловага лесу на зруб каштавала 58 рублёў, як у 1880 г. і яшчэ 20 гадамі раней 30—35 р. К сучаснаму моманту мы маем шмат ужо бязлеснай тэрыторыі ў абшарах Савецкага Саюзу, у прыватнасьці на ўсходнім баку БССР, дзе лясістасьць Віцязьскай, б. Калінінскай і Аршанскай = 17,6—19,7%, дзе лясістасьць нашага Горацкага раёну складае 8,4%, дзе мясцовае насельніцтва адчулае востры недахоп у драўніне, дзе патрэбы яго здавальняюцца толькі на 15% — затым, што ва ўсім прамяжніку на ўсход ад Горацкага лясніцтва да чарговага лясніцтва ўжо ў абшарах Смаленшчыны дробныя лясы былых прыватных уладароў павырублены і насельніцтва з гэтых аблясіўшыся мясцовасьцямі прымушана зьвяртацца за лесам у Горацкае лясніцтва. Але ўзрост цэн на лес, ня гледзячы на усё яго вялікае значэньне, не абмяркоўваецца пры розных зьявішчах нашага гаспадарчага жыцьця. Напрыклад: бывае запродаж лясных матар’ялаў на некаторы лік гадоў наперад бяз вучоту ўздаражаньня лесу за гэты час; пры лесаўпарадкаваньні ў канцы справаздачаў каротка ўказываецца на чакаемую прыбытковасьць упарадкаванай дачы, — але ў ацэнках праекціруемых лесасек уздаражаньне лесу ня прыймаецца пад увагу, ня вылічаецца, а праз гэта — вывады чакаемае прыбытковасьці з’яўляюцца па большасьці выпадкаў груба неправільнымі, а значыць ня зусім дасягаюць сваёй мэты; пры выпрацоўцы таксаў уздаражаньне лесу таксама па большасьці ня прыймаецца пад увагі, хаця покуль складаюцца, ходзяць на зацьвярджэньне ў цэнтральныя ўстановы — праходзіць некалькі гадоў, на працягу якіх паступаюць гэтакія зьмены, што новыя таксы к часу вытвору па ім ацэнкі ўжо зьяўляюцца некулькі ўстарэўшымі. Між тым узрост цэн на лес не настолькі малы, каб на яго не зьвярталася ўвагі, бо як угледзім далей % штогодняга ўзрастаньня драўніны выражаецца па Горацкай дачы 3,8%.

Пры вывучэньні пытання дынамікі цэн трэба адрозьніваць рыначныя цэны на лясныя матар’ялы, г. з. прадажныя цэны на рынку ад каранё-

<sup>1)</sup> З дыплёмнай працы выкананай пры катэдрэ лясно-эканомікі і статыстыкі.

вых цэн—прадажнай каштоўнасці леса на караню, паступаючай непасрэдна ў касу лясніцтва. У руку тых і другіх, як піша праф. Несьцяраў—ня толькі няма пэўнага паралелізму, але як паказвае гісторыя могуць быць і абратныя суадносіны. Дзяшовае распілоўка і апрацоўка дрэва, дасягаемая прыстасаваннем паравых машын, развіццё лясное таргоўлі, палепшаньне шляхоў транспарту лесу—дзякуючы гэтым фактарам рыначныя цэны могуць знізіцца, ці застацца зусім бяз змены, у той час, як карняя каштоўнасць лесу па мейсцу яго здабычы больш, менш узнялася. З агульныходам эканамічнага жыцця мы маем павышацельны рух каранёвых цэн на лес (Несьцяроў) усюды, што зусім зразумела, так як у сілу няўхільных законаў прыроды—зямная куля лысея і лес даражэя. Так як лесамастар'ялы належаць да грузаў, якія ня вытрымліваюць далёкага транспарту сухаземным шляхам, то ў розных раёнах нашае дзяржавы ўздаражаньне лесу ва ўрэмені ідзе з надта рознай інтэнсіўнасцю. Мною вывучалася па заданьню катэдры лясное эканомікі Б. Д. А. С. Г. дынаміка прадажных цэн леса на караню (каранёвых цэн) і дзесяціны па Горацкай дачы, Горацкага лясніцтва з 1880 году, за які пачынаюцца архіўныя даныя ў лясніцтве па 1925/26 кашт. г.—за 46 гадоў. Кіраваўся я ў гэтым вышэйпаказанай працай праф. Несьцярава, па прапанове праф. В. І. Перахода.

Мною прыведзены дзеля кожнага году веда аб прадажнай каштоўнасці на караню некалькіх тыпічных дзесяцін сырарослага яловага лесу, з якіх выведзена сярэдняя цэна 1 дзесяціны. Пры чым дзеля кожнага году са справы аб водпуску лесу, а калі яе ня было, дык з лесасек, прызначаных у рубку ў такі-жа год браліся некалькі дзялянак: з аднолькавым складам дрэвастану па пародах, з аднолькавай прапорцыяй змяшчэння парод, з аднолькавай колькасцю запасаў ад 25—35 куб. саж. на дзесяціне, з аднолькавым размярканьнем запаса на будоўны і дрывяны лес, з аднолькавымі суадносінамі сьпелых, сярэдніх і маладых узростаў дрэвастану, выражанымі ў  $\%$ . Гэтак тыповы склад па пародах з прапорцыяй змяшчэння парод складаецца:

з елкі . . . 0,6	} + ліпа і ліпавы хвораст ад 1—0,25 куб. с. на дзесяціне ў сярэднім.
„ асіны . . . 0,2	
„ клёну . . . 0,1	
„ бярозы . . . 0,1	

Будоўнага лесу на дзесяціне—58 $\%$ , дрывянога 42 $\%$ .

Суадносіны сьпелых, сярэдніх і маладых узростаў дрэвастану выражаюцца ў  $\%$  гэтак:

сьпелых на 1 дзесяціне . . . . .	50 $\%$
сярдніх „ 1 „ . . . . .	40 $\%$
маладых „ 1 „ . . . . .	10 $\%$

Пры звароце рубкі дзеля елкі, асіны, бярозы, клёна—80 гадоў, ліпавага хворасту 10 гадоў (з гадавых справаздачаў). Калі яшчэ ў пачатку дасьледваемых гадоў сустракаецца ўсюды ліпа, дык к канцу, к нашаму часу яе зусім няма.

Вось гэтакая характарыстыка дзелянак зь'яўляецца тыповою дзеля ўсяе мае колькасці дзесяцін, па якіх устанаўліваў сярэдняю прадажную цэну дзесяціны яловага лесу на караню. Ва ўсіх выпадках старанна абыходзіў прымесь дуба—ня браў у розьлік дзялянак с прымесьцю дуба к астатнім пародам дрэвастану, бо гэта казалася б на цэне і парушыла б характар самое дынамікі, дасьледуемае дзеля яловага дрэвастану з пры-

месью тых парод, якія ўказаны вышэй і ў якіх адсутнічалі-б якія не будзь стыхійныя папсаваньня: як-та пажарамі, бурамі, ці шкоднікамі. Пры чым браліся дзялянкі бязумоўна суцэльнае высечкі. Вось звесткі аб гэтых сярэдніх цэнах (у даваенных 1913 года рублѣх) за ўрэмя з 1880—1925/1926 г. (гл. старонку 71).

Дзеля цэльнасьці лічбаў у даваенных рублях мной цэны за 1923/24, 1924/25 г. і 1925/26 г. па даных лясной успамагальнай кніжкі праф. Арлова, (па індэксу Дзяржпляну суадносіны чырвонага рубля пачатку 1924/25 каштарыс. году да рубля даваеннага 1913 г. складаюць 0,61 р., а суадносіны чырв. рубля на 1 студз. 1926 г. да рубля 1913 г.—54 даваен. кап.), пераведзены ў даваенныя рублі. Індэкс дзеля 1923/24 г. я ўзяў той-жа самы, што і дзеля 1924/25 г. За адсутнасьцю індэкса дзеля пераводу рубля для 1916, 1917 г. г. к даваенным, цэны застаюцца ў абсалютных сваіх лічбах. Але за гады 1914, 1915 гг. хоць і няма пераводных каэфіцыентаў к узроўню даваеннага рубля, прыведзены ўсе неабходныя на іх вылічэньня. Мною таксама быў вылічаны, як па 5 годзьдзям, гэтак і за абое паловы пэрыяду і за ўвесь пэрыяд  $\%$  уздаражаньня драўніны, які зьяўляецца вынікам нарастаньня, з працягласьцю часу, таксавых цэн на лес. Па Прэсьлеру нарастаньне цэны аднолькавае якасьці складае так званы *Teuerungszuwachs* (прырост уздаражаньня) і  $\%$  гэтага прыросту знаходзіцца па агульнай фармуле Прэсьлера дзеля вылічэньня прыроста.

$$T = \frac{200}{n} \cdot \frac{t_2 - t_1}{t_2 + t_1}$$

дзе  $n$ —лік гадоў,  $t_2$ —таксавая цэна цяпер  $t_1$ —таксавая цэна  $n$  гадоў таму назад.

Процэнт штогодняга ўздаражаньня лесу па адзельным пяцігодзьдзям, за I палову пэрыяду, за II палову пэр., за ўвесь пэр. часу з 1880—1925/26 г. г., вылічаны па форм. Прэслера  $\frac{200}{n} \cdot \frac{t_2 - t_1}{t_2 + t_1}$ .

1880—1884	1888—1890	1891—1895	1896—1900	1901—1905	1906—1910	1911—1915	1923/24—1925/26	Сярэдні <sup>0</sup> прыросту уздараж. за ўсе 5 годзьдзя	$\%$ прыросту уздараж. за I палову пэрыяду 23 г. (з 1880-1903)	$\%$ прыросту уздараж. за II палову пэр. 23 г. (1904-1925/26 г.)	$\%$ прыросту ўзд. за ўвесь пэр. 46 г. (1880-1925/26 бяручы сяр. лічбы 5-г.)	$\%$ прыр. ўзд. за ўвесь пэр. 462 г. г. (1880-1925/26 г.) бяручы крайнія лічбы
2,5	4,5	4,0	6,76	4,0	6,80	9,6	9,9	6,0	4,9	5,7	3,76	3,87

Як пішацца ў гадавых справаздачах аб водпуску лесу за гады 1880—1900, па случаю воддальнасьці дачы ад пунктаў збыту (да бліжэйшага сплаўнага шляху ў Воршы 43 кілём.) прадстаўляўся з яе адзін толькі ўнутраны збыт на патрэбы мясцовага насельніцтва, які ня дасягаў магчыммага па становішчу дачы водпуску лесу, бо Горацкае лясніцтва складалася з 6 дачаў агульнай плошчай 22302 гэкт., выгаднай 19998 гэкт. Сучасная Горацкая дача складала тагды 8699 гэкт., выгаднае 7099 (па даных на 1880 г.)<sup>1)</sup>. Акрамя гэтага на ўсход і на захад ад дачы, было шмат невялізных лясных плошчаў прыватных уладароў.

<sup>1)</sup> К цяперашн. часу агульнае плошчы на дачы 7362 г., выгаднае 6532 гэкт.

Сярэдняя прадажная цана (у даваенных рубл. 1913 г.) дзесяціны лесу на караню<sup>1)</sup>

Гады	Колькасць дзесяцін прынята ў разлік	Каштоўнасць тэгае колькасці дзесяцін у рублех і капейках	Сярэдняя прадажная цана 1 дзес. лесу на караню ў даваен. руб.	Сярэдняя цана 1 дзес. лесу за п'яцігоддзя	Увага
1880	4,87	282 р. 50 к.	58	60	
1882	3,55	205 р. 90 к.	58		
1883	5,0	300 р.	60		
1884	3,0	192 р.	64		
1888	3,36	275 р. 53 к.	82	88	
1889	3,36	292 р. 30 к.	87		
1890	3,15	296 р. 10 к.	94		
1891	3,0	294 р. 20 к.	98	109	
1893	5,0	330 р. 40 к.	106		
1894	4,3	473 р. 20 к.	110		
1895	4,3	516 р. 50 к.	120		
1896	5,3	689 р. 37 к.	130		
1897	6,04	845 р. 60 к.	140	154	
1898	4,7	695 р. 60 к.	148		
1899	40,3	6680 р.	167		
1900	44,2	8052 р.	183		
1901	25,0	4750 р.	190	217	
1903	35,0	7525 р.	215		
1904	40,0	9320 р.	233		
1905	45,0	10350 р.	230		
1906	43,6	10464 р.	240		
1908	30,4	8208 р. 40 к.	270	291	
1909	34,1	10710 р.	315		
1910	30,0	10200 р.	340		
1911	30,6	11016 р.	360		
1912	30,0	11400 р.	380	434	Цены ня пераведзены к даваенным руб. 1913 г.
1913	64,9	26585 р.	409		
1914	24,0	10320 р.	430		
1915	22,0	13002 р. 80 к.	591		
1916	30,0	22980 р. 40 к.	766		
1917	175,7	204189 р.	1160	963	Цены ня пераведзены к даваенным руб. 1913 г.
1923/24	4,9	6585 р. 60 к. = 1344 р. = 820			
1924/25	60,0	75000 р. = 1250 р. = 762		900	
1925/26	17,07	35300 = 2068 = 1117			

<sup>1)</sup> Па Горацкай дачы, Горацкага лясніцтва за пару з 1880—1925/26 г., з паказаннем колькасці дзесяцін прадаванага лесу, якая была прынята ў разлік пры вылічэнні сярэдняй цаны, з паказаннем сярэдняй цаны па п'яцігоддзям.

З-за сустрэўшыхся тэхнічных перашкод пры друкаванні нельга змясціць графіка з крывой узрастання прадажнай цаны 1 дзес. леса на караню за 46 г. (1880—1925-26 г. г.)

Наогул уся плошча лясная б. Горацкага павету к 1880 г., па даных П. Мурамцава „Леса и лесное хозяйство Могилевской губ.“, (агульная тэрыторыя толькі ў тры разы большая за агульную тэрыторыю сучаснага Горацкага раёна) складала 77764,4 гэкт. на ўсю плошчу тэрыторыі 285028,5 гэкт. (калі цяпер плошча ляснога фонду па раёну—7634 гэкт. на 92740 гэкт. агульнае плошчы раёну, г. э. прайзашло зьмяншэньне плошчы ляснога фонду ў 3,3 па раёну).

Зразумела, што ўсё гэта не магло не сказацца на раўнамерным супакойным узьняцьці каранёвых цэн на дзесяціну леса у І палову разглядаемага пэрыяду. Трэба адмеціць  $\%$  уздаражаньня драўніны, г. зн. 1 дзесяціны лесу за 5-годзьдзе з 1906—1910 г., які дасягнуў 6,8 $\%$ . Таксама сярэдняя цана за пяцігодзьдзе з 1906 па 1910 г.—291 р., на 74 р. адрозьніваецца ад цаны пяцігодзьдзя з 1901—1905 г. Тут цэны больш шпарка ўзрастаюць у абсалютных лічбах, асабліва гэты скачок мы наглядзем к 1909 году, калі лес з Горацкае дачы находзіў часткова сабе збыт на больш воддаленых рынках, як Ворша, Магілёў, Шклоў—у якасьці піленае драўніны, апрацоўваемае на адчыніўшымся ў Зубрах лесапільным заводу прыватнага ўладара.

Прадпрыемства было невялікае і бязумоўна яно не магло паглынаць хоць сколькі небудзь значную колькасьць драўніны, якая магла быць адпушчанай па становішчу дачы, але ў гісторыі эксплёатацыі лесу з Горацкага лясніцтва—гэта была першая спроба  $\%$  уздаражаньня лесу, які ўзьняўся да 6,8 $\%$  за гэтае пяцігодзьдзе ўжо больш ня зніжаецца, а як мы бачым усё больш павышаецца на далей. Трэба дадаць, што Сталыпінская хутарская рэформа сказалася к гэтаму часу на перадачы лясных плошчаў ў земфонд, пад карыстаньне, з Горацкае дачы. Горацкая дача па зьвестках 1911 г. ужо к гэтаму часу складае агульнае плошчы 8356,05 гэкт., выгаднае 6651,7 гэкт., а само лясніцтва пасья рэарганізацыі і пасья лесаўпарадкаваньня 1908 г. складаецца з Горацкае і Міхайлаўскае дачы (агульная плошча 405,9 г. выгоднае 399,9 гэкт.) па агульнай плошчы 8762,35 г., выгаднай 7051,6 гэкт. Нельга не сказаць таго, што скарачэньне лясное плошчы не магло аказаць увагі на ўздаражаньне цэн на лес. Пяцёхгодзьдзе з 1911—1915 г. характарызуецца далейшым узростам цэн на лес у абсалютных лічбах, а адсюль  $\%$  уздаражаньня, які раўняецца 9,6 $\%$ .

Акрамя ўздаражаньня жыцьця наогул у гады бойкі 1914—15 годзе і спаду курсу рубля, на ўзрастаньне цэн на лес аказваюць увагу, як пачаўшаяся пабудова чыгуначнага шляху веткі Ворша—Вунеча, гэтак і пабудова другога лесапільнага заводу ў веске Ліхачове прыватным уладаром, які ў 1925 годзе злучылі з Зубраўскім. Павялічыўшаяся спажываньне драўніны ў параўнаньні з 1909 годзе к гэтаму часу, не магло не адбіцца на скачку цэн з 430 р. у 1914 г. на 591 р. у 1915 г. У далейшым па меры усе большага спажываньня драўніны, вызванага к таму-жа вайною, па меры ўсё большай высечкі лесу прыватнымі ўладарамі на ўсход і на захад ад Горацкага лясніцтва цэны ўсе ўзрастаюць. З гэтага пяцігодзьдзя драўніна з Горацкага л-ва пачынае ўсё больш і больш і пераважна ў якасьці піламатар'ялаў, пранікаць на рынкі Воршы, Шклова, Копыся, Магілёва, якія складаюць мясцовую гандлёвую вобласць дзеля гэтых дзвюх дач лясніцтва. І ўрэшце адчыніўшаяся чыгуначная ветка Ворша-Вунеча, стаўшая к 1923 г. бесперапынна функцыяніраваць, адчыненьне яшчэ 3-га заводу лесапільнага ў г. Горках, а галоўнае адчыніўшыся чыгуначны шлях—сказаўся на ўзмацнёнай эксплёатацыі Горацкае дачы з боку лесатрэстаў, ужо ў ушчэрб мясцоваму спа-

жываньню. Драўніна з дачы, як у вобразе піленага лесу, гэтак і бярвеньнямі-стайкамі, дасягае партоў Чорнага і Азоўскага марэй (у меншай частцы Ленінграду, Віцебску, Бранску) і гэта сказалася на дасягненні каштоўнасьці дзесяціны лесу на зруб да 1117 р. у рублях 1913 г., ці 2068 р. у лічбах рублёў 1925/26 гг. і ўзьняцьці  $\%$  уздаражаньня драўніны да 9,9. Спажывуцамі драўніны аказаліся і загат. канторы чыгуначных шляхоў і Смалес і Сернікатрэст, лясныя заводы, установы Воршы і г. д. Некаторае зьніжэньне цэн у 1924/25 г., тлумачыцца малым  $\%$  гандлёвае наддачы на каранявую цану—15 $\%$ . Вось дынаміка росту прадажных цэн на і дзесяціну яловага лесу на карню на Горацкай дачы. Яна характарызуецца слабым паступовым  $\%$  уздаражаньня лесу за I палову пэрыяду 23 гады (1880—1903 гг.), выражаемым 4,9 $\%$  і шпаркім узьняцьцем  $\%$  ўздаражаньня ў II палову (з 1903—1925/26 гг.), выражаемым 5,7 $\%$ , дашоўшым з правядзеньнем чыгуначнага шляху да 9,9 $\%$ . А для ўсяго разглядаемага пэрыяду часу 46 гадоў—гэты  $\%$  выражаецца 3,8 $\%$ , калі возьмем сярэднія лічбы (а не крайнія) 5-годзьдзю I і апошняга (сярэднія лічбы бяру з прадасьцярожнасьцю). Гэтае ўздаражаньне лесу ідзе нязьменна і бязупынна із года ў год незалежна ад зьмены асоб (кіруючых гаспадаркай) і зьмен сацыяльнага і палітычнага жыцьця, нягледзячы на спажываньне мінеральнага топліва, на замену ў гарадох у будоўнай тэхніцы дрэва камнем і, іншыя ўдасканаленьня. Як сказаў праф. Несьцяраў—лес узрастае і тагды, „калі уладар яго сьпіць і сам ён сьпіць“, г. зн. ня лічучыся з урэнамі года.

Хто-б мог падумаць 46 гадоў таму назад, што дзесяціна яловага лесу на 42 $\%$  дрывянога будзе каштаваць 1117 руб. з разьмярканьнем запасу ў  $\%$  будоўнага 58 $\%$ , дрывянога 42 $\%$ . Каб гэтакі погляд тады разьдзяляўся, то бязумоўна ў нас ня было-б гэткага зьнішчэньняляснае плошчы і марнага разору лясных багацьцяў, якое мела месца да сучасных днёў (перадача лясное плошчы для землекарыстаньня, зьнішчэньне яе прыватнымі ўладарамі, самаўласныя высячкі лесу асабліва ў першыя гады рэвалюцыі і міравой бойкі і вялізная колькасць высецак і цяпер штогодна 1600 выпадкаў—6000 куб. mtr. на суму 13000 рублёў у сярэднім па Горацкаму ляс-ву).

Мы дажылі да гэтакага часу, калі толькі на 15 $\%$ —16 $\%$  здавальняюцца патрэбы мясцовага насельніцтва ў лесе і дача павінна амаль выключна эксклюзіравацца дзеля абслугоўваньня мясцовага рынку, а раней мы чытаем, што: „сбыт лесных матер'ялов далеко не дасягае до возможнаго по состоянию дачи отпуска лесных материалов“.

1) Трэба ўчытваць прырост уздаражаньня цэн на лес г. зн. (Тауенгунгсзувахс) пры розных абставінах гаспадарчага жыцьця, як та: пры складаньні пэрспэктывных гаспадарчых праектаў і плянаў, пры запродажах лесу, пры складаньні новых таксаў і г. д.

2) Уся праца па дынаміцы цэн на лес на карню прадстаўляе сабою гэтакі надзвычайна цікавы і багаты матар'ял, як з навуковага боку, гэтак і дзеля гісторыі лясніцтва, гісторыі беларускае лясное гаспадаркі з усімі выкладкамі вотпуску, каштарысаў, кіраваньня і г. д. за мінулыя часы,—што пажадана мець шэраг прац па дынаміцы каранёвых цэн на лес дзеля адзельных лясных дачаў на Беларусі, якія-б адбівалі і гісторыю вядзеньня лясное гаспадаркі ў іх,—ляпей чым гэта ўдалося рўтару.

Н. Ф. Зубовіч.

## ZUSAMMENFASSUNG.

1. Es ist unumgänglich den Teuerungszuwachs der Waldpreise bei verschiedenen Umständen des wirtschaftlichen Lebens in Betracht zu ziehen, wie zum Beispiel: beim Zusammenstellen perspektivischer wirtschaftlicher Projekte und Pläne, beim Waldverkäufen, bei Zusammenstellen neuer Preisangaben u. s. w.

2. Die Ganze Arbeit über die Preisdynamik für Stammholz stellt ein so äusserst anziehendes und reichliches Material vor, sowohl von wissenschaftlicher Seite, als auch für die Geschichte der Forstwirtschaft, für die Geschichte der Weissrussischen Waldwirtschaft mit allen Daten desKastpenschlagsentwürfe für Verwaltung u. s. w. in Beziehung auf vergangene Zeit,— dass es wünschenswert ist, eine Reihe von Arbeiten betreffs der Dynamik der Stammholzpreise für Wald für einzelne Forsteien in Weissrussland zu besitzen, die auch die Geschichte der Waldwirtschaftsführung in letzteren besser abspiegeln würden, als es dem Verfasser gelungen ist.

*N. Subovitsch.*

# Оборот рубки в связи с вопросами регулирования размера пользования и доходности лесного хозяйства.

## I.

Разностороннее значение оборота рубки в лесном хозяйстве наиболее конкретно проявляется при разрешении вопросов определения размера рубки и доходности.

При организации лесного хоз-ва установлению величины оборота рубки придается зачастую преувеличенное значение, как фактору, обуславливающему высоту пользования по массе и связанную с последней доходность хоз-ва.

Целью и содержанием настоящей заметки будет попытка иллюстрировать на особых конкретных цифровых примерах влияние различных по высоте оборотов рубки на следующие таксационные и экономические факторы лесного хозяйства:

- а) размер годового отпуска по площади и по массе.
- б) доходность хозяйства от главного пользования.
- с) изменение качественной цифры.
- д) величина нормального запаса.
- е) размер древесного капитала.
- ж) процент рентабельности.

Основным материалом для указанных исследований послужили таксационные элементы нормальных сосновых насаждений I и III бонитета по таблицам Варгаса—для возраста от 50 до 120 лет.

Качественная цифра указанных насаждений вычислена по основе такс I разряда и местных сортиментных таблиц одного из лесничеств Б. С. С. Р.

Для упрощения вычислений и большей наглядности — все расчеты проведены для площади в 100 гектаров.

Проследим вначале, как изменяются таксационные элементы нормальных насаждений, в связи с уменьшением оборота рубки, именно изменение запаса спелых насаждений на 1 гект, а также запаса на площади нормальной годичной лесосеки — как это указано в таблице № 1.

Анализ приведенных в табл. 1 цифр показывает следующее: а) хотя понижение оборота рубки и увеличивает площадь нормальной лесосеки, но в связи с уменьшением запаса на единице площади — размер пользования по массе изменяется незначительно, на это указывал и проф. В. Корш Лесоустройство—1928 г.); — так напр. максимальное увеличение этой последней для I бонитета на 17<sup>0</sup>/<sub>100</sub> — 17,5<sup>0</sup>/<sub>100</sub> — приходится на возраст 60 — 70 лет, для такового оборота увеличение площади лесосеки составляет от 72<sup>0</sup>/<sub>100</sub> до 100<sup>0</sup>/<sub>100</sub>; для III бонитета — максимум отпуска отвечает обороту

рубки 70—80 лет, при увеличении площади рубки по сравнению с оборотом в 120 лет на  $51\%$ — $72\%$ ,—между тем как увеличение массы годичной лесосеки составляет лишь  $11\%$ .

б) максимум отпуска по массе приходится на оборот рубки, отвечающей возрасту количественной спелости насаждений (для середины периода).

Таково влияние оборота рубки на массу отпуска.

Tabelle № 1

Таблица № 1

Площадь в гектарах „F“	Возраст спелых насаждений он-же и оборот рубки „U“	Площадь годичной нормальной лесосеки в гектарах I = F : U	Запас на 1 гектаре в куб. метр. „m“	Запас всей лесосеки в куб. метр. M = m . J	Количественный прирост на 1 гект. в куб. метр.
Flächenraum in Hektaren „F“	Alter hiebsreifer Bestände, desgleichen Umlaufzeit (Umlauf des Hiebes) „U“	Flächenraum des jährlichen normalen Hiebszuges in Hektaren I = F : U	Hälzvorrat pro Hektar in Kubik-Metern „m“	Holzvorrat des gesammten Hiebzuges in Kub. Metern M = m . J	Zuwachsmenge auf ein Hektar in Kub. Metern

### Нормальные сосновые насаждения I бонитета

#### Normale Kiefern-Bestände I Bonität.

100 гект.	120 л.	0,83	100 %	528	428	100,0%	4,4
„	110 „	0,91	109,5%	502	457	106,5%	4,6
„	100 „	1,00	120,5%	471	471	110 %	4,7
„	90 „	1,10	132,5%	435	478	111,5%	4,8
„	80 „	1,25	150,5%	396	495	115,5%	5,0
„	70 „	1,43	172,0%	352	503	117,5%	5,0
„	60 „	1,66	200,0%	302	501	117,0%	5,0
„	50 „	2,00	240,0%	247	494	115,0%	5,0

### Нормальные сосновые насаждения III бонитета

#### Normale Kiefern-Bestände III Bonität.

100 гект.	120 л.	0,83	100 %	347	288	100,0%	2,9
„	110 „	0,91	109,5%	330	300	103,7%	3,0
„	100 „	1,00	120,5%	311	311	107,5%	3,1
„	90 „	1,10	132,5%	287	316	109,0%	3,2
„	80 „	1,25	150,5%	257	321	114,0%	3,2
„	70 „	1,43	172,0%	224	320	110,8%	3,2
„	60 „	1,66	200,0%	188	312	108,0%	3,1
„	50 „	2,00	240,0%	150	300	103,7%	3,0

## II.

Но приведенное изменение размера годового отпуска не может еще дать представления об экономическом эффекте понижения оборота рубки.

С этой целью рассмотрим цифровой материал нижеследующей табл. № 2, характеризующей зависимость экономических элементов насаждений от величины оборота рубки.

Tabelle № 2.

Таблица № 2

Возраст он-же и оборот рубки „U“	Качественная цифра в коп. за 1 куб. метр. „Q“	Валовая доходность от главного пользования „k = m . Q“	Величина нормального запаса на 100 гект. в куб. метр. „Vn“	Величина древесного капитала, отвечающего нормальному запасу на 100 гект. „K = ΣQ . Vn“	Процент рентабельности	Возможное изъятие древесного капитала, при уменьшении „U“	
						Мögliche Entnahme vom Holzvorrat bei einer Abnahme von „U“	
Alter, des- gleichen Hiebsumlauf (Umtriebszeit) „U“	Qualitätsziffer in Kopeken für ein Kub.-Meter. „Q“	Rohertrag von der Hauptnut- zung „k = m . Q“	Höhe des Normalvorrates auf 100 Hektar in Kub. Metern. „Vn“	Höhe des Holzkapitales ent- sprechend dem Normalvorrat auf 100 Hektaren „K = ΣQ . Vn“	Procent- gehalt der Ren- tabilität	По массе куб. метр. Nach der Masse von Kub.- Metern.	В денеж- ном вы- раж.—руб. In Geld- wert aus- gedrückt Rbl.

Нормальные сосновые насаждения I бонитета  
Normale Kiefern-Bestände I Bonität.

120	482	2063	100,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	28479	100,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	119862	100 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	1,73	—	—
110	470	2148	103,5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	26408	92,7 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	117037	90 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	2,01	2071	12825
100	457	2152	103,7 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	24155	89,5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	94212	79 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	2,28	4324	25650
90	434	2075	100,3 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	21805	76,5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	81388	68 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	2,55	6674	38474
80	406	2010	97,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	19337	70,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	67999	57 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	2,95	9142	51863
70	362	1821	87,7 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	16757	58,7 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	54611	45 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	3,33	11722	65251
60	314	1573	76,2 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	14100	49,5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	42538	35 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	3,70	14379	77324
50	263	1299	63,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	11430	40,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	30466	25 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	4,32	17049	89396

Нормальные сосновые насаждения III-го бонитета  
Normale Kiefern-Bestände III Bonität.

120	420	1210	100,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	18154	100,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	61819	100 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	1,95	—	—
110	410	1230	101,5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	16727	92,3 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	54168	87 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	2,27	1427	7651
100	390	1213	100,2 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	15195	83,7 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	46518	75 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	2,60	2959	15301
90	370	1169	96,5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	13561	74,5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	38404	62 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	3,05	4593	23415
80	320	1027	85,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	11856	65,2 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	30289	49 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	3,40	6298	31530
70	280	896	74,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	10114	55,7 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	23425	38 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	4,16	8040	38394
60	230	718	59,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	8367	46,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	16560	27 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	4,34	9787	45259
50	180	540	45,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	6660	37,6 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	12081	19 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	4,50	11494	49738

Анализируя доходность хозяйства от главного пользования для I бон-та (таб. 2 гр. 3) можно видеть, что наибольший валовой доход отвечает обороту рубки в 100 лет, для какого произведения из массы годичной лесосеки на качественную цифру, или, что тоже самое — произведение из величины количественного прироста для всей площади на качественную цифру — составляет сумму 2152 руб.; так. образ. для I бонитета возраст хозяйственной спелости наступает в нашем примере — в 100 лет.

В отношении сосновых насаждений III бонитета можно проследить, что возраст хозяйственной спелости приходится на 110 лет.

Впрочем нужно отметить, что как для I-га так и для III бонитета максимальная валовая доходность держится почти на одном уровне — в продолжении 10-ти — 20-ти летнего периода.

Из цифр валовой доходности видно также, что для I-го бонитета возраст хозяйственной спелости, т. е. возраст, в котором получается наибольший валовой доход — по сравнению с III бон-м наступает раньше на 10 лет.

Указанное обстоятельство может быть объяснено более ранней кульминацией количественного прироста насаждений при лучших условиях местопроизрастания, при чем из 2-х факторов, обуславливающих возраст хоз. спелости — в данном случае перевес оказывает величина прироста, а не качественная цифра. Подобные же соотношения возраста хоз. спелости по бонитетам были отмечены И. Яценко („Оборот рубки“ — Л. Х. Л. и т. № 8 — 1925 г.).

Сопоставляя размер отпуска по массе и по ценности для различных оборотов, именно 1) по возрасту количественной спелости и 2) по возрасту хозяйственной спелости, мы получим следующие цифры.

#### I бонитет.

При обороте по возр. колич. спел. (70)  $M=503$  к. м. — 100%.

Ценность  $K=1821$  руб. — 100%.

При обороте по возр. хоз. спел. (100)  $M=471$  к. м. — 93%.

Ценность  $K=2152$  руб. — 111,8%.

#### III бонитет.

При обороте по возр. колич. спел. (80 л.)  $M=321$  к. м. — 100%.

Ценность  $K=1027$  руб. — 100%.

При обороте по возр. хоз. спел. (110 л.)  $M=300$  к. м. — 93½%.

Ценность  $K=1230$  руб. — 112%.

Таким образом не смотря на уменьшение массы отпуска в возрасте хоз. спелости для обоих бонитетов на 6½% — мы наблюдаем однако увеличение ценности отпуска, а именно округлившем для обоих бонитетов на 12% — по сравнению с отпуском в возрасте количественной спелости.

#### III.

Приведем далее соотношения валовой доходности к величине древесного капитала, находящегося в лесном производстве.

В графе 4-ой указана величина нормального запаса насаждений для площади в 100 гект., в зависимости от оборота рубки.

Нормальный запас ( $V_n$ ) определяется по таблицам хода роста применяя общеизвестную формулу:

$$(V_n = n \left( V_0 + \frac{V_1}{2} + \dots + \frac{V_n}{2} \right),$$

где:  $n$  — продолжительность ступени возраста, по которым составлены таблицы;  $V_n, V_{2n} \dots V_u$  — запасы нормальных насаждений в возрасте:  $n, 2n, \dots u$  лет.

Полученная таким образом величина нормального запаса для „ $u$ “ гектаров редуцировалась для площади в 100 гект.

Графа 5-я дает представление о размерах древесного капитала, определенного для каждого возраста или оборота рубки, как сумма произведений из величины нормального запаса соответствующего класса возраста на качественную цифру, т. е. применяя выражение:

$$K = \sum V_n \cdot Q.$$

#### IV.

Процент рентабельности хозяйства для разных оборотов рубки, указывающий соотношение валовой доходности с величиной древесного капитала и вычисленный по методу простых процентов приводится в табл. 2, гр. 6.

Анализ приведенных в перечисленных графах табл. 2 цифр указывает, что для насаждений I бонитета, при одинаковой почти доходности в возрасте от 90 до 120 лет (максимум отклонений 3,7%) — величина нормального запаса для крайних возрастов — отмеченного периода даст разницу в пределах до 23,5%; размер древесного капитала для тех-же крайних возрастов — различается уже в пределах до 32%; наконец рентабельность — для оборота в 120 л. — составляет 1,75% и для 90 лет — 2,55%, давая соотношение процентов, как 1:1,46.

Для сосновых насаждений III бонитета — валовая доходность для оборотов рубки от 100 до 120 л. — дает колебание лишь в пределах 1,5%; нормальный запас — для указанного периода дает отклонение в пределах 16,3% размер древесного капитала изменяется в пределах до 25%; и наконец рентабельность — для возраста в 120 л. — составляет 1,95% и для 90 л. — 3,05%, давая соотношение процентов как 1:1,56

Возрасту хозяйственной спелости для обоих бонитетов — отвечает почти одинаковый процент рентабельности, именно для I бонитета — 2,28% и для III бон. — 2,27%.

Рентабельности в размере 3%, т. е. обычно принимаемой в лесном хозяйстве за норму роста — отвечают в нашем примере обороты рубки: для I бонитета — 75 лет — для III-го 90 лет.

Практика Саксонского государственного лесного хоз-ва показывает однако, что фактический процент доходности ниже принимаемой нормы роста в 3% и составляет около 2,5%.

В нашем примере этому, последнему проценту рентабельности отвечает оборот рубки: для I бонитета — 90 лет и для III бонитета — 100 лет, каковые, с точки зрения финансового учета и должны быть для нашего примера минимальными оборотами.

#### V.

Остается пояснить наконец содержание граф 7 и 8 приведенной нами таблицы № 2.

В случае понижения в хозяйстве найвысшего в нашем примере оборота рубки в 120 лет — хозяйство довольствуется и меньшей величиной нормального запаса, а следовательно и пониженным размером древесного капитала. Графа 7 и 8 таблицы указывают размер возможного изъятия основного древесного капитала, как по массе, так и в денежном выра-

жении — в случаях понижения оборота рубки от исходной величины в 120 лет.

Так напр., в случае установления оборота по указательному проценту, равному 2,5% — возможно изъятие основного древесного капитала для насаждений:

	I бонитет.	III бонитет.
по массе . . . .	6674 куб. метр.	2959 куб. м.
на сумму . . . .	38474 руб.	15301 руб.

В случае принятия указательного процента равным 3 — приведенные цифры увеличиваются до следующих размеров.

	I бонитет.	III бонитет.
по массе . . . .	10431 куб. метр.	4593 куб. метр.
на сумму . . . .	58557 руб.	23415 руб.

Как известно, методы чисто финансового учета лесного хозяйства, приводящие к сильно пониженным оборотам рубки, не находят полного применения в практике даже западно-европейского капиталистического лесного хозяйства; тем более — таковые не могут отвечать задачам планового социалистического лесного хозяйства.

Необходимо отметить еще один фактор, оттеняющий положительное значение повышенных оборотов, вызываемых требованиями народного хозяйства по удовлетворению потребностей в крупных сортаментах, не могущих быть полученными при низких оборотах рубки.

Влияние оборота рубки на процент выхода поделочной древесины отдельно по сортаментам может быть иллюстрировано следующей таблицей (№ 3) для нормальных сосновых насаждений I бонитета — составленной на основе упомянутых выше сортиментных таблиц.

Нормальные сосновые насаждения I бонитета.

Normale Kiefern-Bestände I Bonität.

Tabelle № 3.

Таблица № 3

Выход сортиментов в % Betrog der Sortimente in %	Возраст и оборот рубки Alter und Umtriebszeit		70	80	90	100	110	120
Крупный Starkholz			—	2,00%	6,00%	11,00%	16,00%	22,00%
Средний Mittelholz			54,00%	64,00%	67,00%	67,00%	64,00%	59,00%
Мелкий Schwachholz			33,00%	26,00%	20,00%	16,00%	14,00%	13,00%
Изменение % рентабельности в связи с оборотом рубки Abänderung des % der Rentabilität im Zusammenhange mit des Umtriebszeit.			3,33%	2,95%	2,55%	2,28%	2,01%	1,73%

Примечание: Упомянутые сортим. таблицы дают выход крупной древесины со стволов с диам. на выс. груди от 32 сант., средней — от 22 сант. и мелкой — от 18 сант.

Из приведенной таблицы № 3 видно, что минимальный выход крупной древесины (2<sup>0</sup>/<sub>0</sub>) дают насаждения в возрасте 80 лет; с возрастом—этот выход повышается, достигая максимума к возрасту в 120 лет и с выходом 22<sup>0</sup>/<sub>0</sub>.

## VI.

Заканчивая на этом изложение, на основе анализа приведенного цифрового материала, имеющего частное значение—можно остановиться на следующих выводах:

1) Понижение наиболее принятых в настоящее время, оборотов рубки даже в значительном размере, не может сколько-либо заметно отразиться на массе годовичного отпуска в непрерывном хозяйстве.

2) Реализация накопленных в хозяйстве древесных запасов, отвечающих высоким оборотам рубки,—путем понижения оборота, связана с изъятием из леса основного древесного капитала и, может дать лишь временный эффект увеличения пользования.

3) Стремление хозяйства к получению наивысшего лесного дохода, а также к удовлетворению потребности в крупномерной древесине, приводит к предпочтению повышенных оборотов рубки, хотя и связанных с понижением процента рентабельности.

4) В зависимости от количественного выражения потребностей в крупной древесине—хозяйству представляется возможным регулировать высоту оборота рубки от высшего предела, при весьма незначительных колебаниях валовой доходности, но с повышением процента рентабельности.

*Проф. В. К. Захаров.*

## Die Umtriebszeit im Zusammenhange mit Fragen bezüglich der Hiebsregelung und der Rentabilität der Forstwirtschaft.

### Zusammenfassung.

Als hauptsächlichstes Material zur Beleuchtung der von uns aufgeworfenen Frage wurden die Schätzungs (Taxations) Elemente normaler Kiefernbestände I und III Bonität nach den Vargas'schen Tafeln in Anwendung gebracht.

Die wirtschaftlichen Elemente dieser selben Bestände wurden nach der Qualitätszahl, welche mit zuhelfenahme der Preisangabe für die I Klasse und solcher einheimischer Sortiment-Tafeln, welche von einer der Forsteien der Belorussischen Republik ausgerechnet worden waren, festgestellt.

Für den Flächenraum des Forstbezirkes von 100 Hektaren ist die Höhe der Nutzung (der Hiebsanteil) der Masse nach und dem Flächenraume nach, je nach ihrer Abhängigkeit von der Höhe der Umtriebszeit in Tabelle № 1 niedergelegt.

Die Abhängigkeit der wirtschaftlichen Elemente ebenderselben Bestände und des Ertrages von der Hauptnutzung—bei verschiedenen Umtriebszeiten—sind in Tabelle № 2 aufgeführt.

Der einfluss der Umtriebszeit auf den Prozentgehalt der Nutzhölzer gesondert nach Sortimenten, desgleichen auch die Aenderungen im Prozentgehalt der Rentabilität finden wir in Tabelle № 3.

## Schlussfolgerung.

Auf Grund der Analyse obenangeführten Zahlenmateriales lassen sich folgende Schlussfolgerungen ziehen:

1. Eine Verminderung der Umtriebszeit, sogar in beträchtlichem Umfange kann auf keinerlei Weise sich irgend wie merklich in der jährlichen Ausbeute bei einer forstlichen Dauerwirtschaft äussern.

2. Die Werwertung der in einer Wirtschaft aufgehäuften Holzvorräte, entsprechend hohen Umtriebszeiten, vermittelt einer Herabsetzung der Umtriebszeit, steht im Zusammenhange mit einer Entnesahme des forstlichen Grundkapitales aus dem Walde und vermag nur einen vorübergehenden Einfluss auf eine Ertragssteigerung auszuüben.

3. Das Bestreben eines Betriebes, möglichst hohe Erträge aus dem Walde zu erhalten, desgleichen auch zwecks Befriedigung des Bedarfes an starken Hölzern, haben zur Folge, dass erhöhte Umtriebszeiten bevorzugt werden, ungeachtet dessen, dass dieselben eine Verminderung des Procentgehaltes der Rentabilität hervorrufen.

5. Im Zusammenhange mit dem quantitativen Ausdrucke des Bedarfes an starken Hölzern besteht für eine Wirtschaft die Möglichkeit die Höhe der Umtriebszeit in den Grenzen eines 20 bis 30-jährigen Zeitraums im Alter der wirtschaftlichen Hiebsreife der Bestände zu regeln, indem sie die Umtriebszeit von der höchsten Stufe herabsetzt, mit höchst unbedeutenden Schwankungen im Gesamtertrage, dagegen aber mit einer Erhöhung des Procentgehaltes der Rentabilität.

*Prof. W. K. Sacharow.*

## Телорез Сабуровидный (*Aloides Stratiotes*)—как корм для свиней

В Статье: „Аб становішчы селян Горадкага раёну ў палове мінулага стагодзьдзя“<sup>1)</sup> мы приводили показания современников о крайней нищете крестьянства в районе современной БССР. в первой половине 19-го столетия, нищете, которая толкала крестьянство на поиски всякого рода суррогатов пищи (мякина, корень бобовника и т. п.). Хроническое недоедание населения и хроническая безкормица скота подтверждаются и официальными свидетельствами того времени.

Безкормицей, вероятно, и надо объяснить имеющее место в БССР. стравливание свиньям водяного растения-телореза (иначе, водорез, резак) из семейства водокрасовых.

Растение это встречается в стоячих или медленно текущих водах почти по всей Европе (кроме крайнего севера), в средней и юго-западной России и западной Сибири. Густо разрастаясь на дне озер, прудов и медленно текущих рек, и накопляясь, вследствие отмирания, год от году около берегов,—телорез сильно засоряет водоемы, мешает рыбной ловле, купанию и проч. Живя одновременно в разных районах РСФСР. мы нигде не наблюдали что-б телорез как-либо использовался населением. Но в БССР. население, оказывается, издавна пользуется им для кормления свиней. Свиньи кормятся им начиная с ранней весны, как только сойдет лед, и кончая глубокой осенью—срединой или концом ноября. В прошлом году телорез извлекался из воды даже в феврале, во время оттепели. Обычно он извлекается из воды железными граблями вместе с корневищами, которые бывают очень длинны (более сажени)—осенью и коротки весной. При стравливании, телорез рубится сечкой в корыте, затем слегка посыпается мукой или отрубями (для вкуса),—когда количество телореза недостаточно, тогда прибавляют мякины. Приготовленный таким образом телорез дается свиньям 3 раза в день, причем дается он не только взрослым свиньям, но и поросятам, как только последние становятся способными есть зелень. Поедается он довольно охотно и его дают вволю, так что в районах богатых озерами телорез является почти единственным кормом свиней (напр. в некоторых селах близ гор. Невеля). Особенно много стравливают его с марта до конца лета; когда поспевают картофель, тогда к телорезу прибавляется уже вареный картфель; приблизительно недели за 3—4 до убоя переходят уже к хлебному кормлению свиней,—при таком кормлении к декабрю свиньи достигают 5—7 пудов веса. Ясно, что себестоимость свинины получается при этом весьма низкая. Мясо и сало вполне хорошаго качества. В районе, где мы наблюдали такое кормление свиней (близ Невеля),

<sup>1)</sup> Працы Навуковага Т-ва па выручэн. Беларусі: т. III.

свиньи, выращенные на телорезе, в большом количестве ежегодно скупаются мясоторговцами для г. Ленинграда и никаких жалоб с их стороны на качество мяса нет. Желудочных заболеваний, или каких либо других вредных последствий при стравливании телореза свиньями, население не наблюдало. Корм этот весьма ценится населением приозерных районов потому, что он является даровым, легко доступным, держится, как мы уже говорили, очень долгое время (с ранней весны до глубокой осени) и, кроме того, способен сохраняться впрок, если его сложить в кучи, где он слегка провяливается и теряет часть своей влаги. Единственная предосторожность, которую следует соблюдать при хранении телореза в кучах—это затенение их,—на солнечном свете телорез загнивает.

Н. А. Монтеверде дает следующее описание телореза: „Водяное растение, несколько напоминающее алоэ, почему оно иногда и называется „водяным алоэ“. Сидячие, ланцетовидно-линейные, колюче-пильчатые листья собраны на укороченном стебле крупной розеткой. Большую часть года растение проводит на дне, прикрепляясь к нему своими корнями, но в течение лета оно два раза всплывает на поверхность воды: один раз ко времени цветения, а затем в конце августа, когда появляются молодые розетки, развивающиеся на концах длинных побегов. Поздней осенью розетки отделяются и вместе с материнским растением падают на дно, где и перезимовывают. Цветы двудомные, сидят на длинных цветоножках и выступают над поверхностью воды; тычинок 11—15, завязь 6 гнездная, с 6 раздвоенными рыльцами <sup>2</sup>. Европа, исключая крайнего севера. В стоячих и медленно текущих водах в северной, средней и юго-западной России, в Зап. Сибири и в Акмолинской Области. Цветет летом. Разводится в аквариумах“.<sup>1)</sup> Такое же, в общих чертах, описание дает и К. Гофман, дополняя его лишь указанием на свойственное этому растению „ползучее корневище, погруженное в ил“.<sup>2)</sup>

„Колюче-пильчатые“ листья, или, как в другом описании называются они,—„шиповато-игольчатые“—не мешают свиньям с охотой поедать это растение, вероятно, потому, что оно весьма сочное и шипы эти довольно мягкие. Мы наблюдали, что растения сложенные на воза, поедались с них близь стоящими лошадьми, по словам населения, охотно едят его и коровы. Население употребляет его, однако, исключительно для корма свиней. В качестве последнего корма телорез ценится населением довольно высоко, это видно из того, что за ним приезжают на берег озера из деревень, находящихся на расстоянии 4—5 верст.

В разных местах растение это зовется населением по-разному, так в Витебской губ. называют реэзк, в Невельском уезде Псковск. губ.—водяной осот.

Любопытно, что даже в одном и том же районе не во всяком озере телорез растет: в Невельском озере, напр., его очень много, а в рядом находящемся Плисском озере его нет совсем. Далее, в 4-х верстах находится Песецкое озеро,—в нем богатые заросли телореза, а в Еменецком озере, которое находится в нескольких верстах от первого—телореза нет и т. д. Очевидно, нужны какие-то особые условия для его развития.

Ввиду того, что для тех районов БССР., которые богаты водоемами, телорез представляет некоторый хозяйственный интерес,—в лаборатории Общей Зоотехнии с-х. Академии были сделаны анализы нескольких образцов этого растения. Средние данные этих анализов представляются следующей таблицей:

<sup>1)</sup> Н. А. Монтеверде. Ботанический Атлас. Стр. 235.

<sup>2)</sup> К. Гофман. Ботанический Атлас. Стр. 143.

## „Состав растения: Телорез Сабуровидных“.

Составные части	%, от первоначального вещества
Воды (всей) . . . . .	93,63
Золы . . . . .	1,10
Клетчатки . . . . .	1,74
Протеина . . . . .	0,78
Белка . . . . .	0,71
Жира . . . . .	0,21
Без'азот. экстр. вв. . . . .	1,38
	100%

Как видно из этой таблицы, телорез является кормом, весьма богатым водой,— в этом отношении он приближается к сывороткам и пахтанью, в отношении же белков и протеинов он богаче сывороток, но беднее снятого молока и пахтанья. По количеству жира—он приближается к центрофугированному молоку и кислой сыворотке, значительно уступая им по количеству без'азотисто-экстрактивн. веществ, зато золой он несколько богаче этих кормов.

При хранении телореза впрок, в зависимости от степени проявления его, указанные отношения сильно меняются в сторону обеднения телореза водой и обогащения сухим веществом.

При кормлении телорезом свиней, их конечно, не требуется уже поить, так как при этом корме соотношение между водой и твердой частью корма бывает близко к норме (По Эллиенбергеру на 1 кило сухого вещества корма для свиньи требуется 7—8 литров воды) <sup>1)</sup>.

Ввиду того, что практика крестьян БССР и соседних с нею районов Псковской губ. показывает, что никаких вредных последствий от скармливания свиньям телореза, даже в очень больших количествах,—не наблюдается,—введение этого растения в корм свиней—можно бы рекомендовать и для других районов СССР, где встречается это растение.

*Н. Пелехов.*

<sup>1)</sup> Эллиенбергер. „Сравнительная физиология домашних животных“. Стр. 17.

Ueber die Krebschere (*Aloides Stratiotes*)

## Zusammenfassung

Die Wasserpflanze Krebs—oder Wasserscheere, auch Wasseraloë genannt (*Stratiotes aloides*) kommt fast überall in Europa, ausser im äussersten Norden und in West—Sibirien vor und wächst am Boden von Seen, Teichen und Sanft dahinströmenden Flüssen. Sie wird Seit langer Zeit von den Bauern von Belarussj als Schweinefutter benutzt. Die Schweine erhalten dieses Kraut in fein gehacktem Znstande mit einer geringen Beimengung von Mehl oder Kleien. Die Schweine werden mit diesem Futter von Beginn des Frühlings an (gleich nach dem Abtauen des Eises) bis zum Spätherbst (d. h. bis zum Eintritt von Frösten) gefüttert.

Die chemische Analyse des Gehaltes der Krebschere ergab in Prozenten folgende Zusammensetzung. Wasser 93,63<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, Aschenbestandteile—1,10<sup>0</sup>/<sub>0</sub>; Cellulose—1,74<sup>0</sup>/<sub>0</sub>; Protein—0,78<sup>0</sup>/<sub>0</sub>; Eiweisstoffe—0,71<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, Fett—0,21<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, stickstofffreie Extraktstoffe—1,83<sup>0</sup>/<sub>0</sub>.

N. N. Pelechow

---

## Аб глебавых зонах Паўночнай Амэрыкі

(З вынікаў падарожжа на Міжнародны кангрэс глебазнаўцаў)

Арганізацыйнае бюро па скліканьню Міжнароднага Кангрэсу глебазнаўцаў у Вашынгтоне летам 1927 г. шырока разгарнула справу глебавых экскурсій. Кантынэнт П. Амэрыкі ў шыротным напрамку быў двойчы перасечаны ад Атлянтычнага акіяну да Вялікага. Па мэрыдыяну быў зроблен адзін маршрут па Усходнім і Паўд.-у. Штатам ад Ньюёрку да 33-й паралелі, а другі—па ўзьбярэжжы Ціхага акіяну (ад Лос-Анжэлоса да Эдмандона, паміж 34—54 паралелямі). Да гэтага трэба дадаць амаль штодзённыя агляды глебавых профіляў, дасьледчых станцый і В. Н. У. на аўтамабілях.

За трыццаць дзён падарожжа перад удзельнікамі экскурсій, як у бліскучым кіно, прайшлі шматобразныя, кантрастныя і прыгожыя панарамы прыроды П.-Амэрыкі: субтрапічныя лясы Паўд.-у. Штатаў, стэповыя раўніны цэнтральных частак, пустынныя плоскаўзвышшы захаду і вялічэзныя ланцугі Кардыльераў.

Праўда, перапынкі для агляду глеб не заўжды сходзіліся з пажаданымі пунктамі для профіляў, а па ўмовам часу яны, зразумела, не маглі быць досыць працяжнымі. Але, наогул, былі перасечаны ўсе галоўныя глебавыя зоны раўнін П. А. З. Шт. і часткі Канады; менш падрабязна агледжаны верцікальныя зоны Кардыльераў.

Найлепшая паслуга пры аглядах глебавых профіляў была ўчынена нам асабістымі тлумачэньнямі нашых амэрыканскіх таварышоў-глебазнаўцаў. Вельмі каштоўнымі ў гэтых-жа адносінах зьявіліся матар'ялы Дэпартаменту Земляробства П. А. З. Шт., у форме карт па мэтэаралёгіі, рэльефу, расьліннасьці і глебах.

Успрыняты за такі кароткі час вялікі і рознастайны матар'ял аб прыродзе і глебах П.-Амэрыкі, бязумоўна, патрабуе шчэ ня мала энэргіі на сваю перапрацоўку; але ў той-жа час ён можа паслужыць добрым сродкам для абмену думак і згод у пытаньнях глебазнаўства ў міжнародным маштабе.

Вызначаная мной з гэтай мэтай тэма „Аб глебавых зонах П.-Амэрыкі“ з ухілам у галіну класыфікацыі, мае ў расейскай літаратуры сваю гісторыю. Так, шчэ праф *Сібірцаў* у працы: „О черноземах различных стран“ пісаў досыць падрабязна аб глебах П. Амэрыкі, а *Глінка* ў 1908 г. зрабіў першую ў Расеі спробу скласьці глебавую карту ўсяе Зямной Кулі.

У 1926 г. на ўсесаюзным Зьездзе глебазнаўцаў у Маскве аўтар гэтай працы дэманстраваў сваю схэматычную карту глебавых зон Зямн. Кулі, складзеную на некалькі іншых прынцыпах; у 1927 гэта карта была выстаўлена на Вашынгтонскім Кангрэсе глебазнаўцаў.

Неабходна тут некалькі спыніцца на тых прынцыпах і крыніцах, якімі карысталіся памянёныя аўтары пры складаньні сваіх карт.

Расійскае глебазнаўства ў назуцы аб глебавых тыпах і глебавым насыціле (глебавых зонах) вызначыла шэраг палажэньняў, пры карыстаньні якімі, можна скласьці сабе папярэднне агульнае ўяўленьне аб глебах краін, адкуль няма спецыяльных глебавых дасьледаваньняў.

Глеба зьяўляецца простаай функцыяй глебаўтварыцеляў. Найгалоўныя-ж глебаўтварыцелі, як клімат і расьліннасьць, разьмяркованы на паверхні зямлі ў форме больш ці менш правільнай зьмены палос альбо зон.

У меру пашырэньня акрэсьленага клімату і расьліннасьці, пашыраюцца і адпаведныя ім глебавыя зоны.

Гэтыя выдатныя прынцыпы *Дакучаева-Сібірава* далі магчымасьць шырока карыстацца законамi інтрапаляцыі і экстрапаляцыі ў галіне геаграфіі глеб.

І запраўды, угрунтаваньне законамернай генэтычнай сувязі паміж занальнымі глебаўтварыцелямі і глебавым насыцілам на расійскай раўніне (гарызантальныя зоны) і ў горных масывах (верцікальныя зоны) зараджа дазволілі прадугадваць і акрэсьліваць глебавае аблічча іншых краін, калі толькі былі вядомы іх прыродна-гістарычныя ўмовы (глебаўтварыцелі).

Дадзеныя аб фізычнай прыродзе П. Амэрыкі былі вядомы даўно, з работ натуралістаў: Гумбальта, Рэклю, Грызэбаха. Пазьней зьявіліся і картаграфічныя зводкі аб клімату і расьліннасьці Зямн. Кулі: Зупана, Друдэ, Маршона, Кэннэна ды інш.

Дапасаваньнем асноўных законаў генэтыкі глеб да вышэйназваных матар'ялаў аб клімату і расьліннасьці Зямн. Кулі, расійскія аўтары і спраэктавалі адпаведныя карты глебавых зон.

Больш новыя і больш дакладныя даныя аб глебаўтварыцелях П. Амэрыкі (карты рэльефаў, мэтэаралогічных элемэнтаў, расьліннасьці і глеб), апублікаваныя Дэп. Земл. П. А. З. Ш. 1923 г. на жаль дайшлі да нас позна і, ня былі скарыстаны ў мінулых працах.

Расійскія карты, у гэтым выпадку даюць схэмы глебавых зон толькі ў форме занальных генэтычных тыпаў, без геолёгічнай асновы, значыць, глебатворчыя пароды і мэханічны склад на іх адсутнічаюць.

Дзякуючы такой генэтычнай залежнасьці глебавых зон ад глебаўтварыцеляў, устанаўленьня і характарыстыку глебавых зон П.-Амэрыкі мы і пачнём разглядаць прыродна-гістарычных умоў гэтага кантынэнта па картаграфічным матар'ялам атлясу J. Paul Soode 1925 г.

Некаторыя дадаткі да гэтага мы зробім з уласных уражаньняў, аднак, кожны раз з абмежаваньнем непасрэдна пастаўленаю мэтай.

*Рэльеф.* У шырокім маштабе тэрыторыя П.-Амэрыкі па будове свабой паверхні раскладаецца на дзьве часткі, Усходнюю і Заходнюю.

*Усходняя палова* (прыблізна да мэрыдыяну 105) уяўляе неаб'ятную раўніну. Пачаўшыся на паўдн.-у. (Атлянтычны акіян) досыць нізкай паласой (каля 30 м.) паўн. амэрыканская раўніна бязупынна павышаецца на паўн.-усход; але, у цэлым, яна даволі неаднастайная, часьцей моцна парэзана і ўсхвалёвана. Такіх бязьмежных і роўных, як стола раўнін, падобных нашым Украінскім, нам бачыць не даводзілася, калі ня лічыць часткова ў Канадзе.

Так,—усходняя трэць раўніны моцна зьменена ланцугом Альлеганскіх гор і, таму вельмі рэзка ўкрыта ўзгоркамі і эрадавана.

Уся заходняя частка, памежная з Кардыльерамі, шэрагам прыступак даволі высока ўзьнята і паласа па пэрыфэрыі скалістых гор прыймае ўжо характар плоскаўзвышша (з вышынямі 600—1500 м.), і тут паверхня мада пакойная і таксама значна расчленена.

Толькі сярэдняя паласа (памежная з далінай Місісіпі)—досыць ніз-

кая і роўная паверхня, паступова ўзьнімаецца да паралелі Вялікіх вазёр, дзе на вышынях ад 300 да 600 м. адбываецца перагін нахілу да вадазбору Лёдавага акіяну (тэрыторыя Канады).

Аднак, ад лініі вялікіх вазёр, прыблізна на Вінніег, Рэгіну-Саскатон і Эдмонтон, па Канадзкіх абшарах, раўніна значна парушана ланцугом узгоркаў, градаў, вялікіх вазёрных катлін, балот і розных нізін. Пераяжджачы, тут даводзілася бачыць усе адзнакі канцавых марэн, з поўным падабенствам краявідаў канцавых марэн, напр., да паўн.-захаду Расіі.

*Мікрарэльеф* Замкнёныя паніжэньні (з паверхневым абвільгаценьнем цякучай вадой альбо з блізкай грунтавой вадой) на тэрыторыі усходніх штатаў, а таксама на высокіх плято прыкардыльскай паласы сустрэкаюцца вельмі рэдка, дзякуючы, мажліва, вялікім нахілам і значнаму расчлененьню паверхні.

Але ў Канадзе, на абшарах канцавых марэн і ў бліжэйшых да іх раўнінах штату Паўн. Дакоты, назіраліся больш менш значныя нізіны з блізкай грунтавой вадой (відаць, гэта згаслыя) вазёры і балоты ледвіковага пэрыяду).

У гэтых-жа мясцох былі сустрэнуты вялікія плошчы з тыпова разьвітым мікрарэльефам: невялікія нізінкі і западзіны (сярод дробных грудаў, грыў) альбо паглыбленьні на раўніне.

Як адбіўся такі рэльеф раўніны на глебавым насыціле яе? Прыкардыльска частка раўніны, што адзначана вышай, настолькі высока узьнята ў параўнаньні з цэнтральнай і прыатлянтчнай (да 1 і 1<sup>1/2</sup> км. для крайніх пунктаў), што тут, па агульнаму правілу, трэ было-б чакаць праяўленьне верцікальнай занальнасьці, г. ё. зьяўленьне глеб больш халодных і вільготных зон. Аднак, агульны тэлюрычны клімат на Паўн. амэрыканскай раўніне разьмяркованы на столькі арыгінальна, што зусім зацэньвае самастойны уплыў гэтых высокіх плято і плоскаўзвышшаў на глебаутварэньне.

Затое на паўн. амэрыканскай раўніне даволі ясна можна прасачыць уплыў на глебаутварэньне *расчлененасьці макрарэльефу* і наяўнасьць *мікрарэльефу*.

Усе усходнія штаты да даліны Місісіпі, як найбольш расчлененая частка раўніны, і як найбольш багатая атмасфэрнымі ападкамі, уяўляюць сабой акраіну, дзе эрозійныя працэсы выкрываюцца на глебавым насыціле вельмі яркава.

Асабліва энэргічна руйнаваньне нармальнага схладу глеб пачалося, бязумоўна, ад моманту зьнішчэньня лясоў і разворваньня тэрыторыі.

У выніку чаго тут па грудах і грыўках утварыліся мала-моцныя слаба разьвітыя глебы, а на больш стромкіх схілах і вузкіх узьнятых вучастках, у пару земляробства, глебы выявіліся моцна змытымі, ня рэдка поўна бываюць зьнесены ўсе глебавыя паземы і на паверхню выхадзіць малазьмененая парода.

Толькі па больш спакойным і расьцягнутым схілам можна знайсці нармальную глебу данай зоны—жоўтыя падзолістыя і жоўтаземы.

Зьявы эрозіі тут на столькі пашыраны і ў такой значнай меры, што нам зусім зразумела, чаму ў гэтых раёнах удзельнікамі экскурсыі вяліся гарачыя дыскусіі аб тым, які тут пануючы тып глеб? І ці не зьяўляюцца пашыраныя тут у якасьці грунту чырвоныя гліны (якія выходзяць часта ў выніку эрозіі на самую паверхню)—занальнай глебай?

Нам нават здаецца, што гэтыя асаблівасьці глебаутварэньня прывашынгтонскага раёну, шырака пашыраныя і па ўсіх усходніх штатах, знайшлі свой адбітак і ў клясыфікацыі глеб праф. Марбўта, дзе, як

вядома, у васнове самых буйных падзелаў глеб — адзнакай ляжыць як раз ступень разьвіцьця глебы і па гэтай адзнацы выдзяляюцца тры асноўных групы глеб: *маларазьвітыя, разьвітыя і пераразьвітыя*.

*Заходняя палова П.-Амерыкі* — горная краіна, сыстэма Кардыльераў, якая прыблізна, ад дзяржаўнай граніцы Канады і Паўн. Ам. Штатаў пашлі ў большай сваёй масе на поўдзень дзвюма сыстэмамі: Усходнія Кардыльеры (скалістыя горы) і Прыціхаакіяньскія Кардыльеры (Сієро — Нэвада і інш.).

Між гэтымі масывамі ляжыць шырокае і высокае плоскаўзвышша (да 1—1½ ккм. аб. в.), створанае, як думаюць, дзякуючы шэрагу прыступкавых скідаў. Па плоскаўзвышшу больш ці менш часта цягнуцца высокія грывы і лаңдугі хрыбтаў.

У Прыціхаакіяньскіх Кардыльерах узьнік шэраг глыбокіх катлінавых скідаў і далін (аб. в. 50—150 м.); з якіх самай значнай зьяўляецца Сієро-Нэвадзкая (па лініі Фрэсны-С-Франціско).

На плоскаўзвышшах Паўн. Ам. Штатаў, ня гледзячы на іх вышыню, скрозь пануе пустыня з адпаведнай зонай глеб, а па горных масывах размяшчаюцца верцікальныя глебавыя зоны.

Прыціхаакіяньскія Кардыльеры ствараюць моцны бар'ер для вільгаці прынесенай дыханьнем Вялікага акіяну, чаму клімат іх больш вільготны і мяккі, што стварае тут інакшую глебавую правінцыю. Гэта-ж акалічнасьць значна ўплывае і на глебавы насыціл прыціхаакіяньскіх далін.

Наадварот, Усходнія Кардыльеры (Скалістыя горы) вельмі бедныя вільгацьцю, што вядома адбілася і на асаблівасьці глебавага насыцілу як верцікальных зон, так і на глебах далін гэтай краіны.

### Кліматычныя і расьлінныя зоны.

Клімат, ствараючы на паверхні зямлі расьлінныя і глебавыя зоны, у васнове сваёй складаецца з элементаў сьвятла, цяпла і вільгаці. Але гэтыя асноўныя элемэнтны клімату залежаць ад розных фактараў і, геаграфічна пашыраюцца не па аднолькавым законам.

Крыніцай цяпла і сьвятла зьяўляецца сонца, і таму тэрмічныя пасы сальярнага клімату ідуць на раўнінах больш ці менш правільна па шыротных паралелях.

Ападкі і вільготнасьць у першую чаргу залежаць ад разьмеркаваньня паверхні акіянаў і кантынэнтаў і ад геамарфалёгіі сухазем'я. Ад гэтага на зямной паверхні, незалежна ад тэрмічных пасаў, узьнікаюць свае цэнтры і зоны вільготнасьці, якія могуць супадаць, а могуць і зусім разыходзіцца з напрамкамі тэрмічных зон.

Вось чаму стары падзел зямной кулі па тэрмічных умовах на пяць кліматычных пасаў (гарачы, два умеркаваных і два халодных) ёсьць толькі пачатковая і аднабокая схэма кліматаў.

Найноўшыя кліматычныя сыстэмы (напр. Мартона і Кэппэна) імкнуцца устанавіць тыпы злучэньняў тэрмічных пасаў з зонамі вільготнасьці.

Для нашай мэты больш зручна тут карыстацца наступнай кароткай клясыфікацыяй кліматаў: арыдны, гумідны і пераходныя між імі — сэмі-арыдны і сэмігумідны.

Гэтыя падзелы ўведзены ў глебавую літаратуру, здаецца, уяршыню Раманном і, атрымалі вялікае пашырэньне.

Вельмі блізкія да гэтага падзелы кліматаў даўно вядомы пад назвай: сухаземнага, морскога і пераходных між імі. Апошняя клясыфікацыя ў некаторых выпадках, здаецца нам нават больш зручнай. Яна, напрыклад,

дае мажлівасьць заліцаць лясныя краіны і ў марскі і ў сухаземны кліматы і, такім чынам выдзяляць самастойныя сыстэмы зон па ўсіх тэрмічных пасох (ад полюса да роўніка), чаго, аднак, нельга зрабіць пры групуваньні на арыдныя і гумідныя.

Па гэтых прынцыпах была вельмі удачна (на наш погляд) складзена схэма разьмеркаваньня расьліннасьці на зямнай кулі геобатанікамі (Брокман, Ёрож і Рубель 1912 г.).

На жаль, да гэтага часу яшчэ не устаноўлены нормы вільготнасьці (альбо ападкаў) па розных тэрмічных пасох для аднясення той альбо іншай камбінацыі да сухаземнага, морскага альбо пераходнага.

Не паўтараючы тут агульна вядомых чыста кліматалягічных характарыстык асноўных сыстэм гэтых кліматаў, мы ўсё-ж пакажам на некаторыя адзнакі флёрэстычныя, як найбольш адчувальныя і рэальныя.

У краінах з марскім кліматам па шыротных пасох з нарастаньнем тэмператур павышаецца і колькасьць ападкаў, што дае магчымасьць пашырэння тут лясоў па ўсіх шыротках.

А ў краінах сухаземных, наадворт, з некаторай шыраты вільгаці не хапае, чаму лясы канчаюцца і надыходзіць царства лугоў, стэпаў і сухіх пустынь.

П.-Амэрыканскі кантынэнт з пункту гледжаньня паданых палажэньняў можна падзяліць на шэраг краін з морскім, сухаземным і пераходным кліматамі і з адпаведнымі ім расьліннымі зонамі.

Як відаць з даданай тут карты ападкаў, тэрыторыя П.-Амэрыкі распадаецца ў першую чаргу на тры буйныя кліматычныя краіны: 1) Паўднёвы ўсход—з марскім кліматам; 2) Заходняя палова—з сухаземным кліматам, і 3) прамежная паласа між першымі і дзевюма—з пераходным кліматам.

У *паўднёва-ўсходняй* краіне з Поўначы на Поўдзень, г. зн. па шыротных пасох, мае месца сыстэма тыповых морскіх (гумідных) кліматаў, дзе ідзе бязупыннае нарастаньне зон вільготнасьці з такімі градацамі гадавых ападкаў: 1) 750—1000 мм.; 2) 1000—1250 мм.; і 3) 1250—1500 мм.

Гэтай сыстэме морскага клімату тут цалком адпавядаюць усьцяжныя лясы гэтай краіны (гл. даданую карту расьліннасьці). Флёрэстычныя палосы лясоў ідуць з Поўначы на Поўдзень у наступным парадку: 1) хвойныя, 2) шырока лісьцяныя (бук, бяроза, клён), 3) дубова-каштанавыя, 4) дубова-сасновыя і 5) Паўд.-у. хваёвыя лясы. (Заўважым: пэўны адбітак на паўднёвыя лясныя зоны кладзецца з боку пяшчаных парод).

Уся *заходняя палова* П.-Амэрыкі (за выключэньнем узьбярэжнай прыціхаакіянскай паласы) ёсьць *краіна сухаземная*). У паўночных шыротках яе гадавыя ападкі дасягаюць 800 мм., а адгэтуль на Поўдзень (прыблізна з паралелі 50°) яны даволі шпарка зьніжаюцца, праходзячы палосы: 750—500 мм., 500—250 мм. і ніжэй 250 мм.

Па адзначаных ступенях ападкаў, таксама на поўдзень, разьмяшчаюцца наступныя расьлінныя зоны: 1) на Поўначы—абшырная краіна паўночных хвойных лясоў, 2) ніжэй—параўнаўча вузкая паласа высокатравяной прэрыі, 3) яшчэ далей на поўдзень—паласа нізкатравяных сухіх стэпаў і 4) па высокіх плоскаўзвышшах Кардыльерскага краю—абшырная пустыня з панаваньнем пустынных хмызьнякоў, якая заканчваецца на поўдзень сваеасаблівымі фармацыямі кактуса і юкку.

Паміж апісанымі краінамі Паўд.-усходу і Заходу, ляжыць прамежная тэрыторыя (прыблізна ў мэрыдыянах 100°—90°) з характарам пераходных кліматаў: паўморскага (сэмігуміднага) і паўсхаземнага (сэміарыднага).

Па шыротных пасох у гэтай пераходнай краіне, гадавыя ападкі разьмеркаваны больш, менш, аднолькава, каля 1000—750 мм. Цікава, што гэта кантактная кліматычная паласа ў той-жа час зьяўляецца і арэнай барацьбы дзвёх стыхій расьліннасьці—тыповай *зонай леса-стэпу*.

Па карце расьліннасьці (Шанц) леса-стэп ва ўсёй сваёй паласе складаецца з кантакту высокатравяной прэрыі(лугавога стэпу) і дубова-арэхавай фармацыі. Толькі на самым Поўдні (прыблізна з паралелі 35°) леса-стэп шпарка пераходзіць у сухую напоўпустынную краіну і тут выдзяляецца раён саванн (desert grass Savanna).

У толькі што выдзеленых кліматычных і флёрыстычных краінах мы ўстанавілі зьмену зон унутры кожнай краіны паасобку, у напрамку з поўначы на Поўдзень, на тэрмічных паясох. Такія і падобныя зьмены кліматаў і расьліннасьці як раз па саярных паясох зьяўляюцца на зямной паверхні самай законамернай і самай звычайнай зьявай.

Аднак, на тэрыторыі ПАЗШ мы можам знайсці зусім інакшыя тыпы зьмен, якія ўзнікаюць пры новых камбінацыях элемэнтаў клімату.

Для гэтага прасочым зьмену зон адначасова па ўсіх краінах з Усходу на Заход, па адной шыраце.

Такая паласа (напр. паміж пералел. 40°—35°) на Усходзе пачынаецца *вільготнай субтрапічнай краінай лесаў*, пасля паступова надыходзіць краіна пераходных кліматаў з *леса-стэпам* і ўрэшце, ідзе шэраг сухаземных зон; прэрыя, сухія стэпы і пустыні.

Такім чынам тут, на адной і той-жа саярнай паласе, дзякуючы толькі зьмене зон вільготнасьці здзяйсняюцца прадстаўнікі найгалоўных тыпаў клімату і расьліннасьці (ад тыповых гумідных ад крайніх арыдных).

Падобныя злучэньні і зьмены зон зьяўляюцца даволі арыгінальнымі і, даволі адменнымі ад камбінацый і перамен па шыротных пасох. Па сваёй геаграфіі яны даволі пашыраны і да таго-ж ня рэдка ахапляюць вялікія абшары сухазем'я.

Так, можна паказаць на ўзор цэнтральнай Афрыкі, дзе край трапічных вільготных лясоў пераходзіць праз шэраг прамежных зон у пустыню Сахары. Падобнае-ж маецца ў Аўстралі і на іншых кантынэнтах.

### Глебавы насьціл.

Карыстаючыся толькі што разгледжанымі найноўшымі данымі аб кліматычных і расьлінных зонах П.-Амэрыкі, прыстасаваўшы да іх вышэйпаданя асноўныя палажэньні расійскай школы глебазнаўцаў аб генэтыцы глебавага насьцілу і, грунтуючыся на вядомых глебавых матар'ялах з кантынэнтаў Эўр. Азіі,—ў сучасны момант мы і зрабілі новую спробу даць схэматычную карту глебавых зон П. Амэрыкі, якая тут дадаецца.

Пры складаньні гэтай карты мы з вялікай удзячнасьцю і задавальненьнем карысталіся глебай картай ПАЗШ д-ра Марбута (1925 года). Некаторыя папраўкі былі ўнесены і ў выніку асабістых уражаньняў з эскурсіі.

Мы, значыць, выходзім з таго, што асноўнае аблічча глебавых краін і зон П.-Амэрыкі загадзя вырашаецца і даецца геамарфалёгічнай і фіта-кліматычнай характарыстыкай краіны.

На падставе чаго, першы наш падзел глебавага насьцілу пойдзе па лініі геамарфалёгіі, чым выдзяляюцца глебавыя зоны раўнін і глебавыя зоны гор, яны складаюць самастойныя, але аналягічныя глебавыя сыстэмы.

## Глебавыя краіны і зоны раўнін.

Згодна з фізыка-геаграфічнымі умовамі краіны глебавы насыціл раўнін П. Амэрыкі, можна аб'яднаць у тры буйныя самастойныя краіны.

I. *Заходняя краіна* — з систэмай глебавых зон сухаземнага клімату.

II. *Цэнтральная паласа* — з систэмай глебавых зон пераходных кліматаў.

III. *Паўднёва ўсходняя краіна* — з систэмай глебавых зон морскага клімату.

### I. Заходняя краіна—систэма глебавых зон сухаземнага клімату

Паданая глебавая краіна цалкам адказвае адпаведнай фіта-кліматчнай. Пачынаецца яна, прыблізна, з мэрыдыяну  $95^{\circ}$  і ахоплівае ўсе раўніны і плоскаўзвышшы заходняй паловы кантынэнта.

Параўнаўча паступовыя зьмены глебаўтварыцеляў на гэтай абшырнай краіне, вядома, павінны былі сфармаваць тут цэлы і паслядоўны рад занальных глебавых тыпаў.

Пры асабістых паездках нам не давялося добра пазнаёміцца з усімі прадстаўнікамі глеб гэтай краіны. Але тое што, давялося бачыць, апроч таго—данія глебавай карты д-ра Марбута і агульны фізыка-геаграфічны характар краіны,—дазваляе глебавы насыціл гэтай краіны блізка паралелізаваць з такімі-ж умовамі на рускай раўніне.

У свой час, на 'шчэ больш абшырнай і таксама сухаземнай рускай раўніне (ад белага і Балтыцкага мораў да Аральскага і на раўнінах Сыбіру і Сярэдняй Азіі) была даволі грунтоўна ўстаноўлена наступная сэрыя глебавых зон (у напрамку з П.-З. на Паўдн.-Усх.): 1.—*Тундравыя глебы*. 2.—*Тарфяна-падзолістыя падзолы і падзолістыя глебы лесной краіны*. 3.—*Дэградаваныя глебы леса-стэпу*. 4.—*Чарназём-мерна-вільготных стэпаў*. 5. *Каштанавыя*. 6.—*Бурыя глебы сухіх стэпаў*. 7.—*Шэразём пустыні*.

Увесь рад занальных глеб рускай раўніны, мы цалком праэктуюем і для заходняй краіны Паўд.-Амэрыканскага кантынэнта, а самыя зоны разьмесьцім згодна вышэй разгледжаным законам глебаўтварыцеляў.

Для падмацаваньня нашых меркаваньняў скарыстаем глебавую карту Марбута. На тэрыторыі П. А. З. Ш. гэтай краіны тут, запраўды, знаходзім усе глебавыя тыпы рускіх арыдных зон.

Так між паралелямі  $45^{\circ}$  і  $40^{\circ}$  на захад ад  $95$ -га мэрыдыяну паступовымі палосамі зьяўляюцца такія глебавыя тыпы: 1) „*Чорныя глебы, высока вапненыя*“ (нашы чарназёмы), 2) — „*Каштанавыя-бурыя глебы, вапненыя падглебы*“ (нашы каштанавыя і буразёмы), 3) — „*Шэрыя*“ альбо „*бурыя*“ глебы арыдных краін (нашы шэразёмы пустыні).

Папоўнім гэтыя данія фактамі з асабістых назіраньняў па Канадзе.

Чарназемная паласа Штатаў цягнецца на Паўн.-Захад, у Канаду. Тут, у ваколіцах Брандона (пр.  $50^{\circ}$ ) мы аглядвалі профілі тыповых чарназёмаў. Яны былі разьвіты на лёсаватых суглінках; пазем вапны пачынаўся з  $55-60$  см.; аднастайна чорны пазем „А“ роўны  $40$  сант., пазем „В“—слаба гумозны, з жоўтавата-бурымі адценьнямі падсьцілаючай пароды. На глыбіні  $60-65$  сант. усе сьляды глебаўтварэньня зьніклі. Зьрністая структура амаль ня выяўлена, што вельмі вельмі нагадвае нашы Чарнігаўскія бястструктурныя чарназёмы на лёсах.

Абшары паміж Рэгінай, Соскатонам і Эдмантам, на колькі гэта

было відна ў час экскурсыяў,—усьцяжныя глебавыя комплексы з саланчакамі, саланцамі і балотнымі глебамі, — што ў пэўнай меры нагадвала апісаньне нашых Барабінскіх стэпаў Сібіру, а таксама паўночную паласу комплексаў Чарнігаўскіх чарназёмаў (Борзенскі і Нежынскі паветы).

Глебавыя комплексы таксама як і ў рускіх умовах, выкліканы тут выключна ўмовамі рэльефу (моцна хвалістага і западзіннага) і сваеасаблівым разьмяшчэньнем па яго элемэнтам воднага і саявога рэжыму. (Па паказаньню Марбута глебатворчыя пароды ўзьніклі тут шляхам пераадкладу саявых первястовых парод у ледавіковы пэрыяд). Але, на вялікі жаль, у гэтых цалінных частках Канады ня спыніліся экскурсіі і ўсе назіраньні абмяжаваны выпадковымі агаленьнямі дарожнага профілю, ды паказаньнямі рэльефа і дзікай расьліннасьці.

У вакольнасьці Эдмантона (Канада) мы, як відаць, знаходзіліся ужо ў зоне лугава-лясной і таксама моцна комплекснай. На небасхіле часта віднеліся астраўныя лясы, бязумоўна моцна зьнішчаныя ў фазу земляробства.

Усе агледжаныя тут глебы належалі да тыпу *лугавыя*, але з відавочнымі адзнакамі дэградацыі і агляеньня (агліняе на глыбіні 70—80 сант.). Па паніжэньням рэльефу разьмяшчаліся сучлены лугаваго-ж раду глебы: *вільготна-лугавыя* і *лугава-балочыстыя* да тарпяністых паземаў „А“, а ў некаторых выпадках (па больш аформленых і глыбокіх западзінах)—*падзоліста-балочыстыя глебы*.

Наогул, адносна гэнэтыкі і самога характару сучленаў глебавых комплексаў Канады, мы змаглі-б тут з вялікай прыемнасьцю заўважыць, што ўсё гэта з значнымі дэталямі паўтарае рускія камбінацыі і перадаецца ў нас здавальняюча ўстаноўленымі схэмамі (гл. напр., „Занальныя сыстэмы“ аўтара).

За Эдмантонам, далёка на паўноч Канады і часткова на захад да Кардыльераў, ідзе абшырная зона хвойных лясоў, а па самаму ўзбярэжжы Ледавітага акіяна—халодная *тундра*.

Хоць у апошніх двух расьлінных паясох нам быць не давялося, але ў нас не ўзьнікае ніякіх сумненьняў, што ў іх таксама як і ў нас у Расіі, паступова разьвіты наступныя зоны глеб: *падзолістыя*, *падзолы*, *тарфяніста-падзолістыя* і ў рэшце *тундравыя глебы*.

Глебавыя тыпы і зоны, Заходняй краіны, як і наогул усёй Паўн. Амэрыкі, бязумоўна маюць і свае арыгінальныя рысы, якія і павінны тут быць у адпаведнасьці з тымі фізыка-геаграфічнымі умовамі, якія мы можабыць толькі часткова закранулі. На некаторых з іх мы тут спыніліся.

Так, глебавыя зоны, адбіваючы кліматычныя зьмены двух напрамкаў (па тэрмічных пасох—з Поўначы на Поўдзень, і па даўжыні—з Усходу на Заход) арыентырованы таксама дваяка.

У паўночнай палове глебавыя зоны нашай карты ідуць проста з Поўначы на Поўдзень, дзе мы на шыротных пасох маем наступныя зоны: падзолістую, леса-лугавую, чарназемную, каштанавую, буразёмы і шэразёмы.

У сярэдняй і паўднёвай палове глебавыя зоны падпарадкаваны ўплыву галоўным чынам зонам вільготнасьці, якія ідуць з Усходу на Заход, чаму і напрамак глебавых палос тут строга мэрыдыянальны. Яны пачынаюцца тут *чарназёмамі* і зьмяняюцца далей на захад: *каштанавымі*, *буразёмамі* і *глебамі пустынь*.

Аднак, вельмі цікава адзначыць, што на гэтых мэрыдыяльных зонах глеб тут можна бачыць уплывы і аднакі шыротных фактараў.

Напрыклад, на глебай карце Марбута чарназёмы штата Дакоты проста на поўдзень пераходзяць у той-жа мэрыдыянальнай паласе ў глебы

двох новых відаў: спачатку—„вельмі цёмна-бурыя глебы, вапенныя падглебы“, пасля ідзе паласа да самага крайняга поўдня пад назвай: „цёмна-шакаладна-бурыя глебы, вапенная падглеба“.

Агляд глебавага насыцілу штата Канзасу, асабліва ў ваколіцах дасял. станцыі Лакроза, дае мажлівасць першы глебавы тып карты Марбута перавесці на нашу мову, як *паўднёвыя чарназёмы*. Яны з характэрнымі шэрымі тонамі; няглыбокія: пазем А—20 сант., А+В=50 сант.; ускіпаюць з 35 сант. Параўнаньне гэтага профілю з чарназёмамі ваколіц Брандона і ўлічэнне геаграфічнага становішча, дазваляе лічыць такія перамены вельмі законамерным і зразумелымі як раз з пункту погляду адпаведнасці тэрмічным пасам.

Самы паўдзённы адрэзак гэтай паласы карты Марбута („цёмна-шакаладныя бурыя глебы“) мы таксама лічылі-б за кліматычны варыянт чарназемаў, а ўласна—падзоны *шакаладных чарназемаў*, на карысьць чаго гаворыць і каляровая характарыстыка Марбута.

Чарназёмы рускай раўніны ў сваіх кліматычных варыянтах пры пераходзе ў каштанавыя глебы як раз і праходзяць праз гэтыя тыпы: звычайныя чарназёмы змяняюцца „паўднёвымі“, потым: „шакаладнымі“.

Трэба думаць, што наступныя за чарназёмнай паласой — мэрыдыянальныя зоны каштанавых і бурых глеб, таксама павінны быць па гэтай азнацы разрознены на паўночныя, сярэднія і паўднёвыя варыянты.

Такое разрозненне ў гэтым-жа напрамку, напрыклад, даецца для расьліннай зоны пустыні на карце Шанца, дзе выдзелены фармацый хмызьнякоў 1) Паўночнай паловы пустыні і 2) Паўднёвай.

Па агульнаму геаграфічнаму характару свайму чарназёмная зона П.-Амерыкі значна адрозніваецца ад чарназёмнай паласы расійскай раўніны.

Чарназёмная паласа Эўроп. Расіі зьяўляецца цалкам *шыротнай зонай* і разьмешчана ў мерных шыроты: Харкаў, Палтава ляжыць у цэнтры паласы на паралелі  $50^{\circ}$ +, крайняя поўнач—Разань на  $54^{\circ}$ , крайні поўдзень—Растоў на  $46\frac{1}{2}^{\circ}$ . Гадавыя ападка ў сярэднім 400—500 мм.

У гэтых адносінах толькі чарназёмы Канады блізка падходзяць да акрэсленых умоў чарназемаў Эўр. Расіі.

Але затое чарназёмная паласа ПАЗШ зьяўляецца цалкам *зонай мэрыдыянальнай* і перасякае вельмі шырокі тэрмічны пас: 50-й пар. да 30-й і нават, далей на поўдзень.

Значыць, тут мы маем справу ўжо з субтрапічнымі чарназёмамі. Чаму, зразумела, і гадавыя ападка для чарназёмнай зоны тут далёка інакшыя: 500—750 мм., г. зн. колькасць, якія ў Расіі і ў Заходняй Эўропе характэрны ўжо для падзолавай зоны.

І трэба думаць, што ў трапічных шыроты зона чарназемаў для сваёй рэалізацыі будзе вымагаць шчэ большых велічынь гадавых ападкаў. Падобныя весткі, напрыклад, маюцца для Індыі, дзе мы па ўсіх даных, маем „трапічныя“ чарназёмы (рэгуры).

І з гэтага пункту гледжаньня неабходна неяк адрозніваць каштанавыя і бурыя глебы мерных шырот рускай раўніны, Канады і Поўначы П. А. З. Ш. ад гэтых-жа сярэдніх і асабліва паўднёвых шырот П. А. З. Ш. Апошнія па нашай схэме па аналёгіі з чарназёмамі павінны быць аднесены да каштанавых і бураземам субтрапічных шырот.

А ў Індыі і Цэнтральнай Афрыцы, напр., гэтыя-ж глебавыя тыпы павінны быць выдзелены пад назвай каштанавых і бураземаў трапічных краін. Праўда, мы ня ведаем — якія ўласна марфалогічныя і хімічныя

змены ўзнікаюць у гэтых глебаў па саярных пасох, але яны, як гэта відна па чарназёмам, бязумоўна павінны быць.

У сфэры гэтых-жа ідэй у час экскурсыяў паміж расейскімі глебазнаўцамі ня раз узнікала дыскусія адносна глеб пустыні П. А. З. Ш. (Утан, Каліфорнія).

Для данага выпадку мы раілі-б пакуль, азначэньне чыста геаграфічнае: „Глебы пустынь“, з падзелам—мерных шырот, субтрапічных і трапічных пустынь. Як, напрыклад, мы да гэтага часу здавальняемся геаграфічным тэрмінам для глеб тундравай зоны.

Што датычыцца іншых важных пытанняў зоны пустынных глеб, высунуты ў рускай і чужаземнай літаратуры, як-та: ці маем у зоне пустынь бязупыннае нарастаньне на поўдзень працэсаў засаленьня да ўтварэньня зоны корак альбо зональных саланчакоў, — дык ці далі факты пустыні Утана і Каліфорніі хоць каму з удзельнікаў падарожжа якія-небудзь пэўныя крытэрыі на конт гэтага.

На жаль, агляд глеб арыгінальнай часткі пустыні з *дрэваватымі кактусамі і юккамі* быў занадта мімалётным, больш прышлося любавіцца арыгінальнасьцю краявідаў з вакна вагона, чым бліжэй аглядаць самыя глебы.

Відаць былі выпаленыя сонцам камяністыя пустыні, зрэдка такыры, саланчакі з саявымі коркамі, — але ўсё гэта ўласьціва і Туркестанскім пустыням, і гэтыя ўтварэньні займаюць тут таксама *інтразанальныя* месцы.

Больш высака воднарасчыняльныя солі ў зональных глебах пустыні тут назіраць ня прыходзілася.

Бліжэй і часьцей давялося азнаёміцца тут з саланчакамі — коркавымі і культурнымі ў умовах іррыгацыі. Усё бачанае ў гэтых адносінах, аднак, нічым асабліва не адрознівалася ад нашых Туркестанскіх глебаў.

### **Паўднёва-усходняя краіна—сыстэма глебавых зон морскага клімату**

Як мы ўстанавілі вышэй, фіта-кліматычныя зоны Паўднёва-усходняй краіны П. А. З. Ш. ідуць з Паўднёвага ўсходу—на Паўночны захад.

Але найважная адзнака гэтай краіны ад заходняй выяўляецца ў тым, што на гэтай тэрыторыі Паўн.-Амерыканскага кантынэнту мае месца іншая і арыгінальная камбінацыя самога характара клімату, уласна — морскага тыпу.

На тэрмічныя зоны шыротных напрамкаў тут, дзякуючы асабліваму ўплыву Атлянтычнага Акіяну, накладваюцца самастойныя зоны вільготнасьці з максымальнымі ападкамі на Паўднёва-усходняй палове кантынэнту і з зьніжэньнем іх на Паўночны-ўсход.

Затуханьне зон вільготнасьці, як гэта відаць з адпаведнай карты ідзе параўнаўча шпарка на захад, з рэзкім зьніжэньнем зараз-жа за далінай Місісіпі; больш паступова адбываецца зьніжэньне ападкаў проста на поўнач, да лініі Вялікіх Вазёр. Гэтымі прыблізнымі межамі акрэсьлена Паўднёва-усходняя краіна з морскім кліматам.

Павялічэньне ападкаў па тэрмічных пасох у гэтай краіне рэзка зьмяняе ўвесь характар расьліннасьці ў параўнаньні з захадам. Тут ствараецца ўсьцяжная паласа лясоў, якія ў першабытную пару цягнуліся сучаснымі масывамі з далёкай поўначы кантынэнту да крайняга поўдню.

Параўнаўча высокія тэмпературы году і лета, значныя ападкі і лясная расьліннасьць, ствараюць у гэтых шыротах зусім асобныя спэцыфічныя абставіны глебаўтварэньню.

Падобныя камбінацыі з боку фіта-кліматыхных фактараў застаюцца невядомымі для рускай раўніны.

Да ўтварэння асобных сыстэм глебавых зон для краін з морскім тыпам клімата расійскае глебазнаўства прышло шмат пазней і па фактам па-за рускай сухаземнай раўніны.

### Параўнаванне глебавых зон нашай карты з картамі Марбута і Шанца.

<i>Карта Афанасьева</i>	<i>Карта Марбута</i>	<i>Фіта-кліматыхныя зоны карты Шанца.</i>
1. Зона жоўтаземаў	Жоўтаватыя глебы (№ 10)	Тэрмічная зона: між парал. 30°—35° Гадавыя ападка: 1250—1500 мм. Расьліннасць: паўднёва-усходнія хваёвыя і дубова-хваёвыя лясы.
2. Падзона жоўтых падзолістых глеб.	Жоўтаватыя глебы (№ 7, 8 і 11)	
3. Падзона жоўтавата-шэрых падзолістых глеб.	Шэраватыя і бураватыя глебы (№ 2, 3, 4 і 5).	
4. Зона шэрых падзолістых глеб.	Глебы канады	
		Тэрмічная зона: між парал. 35°—40°. Гадавыя ападка: 1000—1250 мм. Расьліннасць: дубова-каштанавыя лясы.
		Тэрмічная зона: між парал. 40°—45°. Гадавыя ападка: 750—1000 мм. Расьліннасць: шыракаліставыя лясы—бяроза, бук, клён і дубова-арэхавыя згуртаванні.
		Тэрмічная зона: на поўнач за парал. 45°. Гадавыя ападка: 750—1000 мм. Расьліннасць: паўночныя хваёвыя лясы.

Для марфалогічнай характарыстыкі выдзеленых намі тут глебавых зон прывядзём некаторыя апісанні глебаў з уласных назіранняў.

*Зона жоўтаземаў.* З добрымі ўзорамі жоўтаземаў нам давялося сустрэцца ў ваколіцах Грэнзбора (штат паўноч. Караліны на ўсходняй старане Альеганаў, каля гор). Лепшых іх прадстаўнікаў мы бачылі таксама ў ваколіцах Атлянта—Афіны. Вельмі добрыя ўзоры гэтай зоны жоўтаземаў былі прадэманстраваны нам на дасьледчай ст. Афіны ў форме маналітаў.

Найчасцей у паказаных пунктах жоўтазема даводзілася назіраць развітымі на ярка-чырвоных глінах, хоць былі прыклады і іншых глеба-творчых субстратаў.

Вось з майго падарожнага дзёньніка марфалогічнае апісаньне жоўтазема, пад дубовым лесам, на невялічкім схіле, на глінах, чырвонага колеру ў вакольнасці Грэнзбора.

*Пазем:* А 0—1 сант.—Лясная падсыцілка з грубай астачай лісьця і сучча.

1—5 сант.—Сьветла-жоўтая маса з лёгкім шэраватым адценьнем, суглінак; структуру вызначыць не ўдалося.

А<sup>2</sup> 8—15 сант.—Сьветла-жоўты, без шэраватага адценьня; нежна-ліставатай структуры тонкі суглінак.

15—25 сант.—Лімонна-жоўты колер, тонка-ліставатай структура.

- V*<sup>1</sup>. 25—65 сант. — Густа лімонна-жоўты колер, з ледзьве значным ружавата-чырвоным адценьнем, менш аднастайны, буйна-арэжавата-камкаватай структуры, гліністы.
- V*<sup>2</sup>. 65—100 і ніжэй. — Па жоўтаму фону раскіданы ярка чырвоныя плямы і языкі, якія з глыбінёй буйнеюць, гусьцей і ярчэй афарбаваны ў чырвоны колер, пераходзячы ў чырвоную гліну, бясструктурную, вельмі тонкую і тлустую. Другі ўзор з гэтай-жа зоны быў запісаны па агаленьням дарогі, па краю заворанага поля з паасобнымі астаткамі *буку* (№ 13).
- A*. 0—3 сант. Цёмнавата-шэры, з жоўтым адценьнем, гліністы з буўнымі пяшчынкамі.
- A*<sup>2</sup>. да 25 сант. — Сьветла-жоўты аднастайнай афарбоўкі.
- B*<sup>1</sup>. 25—40 сант. Жоўтая афарбоўка толькі з паверхні камячкоў, а ў сярэдзіне іх (пры зломе) выяўлены чырвонавата аранжавы колер.
- B*<sup>2</sup>. 40—65 сант. Жоўтая афарбоўка зьнікла і зьмянілася на аранжавую з чырвонаватым адценкам.
- C*. 100—150 сант. Жарства карэннай пароды — граніту, сярод дробна-зярністай гліністай масы яркачырвонага колеру. З глыбінёй гліністая маса зьнікае і паказваецца менш зьмененай жарствой і адломкамі граніту.

Далей, тут-жа ня мала фактаў, калі жоўтаземныя глебы зусім разьвітыя існуюць бяз сподніх чырвонага колеру паземаў. Вось, напрыклад, такі ўзор глебаў, які наглядаўся ў вакольнасьці Грэнсборо, каля клюбу Страхавальнага Таварыства.

*Пазем А.* 0—23 сант. — Сьветла-жоўты, гліністы з драбочкамі артштэйнаў.

*Пазем Б.* 23—60 сант. — Жоўта-бураваты, з шакаладным адценьнем, бясструктурны, тлустая гліна.

*Пазем С.* з глыбіні 60 і 70 сант. — Жарства дьябазу, з сьлядамі выветрываньня ў гліністаю масу, колеру паз. „В“, ніжэй 80 сант. чысты крысталічны дьябаз.

Апішам, у рэшце, узор амаль не разьвітых і змытых глебаў на выхадах чырвонага колеру глін.

Запісана ў ваколіцах дасьлед. ст. Афіны, з агаленьняў чыгуначнага палатна.

*Пласт ад 0 да 1 м.* Тут вельмі цяжка заўважыць якія-небудзь сьляды і адзнакі дыфэрэнцыраваньня на глебавыя паземы; уся маса ня звычайна аднастайная: тлустая гліна, інтэнсыўна чырвонага колеру; у ёй роўна, у малой колькасьці, расьсеяны жвіровыя элементы карэннай пароды, маса бясструктурная.

*Пласт ад 1 да 2 м.* Тут чырвоная гліністая маса кнізу паступова зьнікае і павялічваецца адломкі дрэнна выветранай карэннай пароды (лушчак і кварц—пліткі граніту).

*Пласт ніжэй 2-х м.* Жарства і пліты — адломкі граніту з кварцавымі пражылкамі.

Цікава таксама адзначыць, што ў зоне жоўтаземаў (па больш ці менш замкнёным дэпрэсіям рэльефу і па больш мяльчэйшым западзінам) даводзілася назіраць вельмі добрыя ўтвараньні *падзолаў*; у якіх пазем

А адрозьніваўся сьветла-шэрым і ярка бялым колерам, таўшчыня да 60—80 сант., з рэдкімі чорнымі драбамі артштэйнаў; у паз. „В“ — сьляды агляньня (адбудавальныя працэсы з утварэньнем закіснай формы зьлеза).

Ніжэй падаецца табліца аналізаў з ваколіц Грынсборо (штат Паўн. Караліны), зробленых у Глеб. Лябараторыі с.-г. Акадэміі Б. С. С. Р. для параўнаньня з данымі праф. Марбута аб жоўтаземах Паўд.-У. Штатаў і глеб вадазбору Амазонкі („лятэрытаў“), а таксама аналізы шэрых падзолістых глебаў Валагодзкай губ.

ТАБЛІЦА № 1.

Таб. аналізаў глебаў тыпу жаўтаземаў Вакол. Грынсборо, шт. Паўн. Караліны ПАЗШ. (Аналізы глебавай Лябараторыі С. Г. Акад. БССР Аналітыкі: Кучынскі і Янушэвіч.)

№№ палівых дзённікаў	Пазем і глыбіня узору	Гумус па Кнопу	Мэханічны аналіз па Сабаніну					Абсал. сума 0.01
			1 мм.	1-0.1 мм.	0.1-0.01 мм.	0.01-0.001 мм.	0.001 мм.	
9	Паз. А, 0-5 сн.	1,35%	0.9	6.3	51.9	33.2	7.7	40.9
”	8-15 с.	0,72	—	—	—	—	—	—
”	” В, 50-60 с.	—	1.5	2.9	31.5	42.9	21.2	64.1
13	” А, 0-3 с.	—	28.8	39.5	12.0	—	—	—
—	” В, 30-40 с.	—	17.5	28.3	9.9	16.9	2.8	19.7
—	С, 150-160 с.	—	19.8	35.7	15.9	18.5	25.8	44.3
—	—	—	—	—	—	17.2	11.4	28.6

Тыя-ж узоры, што ў табліцы № 1 ТАБЛІЦА № 2.

(Аналізы Глебавай Лябараторыі С. Г. Акадэміі БССР. Аналітыкі: Кучынскі і Фёдароў)

№№ палівых дзённікаў	Пазем і глыбіня ўзору	Салінакіслая выцяжка па Гедройцу: 20% <sup>1/2</sup> гадзіны кіпячэньня				Даньня уз. апр. 5% <sup>0</sup> КОН па Гедройцу			Паглынутыя аснаваньні па Гедройцу: 0.01 нарм. HCL.	
		Сума 1 <sup>1/2</sup> вокісл.	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Збытак Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> па форм. Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ·2SiO <sub>2</sub>	Ca	Mg
9	A <sub>1</sub> 0—5	2.745	—	—	—	—	—	—	—	—
”	A <sub>2</sub> 8—15	2.864	—	—	—	—	—	—	—	—
”	B <sub>1</sub> 25—30	5.547	—	—	—	—	—	—	—	—
”	B <sub>2</sub> 50—60	6.595	—	—	—	—	—	—	—	—
”	B <sub>3</sub> 90—100	6.202	—	—	—	—	—	—	—	—
№13	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	A <sub>1</sub> 3—12	2.964	0.939	1.997	0.027	0.504	1.358	0.931	0.097	0.030
—	B <sub>1</sub> 30—40	6.897	1.960	4.913	—	—	—	—	0.028	0.018
—	B <sub>2</sub> 65—75	23.875	8.810	14.476	0.052	0.994	5.978	5.136	0.043	0.023
—	B <sub>3</sub> 100—110	10.348	3.286	6.946	—	—	—	—	0.023	0.019
—	С-150—160	6.528	2.405	4.108	0.015	1.169	2.208	1.218	0.025	0.011

Табліца № 3.

Даныя валавога аналізу глеб паўдн.-ўсх. штатаў Паўночн. Амэрыкі (прыатлянтычнай паласы з геаграфічнага журналу Нью-Йорк ліпень 1926 г. Глебы вадазбору Амазонкі. Марбут і Маніфэльд.

№ №	Глыбіня узору	SiO <sub>2</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	MgO	K <sub>2</sub> O	Na <sub>2</sub> O	P <sub>2</sub> O	N
30231—32	0—12	93,00	1,28	2,55	0,31	0,11	0,16	0,14	0,03	0,04
30233—35	12—39	77,60	4,50	11,90	0,35	0,16	0,18	0,28	0,06	0,03
32333—34	0—50	91,50	0,53	4,25	—	—	0,09	0,16	0,02	0,02
32335—37	11—49	83,75	1,15	9,60	—	—	0,11	0,18	0,01	0,01

Табліца № 4.

Даныя валавога аналізу глебаў вадазбору Амазонкі з той-жа працы, як табліца № 3.

№ №	Глыбіня узору	SiO <sub>2</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	MgO	K <sub>2</sub> O	Na <sub>2</sub> O	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	N
30868	0—6	80,10	1,86	9,60	0,20	0,16	0,30	0,19	0,06	0,10
30869	6—60	73,50	2,90	14,50	0,20	0,15	0,49	0,16	0,05	0,06
31061	0—12	89,62	2,04	4,26	0,19	0,02	0,31	0,18	0,03	0,06
31062—64	14—80	76,70	5,10	12,10	0,08	—	0,82	0,27	0,03	0,05

Табліца № 5.

Даныя аналізу моцна падзолістых суглінкаў Валагодзкай губ. РСФСР 10 0/0 сялянкісьлінная выцяжка. Аналіз Лосева з курсу глебазнаўства праф. Захарава.

Паэем і глыбіня узору	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>
A <sub>1</sub> 2—12	1,97	1,37	0,17
A <sub>2</sub> 20—30	1,97	1,75	0,09
B <sub>1</sub> 45—60	4,12	4,52	0,11
B <sub>2</sub> 85—100	4,39	5,29	0,11
B <sub>3</sub> 125—135	4,39	4,44	0,09

Сумаваньне нашых назіраньняў над глебамі тыпу жоўтаземаў і грунтаваньне на ўзорах аналізаў, прывяло, пакуль, што да наступных вывадаў.

1. Жоўтаземы разьвітыя на вельмі рознастайных глебатворчых субстратах, чым уносіцца значная розьніца ў вонкавы габітус і хімізм іх,

асабліва калі яны разьвіліся на чырвоных глінах (кара старадаўнага і часткова сучаснага геалігічнага выветрывання).

2) Па замкнёных паніжэньнях (мікрарэльефу) жоўтазэмы пераходзяць у шэрыя і бялыя падзолы; у дрэнных умовах аэрацыі ствараюць у пазэме „А“ драбаватыя арштэйны (аналігічна падзолістым глебам).

Пры хвалістым рэльефе, на пукатых узгорках і схілах—ствараюцца маларазвітыя глебы; пры разворваньні ў апошніх умовах узнікаюць змытыя глебы, і тады яны з паверхні чырванаватага колеру, даючы повад для выдзяленьня іх у групу „чырвонаязэмаў“.

3. Жоўтазэмы глыбока вымытыя (ні ў водным выпадку карбанатаў не давалася назіраць у тоўшчы да  $1\frac{1}{2}$ —2 мэтр.).

4. Глыбіня пазэму „А“ звычайна вагаецца ў межах 20—30 сант; пераважны колер яго—жоўты; ліставатай структуры і пухкага складу. У адносінах перамяшчэньня паўтаравокіслаў, а асабліва крэмнязэму, гэты пазэм ясна *элювіяльны*.

Пазэм „В“ па верцікалі ідзе да  $1$ — $1\frac{1}{2}$  м. і больш (у залежнасьці ад падсьцілаючай пароды і рэльефу). Колер яго вагаецца ад лімонна-жоўтага да аранжавы, да рыжы і чырвоны; галоўным чынам, ад характару пароды і ступені аэрацыі); камякавата-арэжавай структуры; значна пчыльнейшы і цяжэйшы ад пазэму „А“. Пазэм „В“ зьяўляецца (як і ў падзолістых глебаў) тыповым ілювіяльным пазэмам у напрамку намнажэньня гідратаў паўтаравокісяй.

5. Па ўтварэньню цёмна-афарбаванага гумуса жоўтазэмы, падобна падзолістым, трэба аднесці да глебаў слаба гумозных, і, як відаць, прадукты распаду арганічных злучэньняў у іх набываюць больш акісьленую форму (і таму больш бесколяровы з надворку).

6. Жоўтазэмы—глебы кіслыя, ненасычаныя аснаваньнямі, з рэзкімі зьяздамі зруйнаваньня калёідаў паглынаючага комплексу (значна больш, як у падзолістых).

7. Жоўтазэмы працэс характарызуецца ўтварэньнем вольных гідратаў алюмінія чым адрозьніваецца ад падзолаўтварэньня (па дадзеным выцяжкі КОН).

8. Характарны для жоўтазэмаў жоўты колер пазэму „А“ і часткова „В“—выклікаецца, як відаць, асаблівасьцю гідракіслых груп гідратаў жалеза.

9. Зона жоўтазэмаў у паўдн.—усходняй частцы Паўн. Ам. Штатаў даволі ясна вызначаюцца з іншых глебавых зон усёй нааунасьцю асоўных прыродна-гістарычных фактараў (клімат, расьліннасьць). Жоўтазэмы тып глебаўтварэньня таксама досыць яскрава характарызуецца таму належачай марфалёгіяй і хімізмам, і таму неабходна яго выдзяляць самастойны тып.

10. Па сваім хэмічным працэсам жоўтазэмы зьяўляюцца найблізкімі ваякамі падзолістых глебаў, іх паўднёвымі аналёгамі. (Для параўнаньня зьлічнага профілю жоўтазэмаў з падзолістымі, ў табліцы мы прывялі аналіз падзолістай глебы вакол. Валогды РСФСР.

Каб ахарактарызаваць адносіны жоўтазэмаў да чырвонаязэмаў і лятэрытаў—вышэй дадзены аналізы глебаў з досьледаў праф. Марбута раёне р. Амазонкі. Адкуль відаць, што глебы пад трапічнымі лясамі па вайму разьмяшчэньню гідратаў  $1\frac{1}{2}$  вокіслаў вельмі блізкія да жоўтазэмаў паўдн.-усх. штатаў Паўн. Амэрыкі (Табліца аналізу).

У сваім апісаньні Марбут канстатуе блізкае падабенства глебаў гэтых двух краін і збоку іх марфалёгіі.

Найбольш даўным зьяўляецца тое, што ў амазонскіх глебах пазэм

„А“ таксама жоўтага альбо жоўтавата-бурага колеру (элювіяльны) і толькі пазёму В належыць чырвоны колер (ілювіяльны). У пясчаных адменах паз. „В“ таксама жоўтаватых тонаў, але ў гэтым выпадку апісваюцца чырвоныя намнажэнні жалеза ў форме палос і плям, (г. зн. *ардзанды* як у падзолістых глебах).

Паданая марфалёгія і разьмяшчэньне па верцікалі гідратаў паўтаравакіслаў бязумоўна кажа аб наяўнасьці падзолістых працэсаў у зоне так званых „*лятэрытаў*“.

Глыбока цікавы і паказанні Марбута, што ў умовах эрозіі амазонскія нармальныя глебы пазбаўляюцца свайго жоўтага паз. „А“ і тады на паверхні знаходзяцца чырвоныя глебы, г. зн. парушаныя, змытыя, аж да зграмаджэньня шклаватых чырвоных плітак (у апошнім выпадку ад размыву пластоў ардзанды).

Праглядваньне цяпер, пры асьвятленьні гэтымі новымі фактамі аналізі, папярэдняй літаратуры аб чырвоназёмах і лятэрытах мы разам з апісаньнем чырвоных глебаў, таксама там знаходзім ня мала заўваг на аранжавыя і жоўтыя глебы.

Аднак, чаму толькі чырвоныя глебы (з паверхні чырвоныя) былі прыняты за нармальныя, занальныя утварэньні; іх аналізавалі і па ім вызначалі хімічную характарыстыку чырвоназёмаў і лятэрытаў, як глебы узбагачаных гідратамі паўтаравакіслаў у паз. „А“.

Цяпер-жа як відаць, прыдзецца прызнаць адваротнае: за тыповыя (поўна разьвітыя, занальныя) глебы трапічных лясоў (так зв. лятэрыты) неабходна лічыць тыя толькі, у якіх паз. „А“ — жоўтыя, з характарам элювіяльных працэсаў. Чырвоным-жа ў іх зьяўляецца толькі пазем „В“, які ў той-жа час будзе і паземам намнажэньня гідратаў паўтаравакіслаў.

Глебы-ж чырвоныя з самай паверхні ў гэтых краінах (прызначаныя як відаць, да моцна расчлененага рэльефа і да культурных раёнаў) прыдзецца выдзеліць з зональных у асобныя групы. Гэта будзе: 1) мала разьвітыя глебы на чырвоных пародах; 2) змытыя глебы да паз. „В“; 3) некаторыя культурныя глебы, у якіх дзякуючы глыбокай апрацоўцы жоўты пазем „А“ перамешаны з чырвоным паземам „В“, і, урэшце, яшчэ мажлівы від і 5) маладыя і шчэ не разьвітыя глебы, часьцей сучасныя геалёгічныя ўтварэньні — дэлювіяльныя і алювіяльныя наносы з прадуктаў размыву чырвонага паз „В“ мясцовых занальных глебаў альбо на агул чырвонакаляровых парод.

Тое-ж самае астэецца цяпер сказаць і аб „чырвоназёмах“ узбярэжжа Сяродземнага мора і ваколіцах Батуму. І тут, мабыць, у нармальна разьвітых глебах гэтых краін з самой паверхні будзе жоўты элювіяльны пазем „А“.

Прынамсі для „чырвоназёмаў“ Чаквы (вакол. Батуму) аб гэтым аб гэтым можна гаварыць зусім выразна па дадзеным праф. Захараву (Курс Глебазнаўства, стар. 313).

Калі ўсё гэта ўгрунтуецца большай лічбай фактаў і аналізаў, дык ранейшае наша ўяўленьне аб марфалёгіі, а значыць і разьмяшчэньні прадуктаў распаду калёідаў па глебавых паземах у нармальна жоўтазёмаў, „чырвоназёмаў“ і „лятэрытаў“ павінны ёсьці істотна зьмяніцца. А разам з тым адпаведным чынам і павінна быць рэфармавана нomenклатура і клясыфікацыя гэтых глебаў. Скарачана можна вызначыць наступнае.

1. Уся сыстэма глебавых зон морскага клімату пад лясной расьліннасьцю (ад крайняй поўначы да роўніка) будзе аб'яднана наяўнасьцю падзолаўтваральнага працэсу. Пры гэтым падабенства будзе мець да чыненьне ня толькі да боку ненасычанасьці асаваньнямі і распаду па

глынаючага комплексу (як і да гэтага часу прыймалася), але пашырацца і на характар разьмеркаваньня саміх прадуктаў распаду.

2. Калі характарызаваць увесь рад гэтых занальных тыпаў, пакуль толькі па афарбоўцы паз. „А“, дык іх можна аб'яднаць у дзьве групы: 1) у паўночных і мерных шыротах будуць разьвіты *шэрыя* і часткова *жоўтаватыя падзолістыя глебы*; 2) у субтропіках і тропіках—*жоўтазёмы* (жоўтыя падзолістыя).

3. Як падзел вызначаных галоўных груп, так і падзел унутры іх у далейшым зусім неабходна правесьці з трох паралельных бакоў: а) глебаўтварыцеляў, б) марфалёгіі і с) хімізму.

4) Тэрміны „чывоназёмы“ і „лятэрыты“ ў такім выпадку — будуць адкінуты і адпаведныя занальныя тыпы глебаў. Можна прапанаваць гаварыць *Падзоны—жоўтыя падзолістыя і жоўтавата-шэрыя падзолістыя глебы*.

Аб'ём гэтай працы не дазваляе больш падрабязна спыніцца на апісаньні глебаў гэтых тыпаў. Абмяжуемся таму самымі агульнымі заўвагамі.

Глебавыя паз. „А“ і „В“ ад зоны жоўтазёмаў на поўнач, у краіну „Вялікіх Вазёр“ зьмяняюцца ў наступным правільным парадку: жоўтая афарбоўка пазэму „А“ спачатку робіцца сьвятлейшай, потым зьяўляецца яснае шэрае адценьне; пры чым жаўцізна найдаўжэй трымаецца ў паземе „А“.

Ярка жоўта-лімонная афарбоўка пазема „В“ жоўтазёмаў у падзоне двух, вызначаных для разгляданьня, падзолістых глебаў паступова цьмянее, зьяўляецца бураваты, а пасля буры колер.

Раён жоўтых падзолістых глебаў амаль цалкам складзены карэннымі пародамі, было ня мала прыкладаў чырвоных, аранжавых жоўтых глін.

Жоўтыя падзолістыя глебы скрозь назіраліся пры разьездах у вакольнасьці Вашынгтон-Балтмору. А недалёка ад Мэмфісу (на Місісіпі) гэтыя глебы ляжалі на лёесе. Пазем „А“ у іх жоўтавата-шэры, а пазем „В“—бура-жоўтаваты. Пазем вапны да 1 м. ня быў выкрыты.

У самай пародзе (лёес) знаходзяцца вольныя карбанаты, хоць, відавочна, ў невялікай колькасьці. Да рэчы, важна адзначыць, што на гэтай пародзе ніякіх сьлядоў утварэньня чырвонаватых паземаў у ніжэйшых пластах глебы ня было заўважана.

Раён больш шэрых жоўтаватых глебаў знаходзіцца ўжо ў краіне парод ледавіковага ўзросту. У штаце Індыяна давялося пазнаёміцца з прадстаўнікамі гэтых глебаў на карбанатнай марэне, пад дубовым лесам.

Яна была вельмі паважная, далёка ад культурных дарожных уплываў; але разрэз адбыўся на вельмі слабым мікрарэльефным зьніжэньні, чаму і глеба была з лёгкімі адзнакамі надмернага абвільгатненьня, бліжэй да тыпу *маскоўскіх падзолаў*, але жоўтаваты тон у паземе „А“ яшчэ можна было заўважыць. У паземе „А“ зьявіліся шротаватыя артштэйны, паз. „В“ з буравата-цынаманавымі тонамі; пазем вапны быў на 95 сант.

Аднак, тут-жа, на некалькі павышаным вучастку шраціны артштэйнаў у паз. „А“ ужо зьніклі (што, звычайна і здараецца), а колер пазема „А“ быў менш шэрым і больш жоўтаватым.

Вельмі цікава ўспомніць калекцыю глебавых маналітаў, якую ласкава запрапанавалі нам аглядзець пры тутэйшым Унівэрсытаце. Тут былі маналіты глебаў на самых рознастайных па колеру пародах; але самыя глебы мелі строга вытрыманыя занальныя колеры, г. зн. пазем „А“—

шэравата-жоўты, пазем „В“ жоўтавата-буры, з слаба цынамоновым адценьнем.

У мяне тут запісана характэрная заўвага К. Д. Глінкі, што даная калекцыя глебаў нагадвае зону Беларусі. Меліся на ўвазе выстаўленыя мною на выстаўцы ў Вашынгтоне плякаты глебаў Беларусі з тыпу жоўтавата-шэрых падзолістых („палевых“ падзолістых).

### Глеба леса-стэпавай краіны

Пад назвай глебаў *леса-стэпавай зоны* ў расійскай літаратуры з часоў прац акадэміка Каржынскага вядома група глебаў, якія ўзьнікаюць у выніку *дэградацыі стэпавых чарназёмаў* пры паяўленьні на іх *лесу*.

Было ўстаноўлена, што дэградацыя чарназёмаў праходзіць шэраг фаз, даючы чаму глебаў усё больш ненасычаных аснваньнем і дзякуючы гэтаму з узростаньнем адзнак распаду арганічных і мінеральных калёідаў.

Некалькі пазьней устаноўлены былі фактары дэградацыі цёмна-каляровых *лугавых* глебаў пры тых жа ўмовах насоўваньня лясоў на лугавыя глебы. На раўніне такія факты апісаны *Шчагловым* у Уладзімірскай губ.; для горна-лугавых—*Захаравым*.

Розныя тыпы лугавых глебаў (чарназёмавідна-лугавыя, вільготна-лугавыя і лугавабалоцістыя) для раўнін і гор, а таксама іх фазы дэградацыі (па аналёгіі з чарназёмамі), як зусім самастойныя і занальныя тыпы глебаў былі пасья ўведзены ў агульную клясыфікацыю („Занальныя сыстэмы глебаў“—Афанасьеў).

Тыпы і фазы дэградацыі чарназёмаў і лугавых глебаў, аб якіх мы толькі што гаварылі, былі ўстаноўлены ў умовах сухаземнай рускай раўніны. А якія-ж будуць гэтыя працэсы ў краіне морскіх кліматаў і ў больш паўднёвых шыротках (субтрапічных і трапічных)?

На пастаўленае пытаньне ў 1924 г. мы адказалі дапушчэньнем, што працэсы дэградацыі ў гэтых краінах павінны належным чынам адрозьнівацца ад гэтых больш паўночных шырот яны, мабыць, пойдучь па тыпу лясных глебаў гэтых зон, г. зн.: на кантакту з жоўтазёмамі будуць выкрыты дэградаваныя глебы жоўтых адценьняў, у зоне чырвоназёмаў—чырвонаватых і г. д.

Гэтыя думкі вынікалі ня толькі з агульных тэарэтычных меркаваньняў, але і фактаў. Так дэградаваныя глебы Чэха-Славакіі, па нашым нагляданьням ня былі ўжо афарбаваны ў тыя ясна-шэрыя тоны як у расійскім леса-стэпу, а ў *бураватыя* нават, *слаба-жоўтаватыя*. Аб яшчэ больш пэўным прыкладзе паведаміў нас *Цюрэмнай* (даклад у Ленінградзе 1927 г.) з Чорнаморскага ўзбярэжжа, дзе на кантакце жоўтазёмаў і прыазоўскіх чарназёмаў былі ім канстатаваны розныя фазы дэградаваных чарназёмаў з паступовым нарастаньнем *жоўтых* афарбовак, замест, звычайных—шэрых.

У леса-стэпавай краіне П-Амэрыкі мы як раз і сустракаемся з такога роду ўмовамі, дзе можна назіраць адпаведнасьць да толькі што разгледжаных палажэньняў і схэм.

Леса-стэпавае паласа ня можа быць тут аднастайнай, бо занадта розныя тыя фіта-кліматычныя і глебавыя зоны, на кантакту якіх узьніклі тут дэградаваныя глебы.

Дэградаваныя лугавыя і дэградаваныя звычайныя чарназёмы, былі тут выкрыты ў самых рознастайных фазах сваёй дэградацыі і марфала-

гічна нічым асабліва не адрозніваліся ад такіх-жа, апісаных у расійскай літаратуры, а па афарбоўцы былі цёмнавата-шэрых і, сьветла-шэрых тонаў.

Асаблівую цікавасьць выклікалі дэградаваныя адменнасьці ў больш паўднёвых чарназёмаў, уласна: ці ідзе тут дэградацыя па тыпу жоўтых падзолістых, у працілегласьць шэрым падзолістым, згодна дапушчэньням нашай схэмы?

На лініі Мэнфіс—Канзас—Сіці дэградаваныя глебы, запраўды адрозніваліся жоўтаватымі тонамі.

Да ўсяго сказанага можна дадаць, што пры розных перасячэньнях паласы дэградаваных глебаў вельмі ясна назіралася і другая законамернасьць у геаграфіі леса-травяных глебаў, устаноўленая ў рускім леса-стэпу: найбольш цёмныя адмены дэградаваных глебаў ляжалі бліжэй да паласы нармальнах глебаў прэрыі (лугавых і чорназёмаў), а чым далей на ўсход, яны рабіліся ўсё больш сьветлымі, і на самай усходняй граніцы, тут бязумоўна існуе паласа—другарадных падзолістых глебаў (г. зн. крайняя ступень дэградацыі даўнейшых цёмнакаляровых глебаў), што мы і выдзелілі на сваёй карце.

### Глебавыя зоны гор.

Хутка пасьля вызначэньня закона занальнасьці ў разьмяшчэньні глебавых тыпаў на рускай раўніне, Дакучаеў канстатаваў тыя-ж законасьці ў геаграфіі глебавага насыцілу і на горах Каўказу. Пазьней гэта было выкрыта і ў горных масывах Сібіру і Туркестану (1 лінка, Няўструеў, Прасолаў, Філатаў ды інш.), што і стала вядома пад назвай *Верцікальных глебавых Зон*.

Наяўнасьць занальнасьці ў глебавым насыціле гор абумоўліваецца тымі-ж прычынамі, як і на раўнінах: палосчатай зьменай больш важных глебаўтварыцеляў—клімату і расьліннасьці.

У той жа час было таксама выкрыта, што ў горных краінах па сутнасьці ствараюцца тыя-ж глебавыя тыпы, што і на раўнінах, самыя зьмены глебавых зон ад падгор'я ўверх ідуць у тым-жа парадку, як яны чаргуюцца па кліматычных ступенях на раўнінах ад дадзенага геаграфічнага пункту.

Напрыклад: каля падгор'я Паўночнага Каўказу залягаюць каштанавыя глебы. Калі адгэтуль прасачыць зьмену глебы на раўніне на поўнач да Ледавітага акіяну альбо ў горах Каўказу ўверх да сьнегавых вышынь, дык каштанавая зона ў абодвух напрамках будзе паступова зьмяняцца зонамі: *чарназёмаў, прэрыяў, дэградаваных глебаў леса-стэпу, падзолістых глебаў лясной краіны і ўрэшце—глебамі тундры*.

Горныя масывы П.-Амэрыкі ўзьнімаюцца з раўнін вельмі рознастайных і кліматычных краін, што істотна адбіваецца на характары іх фіта-кліматычных а, значыць і глебавых зон.

У гэтых адносінах горныя ландугі тэрыторыі, якую мы разглядаем можна падзяліць на чатыры групы: 1—*Кардыльеры пустыннай краіны*, 2—*Кардыльеры Ціхаакіянскага ўзбярэжжэ*, 3—*Кардыльеры Паўночнага захаду*, 4—*Аллеганы*.

### Глебавыя зоны Кардыльераў пустынных краін.

Горныя масывы ўзьнімаюцца тут з высокага п'едэсталу плоскаўзвышшаў пустыні, да таго-ж яны адгароджаны ад Вялікага акіяну пры-

брэжнымі ланцугамі гор. Гадавыя ападкі нават, для высокіх іх зон дасягаюць толькі 500—750 мм.

Горы звычайна хутка і стромка ўзьнімаюцца над плоскаўзвышшамі, моцна расчленены і скалістыя (адгэтуль і назва гэтых Кардыльераў — Скалістыя горы). Наогул гэта ўзор—сухога, горнага краю.

Беднасьць вільгацьцю і характар геамарфалёгіі моцна адбіўся на расьлінных і глебавых зонах гэтых гор.

Па далінах рэк, высока ў горы, часта сустракаюцца саланчаковыя глебы з выцьветамі солей на паверхні. Па іх пэрыфэрыі вузкімі палоскамі параскіданы абрыўкі зон буразёмаў і каштанавых, якія, звычайна, вельмі хутка пераходзяць у глебы лясных зарасьнікаў схілаў.

Такім чынам, зоны *горных прэрыяў* з *чарназёмамі* тут ні разу не давялося бачыць і, мабыць, горныя чарназёмы тут наогул адсутнічаюць, за выключэньнем можа асобных рэдкіх выпадкаў.

На глебай карце Марбута, згодна з картай расьліннасьці Шанца, у краіне, якую мы апісваем, выдзелены пад № 24— „*каштанава-бурыя* глебы, зонавая падглеба“. Характарыстыка, як бачым, зусім супадае з нашай картай, толькі гэтыя буразёмы і каштанавыя мы залічаем ужо да сыстэмы *верцікальных зон*.

Паласа лясной расьліннасьці пачынаецца тут вельмі арыгінальным згуртаваньнем—зонай *Pipop-luniper*. Але гэтыя хмызьнякі-дрэвы не складаюць стычных дрэвастанаў (паркавы характар), да таго-ж пад уплывам экспазыцыі (Поўдз., Паўн.-ўсх., і Паўдн.-зах. схілы) лясная паласа значна разарвана палянамі з травой.

Адгэтуль расьлінная шаша тут часцей ёсьць комплекс параскіданых хмызьнякоў ялоўцу і сасны па фону хмызьнякоў і травяных расьлін (ня рэдка палыну) сухіх стэпаў. І больш правільна, мусіць, гэту зону назваць *паўпустынна-лясной* (як ня дзіўна гучыць такая характарыстыка!) дзе дзівосна ўжываюцца разам ксэрафіты траў, хмызьнякоў і дрэў.

Глебавых профіляў тут, на жаль ня было магчымасьці рабіць, але судзячы па выпадковых агаленьнях і па характару расьліннасьці—тут мы маем яшчэ працяг каштанавых глебаў.

Наступнай больш высокай, расьліннай зонай, судзячы па назіраньнях пры пад'ёмах на вышыню Пікэс-Пэк, дрэнна разьвітая *паласа шырокаліставых дрэў*, з якіх я магу назваць толькі—бярозу. Аднак і тут былі часта травяныя паляны. Хутчэй тут мы маем пачатковую зону—*леса-лугавую* з пярэстым комплексам глебаў *слаба-падзолістых, луговых і дэградаваных лугоў*, што часткова і даводзілася бачыць едучы ў аўтамабілі.

Больш усьцяжнай, тыповай, лясной зонай на масыве Пікэс-Пэк зьяўляецца *паласа елкі і ельніцы*. Па карце Шанца, дадзеная зона на гэтых вышынях разьвіта скрозь. Нам удалося тут зрабіць невялікі глебавы разрэз сярод высокіх і магутных елак з слабым махавым насыцілам і, канстатаваць ясна выяўлены падзолісты працэс, але дзякуючы стромкаму схілу, глебавыя паземы былі вельмі мініятурныя. Як відаць, тут мы маем—зону *тарпяна-падзолістых глебаў*.

За паласой хваёвых дрэў у гэтай краіне амаль адразу пачынаецца *зона гольцаў*, з плямамі сьнегу па зьніжэньнях і цясьвінам. І толькі дзе-ня-дзе можна было заўважыць невялікія, нястальныя і мізэрныя абрыўкі зоны *альпійскіх лугоў*. Як самастойную, зону альпійскіх лугоў мы не знаходзім і на карце расьліннасьці Шанца.

## Глебы Ціхаакіянскага ўзбярэжжа

Усё узбярэжжа Ціхага акіяну—горны край. Найбольш магутны і велічны характар, Кардыльеры набываюць у масыве Сьера-Невады і на поўнач ад С.-Францыска; а на Поўдзень ланцугі гор значна зьніжаюцца.

Другой геамарфалагічнай асаблівасцю гэтай краіны зьяўляецца наяўнасць тут шэрагу глыбокіх і значных па плошчы *далін*, якія ўзьніклі, дзякуючы магутным тэктанічным ськідам. Найвялікшая з іх — С.-Францыска даліна, якая ідзе паралельна хрыбту Сьера-Невады.

Вільготныя вятры Ціхага акіяну, як відаць цалкам, кандэнсуюць сваю вільгаць у гэтым грандыёзным бар'еры і параўнаўча вузкай паласе. Чаму ўсё ўзбярэжжа вызначаецца сваім даволі мяккім і вільготным кліматам.

Максымум ападкаў прыпадае на больш высокую частку гэтай краіны—1500—2500 мм., а паніжанае ўзбярэжжа на поўдні атрымлівае іх значна менш: у межах 500—750 для гор і 500—250 мм. для далін.

У выніку гэтага тут натуральна, выдзяляюцца дзве розныя фізыка-геаграфічныя правінцыі: 1—Паўднёвая зьніжаная і 2—Паўночная высокая.

*Паўднёвая краіна*, па клімату сваіх *далін*, вызначаецца мяккім пераходам ад суседняй пустыні да сухіх стэпаў, аднак, нявысокія *горы* яе ўжо цалкам укриты шырокаліставымі лясамі (тыпу сэмігумідных краін Сяродземна морскіх узбярэжжаў Эўропы).

У адпаведнасці з гэтакімі рысамі клімату і расьліннасці ў Паўднёвых далінах мы сустрэкаем глебавы насыціл у форме палос, якія ўзьнікаюцца, спачатку *буразэмай*, пасля *каштанавай* глебаў, а на першых схілах гор нават вузкія разарваныя каймы *чарназэмай*.

Падобныя зьмены пры экскурсыях мы сустрэлі каля Лос Анжэлоса (ля кінематографічнага гарадка) і ў С.-Францыскай даліне. Некалькі шэраватых чарназёмы, былі і на сельска-гаспадарчай станцыі Унівэрсытэту Бэркэлея.

Да гэтага-ж тыпу нізкіх зон верцікальнай сыстэмы трэба залічыць і вялікі востраў глеб, выдзелены на карце Марбута па мяжы з паўночна-заходнімі Кардыльерамі (на ўсход ад Портланду). У цэнтры вялікай даліны тут (па Марбуту) ляжаць глебы *пустыні*, а па яе тэрыторыі, асабліва на ўсходняй палове, — чаргуюцца палосы: *буразэм*, *каштанавай* глебы (№ 24) і пасля акружае ўсё — паласа *чарназэмай*.

Пры паездцы ў горы, ў вакольнасці Бэркалея, можна было часткова пазнаёміцца з *глебамі пад шырокаліставымі лясамі*. Нізкія спадістасці Бэркэлея былі пакрыты *чарназэмамі*. На першай мяжы лясоў былі відны—дэградаваныя чарназёмы; вышэй ідуць больш дэградаваныя адменнасці з яснымі жоўтаватымі адценьнямі. Урэшце мы ўзьняліся ў зону *жоўтаватых падзолістых глебаў*.

Нам-бы хацелася некалькі падкрэсьліць і ўгрунтаваць наяўнасць тут зоны *жоўтых падзолістых глебаў*. Па-першае, яны досыць адпавядаюць усяму характару тутэйшага клімату (паўморскіх субтропікаў).

Пры некалькі падобных умовах гэтыя-ж глебы былі сустрэнуты мною на ўзбярэжжы Чорнага мора (Крым, Косцьцель гара) пад дубова-грабавымі лясамі, пры 600—700 мм. ападкаў.

На карце Марбута па ўсяму ўзбярэжжы Вялікага акіяну таксама выдзелены вузкай паласой асаблівага роду глебы пад № 12—„жоўтабурья глебы, жоўтыя падглебы“.

Маючы на ўвазе ўсе гэтыя факты, на сваёй глебай карце мы на ўсім узбярэжжы Вялікага акіяну, у агульнай схэме, і выдзелілі зону

падзолістых глебаў, як адзін з элементаў глеб верцікальных зон морскіх кліматаў ціхаакіянскага ўзбярэжжа.

Дальш вышэй у горы гэтая зона шырокаліставых лясоў з жоўтымі падзолістымі глебамі змяняецца з боку расьлінасьці (як гэта відна з карты Шанца) на зону хваёвых (ельніку, кедраў, елак і г. д.), пад якім разьвіты ўжо—*шэрыя падзолістыя* глебы.

### Глебы Паўночна-заходніх Кардыльеарў.

Пазнаёміліся мы з гэтай краінай і яе глебамі пры перасячэньні гор з Ванкувэра на Эдмантон (Канада).

Горныя масывы гэтага краю яшчэ мала закрануты культурай і поўныя дзікага характа першабытных хваёвых лясоў на фоне складаных і стромкіх выгінаў гор.

На пакатах чыгункі глебы тут скрозь мы бачылі *шэрыя падзолістыя*, толькі зрэдка сустракаліся невялікія вучасткі чорных *лугавых* глебаў.

За граніцай лясоў, па купалаватых вяршынах і іх схілах бачылі мы альпійскія лугі, але гэтыя зоны засталіся няпрыступнымі для нашага агляду.

Больш падрабязна ўдалося прасачыць змены глебавага насыцілу гэтай краіны ў вакольнасьці Jasper Nat. Park, пры паездцы на ледавік, аднак у абставінах ужо досыць парушаных чалавекам.

Пакрыўнымі пародамі тут зьяўляюцца адклады ранейшых ледавікоў. Марэны тут адзначаюцца нязвычайным багацьцем буйных уключэньняў валуноў; колер марэны скрозь шэры (ад карбанатаў).

Мяккія схілы і седлавіны падгор'яў прысыпаны дружа-жарствынымі супясямі і пяском. Тут зона *сасны і шэрых слаба-падзолістых глебаў*. Слабая ападзоленасьць тлумачыцца выключна грубасьцю глебатворчага субстрату.

Наступнай, больш высокай зонай, з боку расьлінасьці была *ялова-мохавая*. Бліжэй да ледавіка (каля 2000 м.) елкі выказвалі аднакі прыгнечанасьці, а мохавы насыціл, наадварот, зрабіўся ўсыцяжным і магутным, шмат багуну.

Пад гэткай, ялова-мохавым, насыцілам, на схіле, мной быў зроблен шэраг глебавых ям, якія далі вельмі цікавы глебавы профіль, які я дазволю сабе тут прывесці.

1. Зьверху ляжыць усыцяжная мохавая кара з жывога моху да 10—15 сант. глыбіні, якая лёгка зьдзіраецца.

2. Пазем  $A = 3-5$  сант. Напоўспарахнелая арганічная маса з мохавага торпу.

3. Паз.  $A^2 = 5-10$  сант. глыбіні. Яркая сьветлая шэры, кнізу — зусім бялясаваты, як белая папера альбо мука.

Маса была нязвычайна тонкая і далікатная, а пры падсыханьні — лёгкая. Аналягічныя ўласьцівасьці ў падзолістых глебах раўнін мне асабіста назіраць не даводзілася. Успамінаецца паведамленьне праф. Н. І. Прохарава аб карлікавых падзолістых глебах — Кольскай паўвысы (каля Ледавітага акіяну).

4. Пазем  $B = 3-8$  сант. Карычнявата-вохрысты, з яўным намнажэньнем гідратаў паўтаравокіслаў. У мэханічным складзе шмат акругленай галькі і жарствы.

5. Пазем  $B^2 = 15-20$  сант. Жоўтаваты з карычнявым адценьнем, суглінак, з уключэньнем жарствы і каменяў, як у паземе  $B$ .

6. Пазем В<sup>3</sup>. Вымытая марэна, суглінак—жараваты з лёгкім бледна жоўтавата-бурым адценьнем.

З апісанья відаць, што гэту падзолістую глебу трэба залічыць да тыту — *тарфяна-падзолістых глебаў*, бяз усякіх глебавых працэсаў, што іх дужа адрозьнівае ад сваіх аналягаў на раўнінах, дзе тарфяна-падзолістыя абавязкова маюць адзакі высокага і інтэнсыўнага агляеньня.

Успамінаючы свае падарожныя ўражаньні з высакагорных лясных зон і, праглядваючы запісы свайго дзённіка, я пераконваўся, што зона падобных тарфяна-падзолістых глебаў у горах Кардыльераў зьяўляецца значна пашыранай і гэтымі ўтварэньнямі, як відаць, заканчваецца шэраг падзолістых глебаў верцікальных зон.

Аналягічныя факты ў глебавых матар'ялах высакагорных лясоў з расійскай літаратуры мне амаль невядомы, альбо я мала звяртаў на гэту увагу. У кожным выпадку ў сваіх схэмах для гор я не адважыўся ісьці далей моцна-падзолістых і падзолаў.

Цяпер, відачна, ёсьць магчымасьць працягнуць аналёгію прадстаўнікоў падзолістых глебаў раўнін і гор 'шчэ далей, на адзін сачлен, уласна *тарфяна-падзолістых*.

На жаль, і ў гэтай паездцы на ледавік не давялося пазнаёміцца з глебамі альпійскіх лугоў. Зона тарфяніста-падзолістых глебаў пад яловамохавымі згуртаваньнямі падходзіла тут да самага краю ледавіка, і альпійскія кілімы—адсутнічалі.

*Глебы Альлеган.* Група Альлеган узьнімаецца ў краіне раўнін з морскім тыпам клімату. Ападкі на іх з вышынёй павялічваюцца і дасягаюць свайго максымуму на вышынях гор, звыш 2500 мм.

Такі характар ападкаў, а таксама стан іх у субтропіках і параўнаўча невялікія высоты (максымум 1500 м) зьяўляюцца прычынай тут усьцяжных лясных зон.

Арганізаваная паездка ў горы, па вельмі добрай шашы, дала магчымасьць, хоць і павярхоўна, прасачыць, як *жоўтазёмы раўнін* пры падніманьні ў горы паступова пераходзілі ў *жоўтыя падзолістыя* да сярэдніх вышыняў гор, а вышэй—пачыналіся больш *шэрыя падзолістыя*.

Такім чынам і тут зьмена глебавых зон, як скрозь у горах, адбылася па агульнаму геаграфічнаму правілу: глебавыя тыпы з падняцьцем ад раўніны ў горы зьмяніліся аналягічна зьмене іх на суседняй раўніне ад данага пункту ў больш паўночных шыроты, а ўласна для данага выпадку па схэме: *жоўтавата-жоўтыя падзолістыя* і *шэрыя падзолістыя*.

## Die Zonen der Böden von Nord-Amerika.

### Zusammenfassung.

Die Böden von Nord-Amerika lassen sich in Betreff der Art ihrer Bodenbildung (wenn man die Muttergesteine und ihre chemische Zusammensetzung nicht weiter berücksichtigt) mit Bezugnahme auf die wichtigsten bodenbildenden Elemente (das Klimat, den Pflanzenbestand und das Gelände) in folgende vier grosse Gruppen zusammenfassen: 1. das östliche Gebiet, 2. das westliche Gebiet, 3. der Gürtel längs dem Stillen Ozean und 4. die Hochgebirgs-Stöcke.

Das *östliche Gebiet* erstreckt sich vom Gestade des Atlantischen Ozeans ungefähr bis zum 95. Meridiane. Es zeichnet sich durch sein Seeklima (humides) aus und war von Alters her durchweg mit geschlossenen Wäldern bedeckt. Diese zwei Faktoren schufen hier fast überall Böden der *Podsol-Reihe*: schwach durch Humusgehalt gefärbte, bis zu grosser Tiefe ausgelaugte und mit Basen nicht gesättigte (sauere) Böden.

In der Hauptsache unter dem Einfluss von Unterschieden in der Temperatur zerfällt die nach der Art ihrer Bodenbildung einheitliche Bodenkrume des östlichen Gebietes in eine Reihe folgerichtig auf einander abgestufter Bodenzone, sich von S—W nach N—O hin erstreckend i Gelberden, Gelb-Grauerden, Podsolböden und graue Podsolböden. (Die Namensgebung der Zonen wird hervorgerufen durch die Färbung des Horizontes „A“ der vorherrschenden Böden).

In dem östlichen Gebiete giebt es eine Menge von Beispielen gestörter, oberflächlich abgeschwemmter Böden (in Folge starker Zerklüftung und Zerrissenheit des Geländes und häufiger Aufackerung des Bodens); in Folge dieser Umstände treten häufig entweder die rötlichen illuvialen Horizonte „B“, oder rote Schichten des Muttergesteines zu tage, wass Veranlassung geben kann, unrichtiger Weise solche Gebiete zu den zonalen Roterden zu rechnen.

Das *westliche Gebiet* stellt das krasse Gegenteil zum östlichen Gebiete dar: hier treffen wir das Reich arider Klimate und den Pflanzenwuchs der Steppen und Wüsten an. Den hier vorkommenden natürlichen Bedingungen der Bodenbildung entspricht auch vollkommen die originelle Oberkrume der Böden. Die Ganze Stufenleiter der Böden des westlichen Gebietes lässt sich in eine einheitliche Reihe von Böden, mit der den Steppen eigentümlichen Bodenbildung einfügen: mehr oder weniger durch Humus gefärbte, nur wenig ausgelaugte und mit Basen gesättigte (nach der Reaktion der Bodenlösung von neutral bis alkalisch wirkende) Böden.

Die Gliederung nach Boden-Zonen erfolgt im westlichen Gebiete vuzugsweise unter der Einwirkung des Wechsels des Feuchtigkeitsgehaltes des Klimas von Osten nach Westen zu: gemässigtfeuchte Steppen liefern Schwarzerden (Tschernosem), weiterhin nach Westen zu erstrecken sich folgerichtiger Weise Böden mit fortschreitend immer deutlicher hervortretendem Steppencharakter der trockener Steppen—kastanienbraune, Braunerden, und Grauerden; auch hier erfolgt die Namengebung nach der Färbung des Horizontes „A“, welche als zonale Färbung angenommen wird.

An den Berührungspunkten von zwei strenggeschiedenen Gebieten (dem humiden und ariden) erstreckt sich eine Zone von Wald-Steppe mit verschiedenen Stufenfolgen von degradierten Schwarzerden und dunkelfarbigem Wiesen-Böden.

In Bezug auf die geografische Anordnung der Böden der Vereinigten Staaten von Nord-Amerika im Vergleich zu der russischen Tiefebene lassen sich einige äusserst lehrreiche Momente anführen:

1. Die Bodenzonen der russischen Tiefebene ordnen sich auf dem gesamten gewaltigen Gebiete nach den Breitengraden an, zu gleicher Zeit mit den thermischen Gürteln und Feuchtigkeits-Zonen zusammenfallend, während auf dem Gebiete der Vereinigten Staaten von N.-A. die Bodenzonen beinahe genau den *Längengraden* parallel verlaufen und, auf diese Weise die thermischen Gürtel schneidend, den Feuchtigkeitszonen sich anschliessen, (sogar bei ein und derselben Breite).

2. Allein, da die meridialen Zonen der Vereinigten Staaten von N—A, eine von Süden nach Norden ausserordentlich starke Ausdehnung aufweisen, folglich mehrere thermische (Zonen—) Gürtel durchkreuzen, so wirken natürlicherweise die verschiedenen thermischen Verhältnisse gleichzeitig auf sie ein. So zum Beispiel weist der *Schwarzerde*—(*Tschernosem*—) Streifen von Nord-Amerika von Norden zum Süden hin seine besondere Reihe zonaler (thermischer) Varianten auf: Nördliche Schwarzerde, gewöhnliche, südliche und Chokoladenfarbige Schwarzerde, (Aehnliche klimatische Varianten von Schwarzerden sind auch in dem russischen Schwarzerdegebiete wohl festgestellt, jedoch in Wechsel nach den Breitengraden).

3. In der russischen Tiefebene vollzieht sich der Wechsel der Bodenzonen fast überall unter dem Einflusse kontinentaler Klimate: auf dem Gebiete der Vereinigten Staaten von N.-A. wird uns in grossem Masse ein Beispiel der Schöpfungskraft der Natur unter den Bedingungen eines allmähigen Ueberganges zweier Klima-Systeme vor Augen geführt: des humiden (ozeanischen) und des ariden (kontinentalen); was uns tatsächlich die Möglichkeit gewährt genau festzustellen: Was für Bodentypen und—Zonen entstehen bei solchen Komplikationen?

Es erweist sich hierbei, dass bei ähnlichen Bedingungen eines Kontaktes sich zunächst eine Zone von *Wald-Steppe* mit den entsprechenden Degenerationsphasen von Schwarzerde—und dunkelfarbigem Wiesen-Böden, darauf hin (nach der Richtung arider Klimate hin), sich aber eine Zone von *Schwarzerden* (Tschernosemen) auszubreiten pflegt. Folglich ist das Erscheinen solcher Zonenbildungen durchaus nicht streng an entsprechende thermische Gürtel gebunden: die Natur verfügt eben in einem solchen Falle über thermische Varianten. Daher können wir gegenwärtig mit grösserer Zuversicht von klimatischen Typen von Schwarzerden nach den Breitengraden reden: Schwarzerden der gemässigten Zonengürtel, Schwarzerden der subtropischen Gebiete und Schwarzerden der Tropen (Regure)

Es ist mithin klar, dass ebendasselbe auch Giltigkeit haben muss in erster Linie in Bezug auf Varianten von Zonen der Wald-Steppe nach den Breitengraden, und desgleichen für die Zonen dürrer Steppen: der *kastanienbraunen* Böden, der Braunerden und Grauerden; dieselben können sowohl in den gemässigten Breiten, als auch in den subtropischen und tropischen Gebieten vorkommen. (Dieses wurde schon 1921—24 vom Verfasser theoretisch in Erwägung gezogen).

Diese neuen Tatsachen und Verhältnisse erweitern und vertiefen unsere Anschauungen über die Genesis der Boden-Typen und Boden-Zonen unseres Erdballes und gewähren uns die Möglichkeit, neue Prognosen über die Boden-Oberkrume noch unerforschter Gebiete Süd-Amerikas, Afrikas und Australiens mit analogen klimatischen Systemen aufzustellen

Der Küstentrich von Nord-Amerika längs dem Stillen Ozean hat in seinem grössten Teile ein ozeanisches Klima und hiertritt uns gewissermassen

eine gewisse Wiederholung der Bodengebilde der östlichen Staaten entgegen. Allein in seinen südlichen Gebieten (südlich von St. Franziska) besitzt dieser Streifen schon die eigenartigen Züge eines Zusammenstosses von ariden Klimaten mit humiden, in Analogie mit einigen Gebieten des europäischen Mittelmeeres mit entsprechenden Böden.

Die Nordamerikanischen Gebirgsmassive haben in vollkommenster Weise die Grundsätze der russischen Gelehrten über vertikale Boden-Zonen, als Analogien zu den Zonen der Ebenen, bestätigt.

*J. N. Afanassjeff.*

# Да пытання аб формах і клясыфікацыі садовых гатункаў адналетняга флэкса

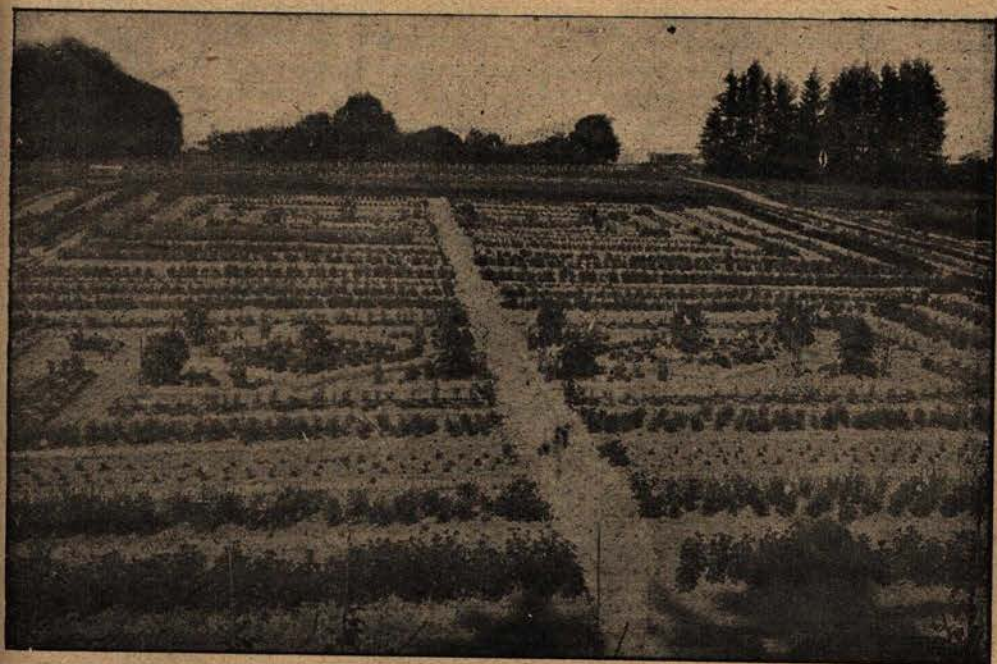
*Phlox Drummondii* Hook.

Катэдра Сэлекцыі Беларускай Дзяржаўнай Акадэміі С. Г.<sup>1)</sup>

## Агульнае становішча пытання.

Катэдрай генэтыкі і сэлекцыі Б. Д. Акадэміі С. Г. вядзецца шэраг назіранняў і досьледаў, на плошчы так званага калекцыйнага гадавальніка, над дэкарацыйнымі расьлінамі. У ліку гэтых прац—падрыхтоўка матар'ялаў з дапамогай выбару выходных форм, дзеля генэтычнага апрацаваньня паміж-гатункавай гібрыдызацыі ў сям'і званочкавых *Campanulaceae*—розныя званочки, ірысавых *Iridaceae* дэкарацыйныя ірысы, складнакветных *Compositae* юргіны, палімон'явых *Polemoniaceae* флэксы і шэраг другіх.

Пры дэталнай знаёмасьці з гатункамі флэксаў, якія ўжываліся для крыжаваньня аднагадовых флэксаў *Phlox Drummondii*, з шматгадовымі



Каляцыйны гадавальнік

*Здымак № 1.*

<sup>1)</sup> Докладзена 28/IV-28 г. у Сэкцыі Дэкарацыйных Расьдін Маскоўскага Таварыства Садоўніцтва і на агульным сходзе Горы-Гарэцкага Навуковага Т-ва 9/VII-28 г.

флэксамі *Phlox decussata* у летку 1927/28 г.г. сярод пасеву гандл. гатунку „друммондзі“ магчыма было назіраць то частковую „почачную варыяцыю“, то варыяцыю цэлых расьлін, якія не адпавядалі апісаньням, вядомых цяпер гатункаў, у садова-кветаводнай-навуковай літаратуры. На прыведзеных у тэксце малюнках № № 2—9 і № № 10, 11, 14, 15, 16, можна назіраць рысы пабудовы кветак, як ужо вядомых гатункаў, так і гатункаў, якія назіраліся намі ў першы раз на нашым гадавальніку ў Горы-Горках. Гэтыя выпадкі, то частковай (малюнак № 10, 11, 15, 16), флэкс мною назван *Phlox Drummondii diantiflora*, то поўнай зьменнасьцю, як гэта назіралася ў 1928 г., мімаволі прымушалі з асаблівай увагай падыйсьці да таго матар'ялу, які павінен быў нам служыць для крыжаваньня; апрача гэтага вегэацыйная зьменнасьць паасобных почак прадстаўляе вялікі тэарэтычны інтарэс, і на грамадзяньне фактычнага матар'ялу—варт вялікай увагі.

Генэтычны аналіз, пры самых найлепшых умовах працы, павінен працягнуцца 2—4 гады. Пачаўшы ўжо гэту працу нам хацелася б у гэтым паведамленьні прывесці толькі фактычны матар'ял па апісаньні паходжэньня, узьнікненьня новых форм, а таксама і садовай клясыфікацыі гэтага гатунку, які належыць да скромна, але досыць распаўсюджанай дэкаратыўнай расьліны, даступнай для самага прыміўнага кветніка. Наяўнасьць шэрагу розных форм, якая ня ўступае другім прадстаўнікам садовай флэры, нядаўняе зьяўленьне (папаў у садовую флэру ў 1835 годзе), і ў той-жа час узьнікненьне шэрагу новых форм і зьменнасьцей ня толькі па афарбоўцы, але і па форме палёсткаў кветкі—усё гэта вельмі пашырана і выклікае сабой вялікую зьменнасьць вонкавага выгляду кветкі. Усё гэта прымушае зьвярнуць увагу на *Phlox Drummondii*, як на вельмі цікавы, хоць мажліва трудны, аб'ект генэтычнага апрацаваньня.

Цяпер у нас ідзе апрацаваньне і вывучэньне ня толькі новых (1927 г.) форм, але і падрабязнае вывучэньне узору з якога ўзьніклі гэтыя расьліны, як і шэраг садовых гатункаў *Phlox Drummondii*, паколькі нам удалося некалькі спроб знайсці ў нашым Саюзе.

### Зьвесткі аб паходжаньні.

Знаходзячы новыя формы расьлін, роўна як падбіраючы патрэбны для крыжаваньня, цалкам зразумелым і натуральным зьяўляецца знаёмасьць з навуковай практычнай літаратурай па гэтаму пытаньню. Гэта навуковая літаратура (зразумела, толькі замежная, бо Расейскай зусім няма), даволі бедная. Сутнасьць знойдзенага мной у наступным:

*Phlox Drummondii* належыць да сям'і *Polemoniaceae*. У нас на Беларусі ў дзікай флэры да гэтай сям'і належыць адзін прадстаўнік *Polemonium coeruleum* L. Флэкс друммондзі быў знойдзены падарожнікам Друммондзі ў Амэрыцы у Тэксасі, у 1835 годзе<sup>1)</sup> і насенне было пераслана ў Эўропу. Першым яго апісаў William Hooker у 1835 г. (1) у Ангельскай батанічнай газэце *Botanical Magazine*.

Значна пазьней, толькі ў 1845 годзе, зьявіліся апісаньні ў садовай літаратуры, а пазьней ў нямецкай часопісі *Gartenflora* ў 1853 г. больш пашыранае апісаньне.

У 1875 годзе ў садоўніцтве Гэйнемана было знойдзена і апісана ў часопісі *Gartenflora* (6) форма з большымі кветкамі, якая і была названа *grandiflora*.

<sup>1)</sup> Падарожнік Друммондзі ў тым жа 1835 годзе захварэў фыбрай і памёр у Тэксасі.

У 1882 г. у той жа часопісі *Gartenflora* на старонцы 140 быў апісаны гатунак флэксу, якога кветкі нагадвалі па сваёй форме і зграмажанасьці кветкі гартэнзіі і былі названы *hartensiflora* . . . 7.

У 1888 годзе ў садоўніцтве Martin Groschoff у Квэдлінбургу былі знойдзены формы са зрэзанымі пялёсткамі венчыкаў, якія былі апісаны Віткам у часопісі *Gartenflora* . . (12) пад назвай фімбрыята *fimbriata* і кусьпідата *cuspidata*<sup>1)</sup>. Пры гэтым адначасова былі дадзены каляровыя малюнкi. Пры апісаньні гэтых новых форм ня было звестак як іх атрымалі: ці крыжаваньнем, ці раптоўнай зьменнасьцю, ці якім іншым шляхам. У гэтым жа годзе ў той-жа часопісі, але ўжо на старонцы 426—28 Sprenger напісаў, што ён ведаў выпадкі знаходжаньня такіх форм „Фімбрыята“, „Кусьпідата“ даўней і што гэта назіралася ў Італіі, (у садзе пэўнага аптэкара) і паўночнай Амэрыцы . . 12).

У 1903 годзе быў кароценька апісан у той-жа часопісі *Gartenflora* гатунак, знойдзены ў садоўніцтве Бэнары ў Эрфурце, з пялёсткамі венчыкаў звужанымі, радыяльна разьмешчанымі і, гэты гатунак быў названы *radiata* . . 13).

У поўным каталазе кветкаў Бэнары . . 14) таксама, як у працы Джона Кэлі ў 1915 і ў 1917 г. . . (8) (9) сустракаецца апісаньне гатунка флэкса Гэйнгольдзіі—Hejnholdii—карлікавы гатунак з звужанымі пялёсткамі, але больш круглымі, чым у формы радыята. Трэба сказаць, што ўжэ ў вялікім 2-х томным падручніку Босэ, які вышаў у Ганноўэры ў 1861 годзе . . 2) ёсьць шмат спасылак на тое, што гатункі флэкса друмондзі былі атрыманы шляхам крыжаваньня. Мажліва што вышэй пералічаныя формы зьявіліся шляхам крыжаваньня. Вялікая праца па пытаньням генэтыкі флэксу зьявілася толькі ў 1920 годзе ў Амэрыканскай генэтычнай часопісі „Genetics“ . . (10).

### Клясыфікацыя флэксу.

Што датычыцца клясыфікацыі флэксу друмондзі, то па гэтаму пытаньню ёсьць дзьве крыніцы: 1) невялікая спасылка ў манаграфіі, прысьведчанай сям'і Polemoniaceae, якая была ўложена ў 1907 г. у выдавецтве *Pflanzenreich Engl. Prantl* т. 250 доктарам А. Бранд . . (3) і, другая праца ў часопісі Нью-Йоркскага батанічнага саду (у 2-х выпусках 1915 і 1917 г. (8), (9) якія былі ўложаны Джонам Кэлі 2).



Мал. 2.

### Садовая клясыфікацыя.

*Phlox Drummondii* Hook.

Па манаграфіі сям'і Polemoniaceae  
D-r A. Brand—„Pflanzenreich Engl. Prantl.

*Phlox Drummondii*

I. *Forma cultae typicae.*

A. Concolores. B. Bicolores. C. Tricolores



Мал. 3.

<sup>1)</sup> *fimbria*—бахрама, *cuspidatus*—сьпічасты.

<sup>2)</sup> На жаль, вялікі кошт малюнкаў не дае магчымасьці падаць да друку характэрныя малюнкi ўсіх тыпаў і, мы сабе дазваляем толькі некаторыя ў схэмах мал. №№ 2—9.

## Phlox Drummondiana hort.

A. Concolores. B. Bicolores. C. Tricolores.

## II. Formae cultae monstrosae.

- |   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| 1. Radiata                                | 2. Fimbriata                             | 3. Cuspidata                             | 4. Diantiflora                           |
| A. Concolores B. Bicolores C. Tricolores. | A. Concolores B. bicolores C. tricolores | A. Concolores B. bicolores C. tricolores | A. Concolores B. bicolores C. tricolores |
| Gartenflora 1903                          | Gartenflora 1888 Witmack.                | Gartenflora 1888 Witmack.                | Gory-Gorky                               |
| Benary Erfurt                             | Gertneri Martin Groschoff                | Gertneri Martin Groschoff                | Var. nov.                                |
| Мал. № 6                                  | Quedlinburg                              | Quedlinburg                              | K. Renard                                |
|   | Мал. № 8. Мал. № 7.                      | Мал. № 8. Мал. № 7.                      | Мал. № 9.                                |



Мал. 4.



Мал. 5.



Мал. 6.



Мал. 7.

## Phlox Drummondii Hook.

Па працам J. Kelly „Jurn N-Jork.Bot Garden“ 1915. 1917.

## A. Формы, якія маюць венчык з пялёсткамі лапаснымі.

- а) З вялікімі кветкамі мал. № 2.
- 1) Вялікія 12—20 дзюймаў узросту.
  - 2) Карлікавыя 6—8 дзюймаў узросту.
- б) Звычайныя гатункі з невялікімі кветкамі мал. № 3.
- 1) Вялікія гатункі.

§ Пяядыныя кветкі мал. № 3.

§§ поўныя (махровыя) кветкі мал. № 4.

2) Гіаукарлікавыя.

§ Гейнольдзіі мал. № 5.

§§ Гартэнзіюкветныя

3) Карлікавыя.

- с) З вузкімі паласатымі пялёсткамі кветкі radiata мал. № 6.
- 1) толькі карлікавыя.

## B) Формы з зубчастымі пялёсткамі венчыка

- а) Куспыдатныя мал. № 7.
- 1) Вялікія гатункі
  - 2) Карлікавыя

- б) Фімбрыятныя мал. № 7.
1. Вялікія гатункі
  - 2) Карлікавыя.

- с) Гваздзічнакветныя мал. № 9.
- 1) Вялікія гатункі.
  - 2) Карлікавыя.



Мал. 8.



Мал. 9.

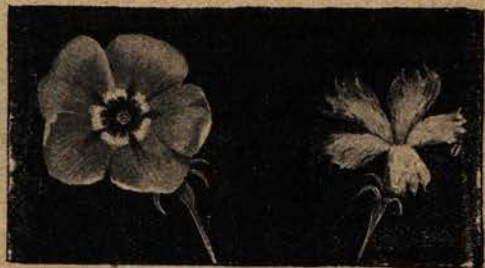
У вышэй даданых схэмах садовай класіфікацыі флэксаў Друмондзі я дазволю сабе дадаць формы дзіанцыфлёра, па матар'ялам 1927 г, калі мною назіраўся выпадак почачнай варыяцыі (гл. мал. № 10, 11), а таксама ў выпадку, назірана мною ў 1928 г., калі ў тым самым узоры што летась знойдзены расьліны з зьмененым венчыкам кветкі, таксама не апісанай формы, (як відаць з вышэй прыведзенай навуковай літаратуры па флэксам. На здымку № 10 прыведзены здымак з расьлінкі флэкса ўраджаю 1927 году, у якога адна з галін дала зьменныя кветкі. На малюнку № 11 прыведзены вонкавы выгляд, як кветкі зьмененай, так і нармальнай на адной і той жа расьліне<sup>1)</sup> Шэсьць кветак зьмененых далі шляхам самазапылкаваньня сем зернятак, якія мною былі пасеяны вясной 1928-га году з адначасовым пасевам насеньня матчынай расьліны. Пры прарастаньні (узышло толькі 5 зернятак), былі ўзяты каранькі для вызначэньня храмазом. На малюнку № 12, прыведзены малюнкi храмазом для 7 расьлін, першыя 4—для чатырох расьлін зьмененай формы і для 3-х, якія выраслі з насеньня матчынай расьліны нармовых<sup>2)</sup>. Набор храмазом для каморачак пункту ўзросту карэнька  $2n=14$ . Як відаць з малюнкаў маюцца вельмі характэрныя як па форме, так і па велічыні



Мал. 10.

Здымак з расьліны Phlox Drummondii на якой у 1927 г. шляхам почачнай зьменнасьці паўстала новая форма *diantiflora*.  
1—*diantiflora*,  
2—звычайная форма *grandiflora*

7 пар храмазом. Пры нашым назіраньні храмазом як незьмененых матчыных, так і зьмененых дзіанцыфлёра ніякіх асаблівых розніц не наглядалася. Дзеля большага параўнаньня былі ўзяты насеньні флэкса друмондзі гандлёвых спроб двух гатункаў: звычайная і гатунак з зрэзанымі пялёсткамі, якія называюцца „куспідата“. Набор храмазом маецца на мал. № 13, атрымаўся той жа малюн.  $2n=14$  з такой самай формай і велічынёй храмазом. Такім чынам, як для гандлёвых гатункаў, так і для расьлін, атрыманых пры почачнай варыяцыі і для матчыных, якія далі почачную варыяцыю, ніякай прыметнай розніцы не наглядалася.



Мал. 11.

Кветкі з расьліны яка маецца на здым. № 11  
1—звычайная кветка Phlox Drummondii grandiflora з мацярынскай расьліны  
2—новапаўстаўшым шляхам почачнай зьменнасьці, форма *diantiflora*

<sup>1)</sup> Перагляд навуковай літаратуры па пытанням магчымых выпадкаў вырадтга (Reinzig...4 Worsdell...5) не далі мне звестак а выпадках такой зьменнасьці, што датычыцца „почачнай зьменнасьці“ то аб флэксах ёсьць маленячкія упамінаньні ў Дарвіна ..(16) і ў Cramer'a...(15) і то не а зьменнасьці пялёстак у напрамку шчарбатасьці.

<sup>2)</sup> Узяцьце, падрыхтоўка, фіксацыя і заліўка матар'ялу была зроблена аспірантам катэдры селекцыі А. І. Лапо па метадам і спосабам, якія прыняты ў лябараторыі праф. Е. А. Лявіцкага пры Інст. Прык. Бат. у Ленінградзе.

Характар, выраўненасці па тыпам (не па афарбоўцы) прыводзіцца ў наступнай табліцы:

Гатункавы склад гандлёвых узораў адналетняга флэкса друмондзі паводле пасеву ў калекцыйным выхавальніку Катэдры Сэлецыі Беларускай Дзяржаўнай Сел. Гасп. Акадэміі ў 1928 годзе.

Спецыяльны № гадзвальніку	НАЗВА						Усяго	УВАГА
		Грандзіфлёра	Гартэнзіофлёра	Кусьпідата	Фімбрыята	Дзіанціфлёра (мутант)?		
15	Флэкс друмондзі . . . . .	84	—	—	—	—	84	Насенне адтрымалі ад: 1) Мейера з Масквы.
16	„ „ Кусьпідата . . . . .	—	—	19	52	—	71	2) „
55	„ „ Грандзіфлёра . . . . .	84	—	—	—	—	84	3) з Масквы ад Сельсаюзу.
56	„ „ Кусьпідата . . . . .	26	—	52	10	—	88	4) „
57	„ „ Гартэнзіофлёра . . . . .	—	20	—	—	—	20	5) „
195	„ „ . . . . .	475	7	—	—	2	484	6) Свайго збору 1927 г.
200	„ „ . . . . .	7	245	25	—	—	277	7) „
343	„ „ . . . . .	41	7	—	—	—	48	8) ад Сельсаюзу з Масквы
358	„ „ . . . . .	40	—	—	—	1	41	9) Яго-ж.

Як відаць, з гэтай таблічкі матар'ял досыць такі стракаты, як гэта звычайна і наглядаецца і ў рыначных гатунках.

Карыстаючыся паказаннямі, малюнкаў і вывадаў Кэллі нам вельмі пажаданым было на матар'ялах, сёлетняга пасеву падабраць патрэбныя нам расьліны для далейшых крыжаванняў. Пры гэтым асабліва ўвага была звернута на тыя формы, якія маюць зьмененыя пляёсткі венчыкаў, г. з. на формы фімбрыята і кусьпідата. Зразу-ж аказвалася, што для су-



1



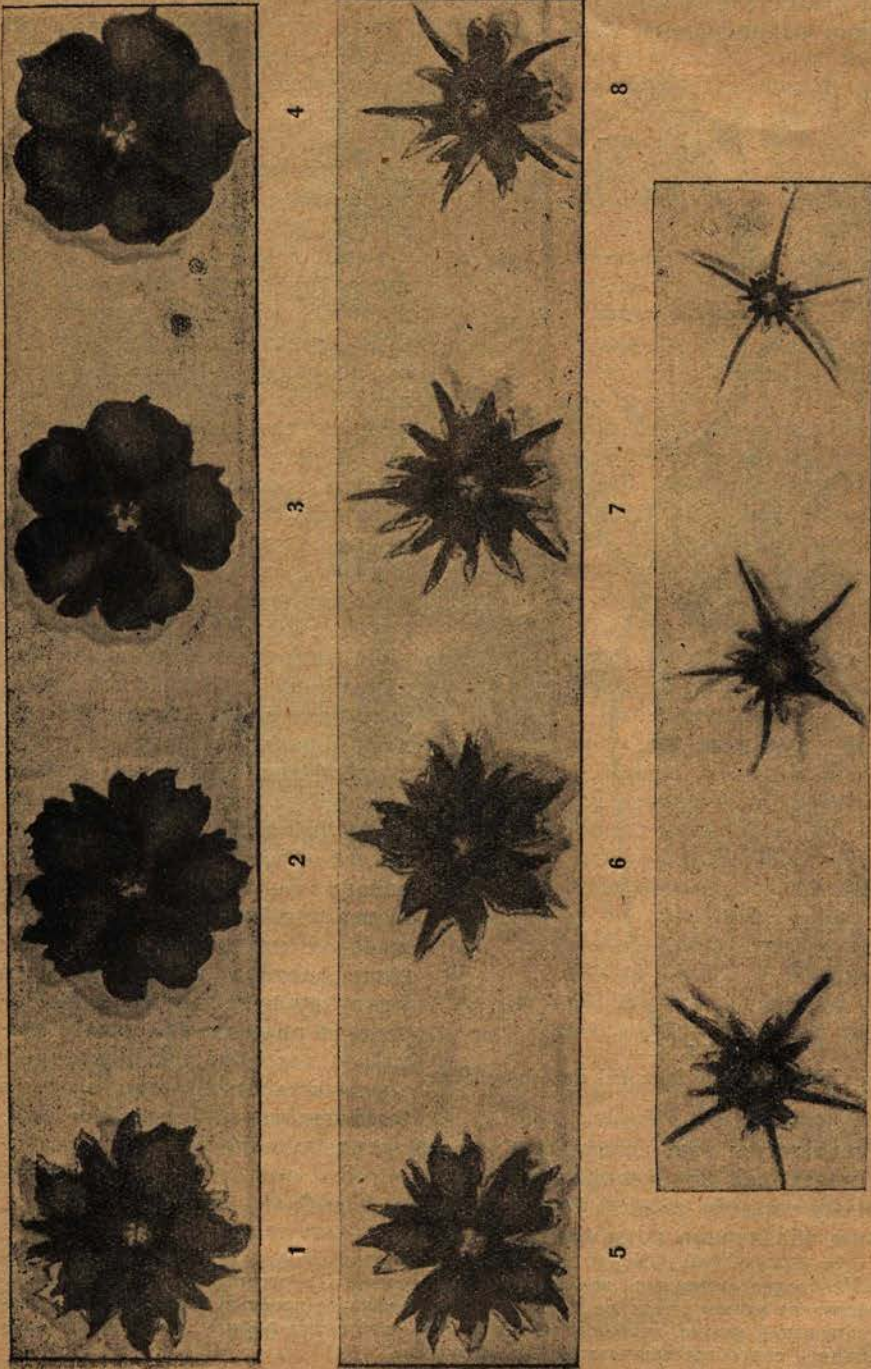
2

Мал. 13.

Карыотып *Phlox Drummondii* Храмазома каморак пункту ўзросту каранька, пав 1500.  $2n = 14$ .

1. *Phlox Drum. v. grandilora*
2. *Phlox Drum. v. cuspidata*.

ровага падзему на гэтыя формы няма акрэсьлянага крытэрыя, бо паміж гэтымі формамі ёсць многа пераходных і прамежных. На малюнку № 14 прыведзены ў ледзь большай сапраўднай велічыні паасобныя кветкі з досыць паступовай ступенню вышчарбанасці пялёсткаў. Гэта пасту-



Розныя па шчарбагасці пялёстак тыпы Флекса Друммондзі (пасеву 1928 г.) *Phlox Drummondii* Hook.  
*Мат. т. I.*

повасьць жака нам аб тым, што паміж моцна выяўленым прызнакам куспідатнасьці і фімбрыятнасьці ёсьць, або мусіць быць шэраг прамежных форм<sup>1)</sup>.

Намі сёлета гэтыя формы ізаліраваны і праводзіцца крыжаваньне паміж гэтымі аснаўнымі і прамежнымі формамі. Гэта зьменнасьць шчарбатысьці пялёсткаў і паступовае ўзмацненьне гэтай адзнакі можа служыць прызнакам палімарфізму. Што датычыцца таго, што гэтакія (розныя па сваёй шчарбатысьці) формы сустракаюцца адначасова з нармальна разьвітымі, гаворыць за тое, што гэтыя формы гібрыднага паходжаньня.



Мал. 15.

Малюнак з *Phlox Dr. diantiflora* які паўстаў у 1928г.

Гаворачы аб форме куспідатнасьці і фімбрыятнасьці, мы можам прывесці вывады Кэлі, які даўно працуе над флёксамі, вывучае зьявішча зьменнасьці пры крыжаваньні і які даў у сваёй працы (10) гібрыдалягічны аналіз зьменнасьці формы пялёсткаў венчыка. Мы там знаходзім наступны вывад: „(3) спадчынная варыяцыя, якая называецца „Куспідата“ ўзьнікла з моцна рэдуцыраваным венчыкам, які нясе на кожнай лопасьці па 2 кароценькіх бакавых зубы і адзін сярэдзінны — доўгі. Розніцы ў адной гэне адзначае цэльнакрайнія пялёсткі ад гэтых куспідатнапялёсткавых не залежны фактар ці фактары (дзеля шырыні лопасьцяў) узаемадзейнічаюць з фактарам куспідата.

„Фімбрыята“ разнавіднасьць хутчэй простая монагэтаразіготнасьць тыпа цэльнакрайняга і куспідата, ён прадстаўляе толькі выпадак не дамінаваньня аднаго фактара даўно вядомага ў гатунку флёкс друммондзі. Гібрыдная прырода фімбрыята выклікае патрэбнасьць некаторых таксама лічных паправак, якія былі паказаны ў гэтай працы.

Куспідатны гэн, здавалася-б, зьмяшчаецца галоўным чынам у зьменшаньні некаторай колькасьці ўзросту эпідэрміса, пры гэтым абмяжоўваючы ўплыў узросту слабей ў 3-х мясцох. „Сымбаль фактар’яльнай L1 прызваны абазначаць гэты фактар“.

<sup>1)</sup> Неабходна адзначыць, што Вітмак, які першы апісаў гэтыя формы . . (12) прывёў іх адначасова на адным і тым жа малюнку. У продажным насеньні заўсёды сустракаюцца ў зьмешанай форме, апроры можна думаць што гэтыя формы і паўсталі шляхам крыжаваньня і, способны крыжавацца паміж сабой.

Падлягае перагляду і некатораму сумленьню тое мейсца, дзе аўтар кажа аб тым, што прычынай фармаваньня зубцоў (шчарбатаьці) ці, як ён называе кусьпідатнасьці, зьяўляецца зьмяншэньне ўзросту эпідэрміса



Мал. 16.

Здымак з паўстаўшага Флекса які мы і называем  
*Phlox Drummondii dlantiflora v. nov.*

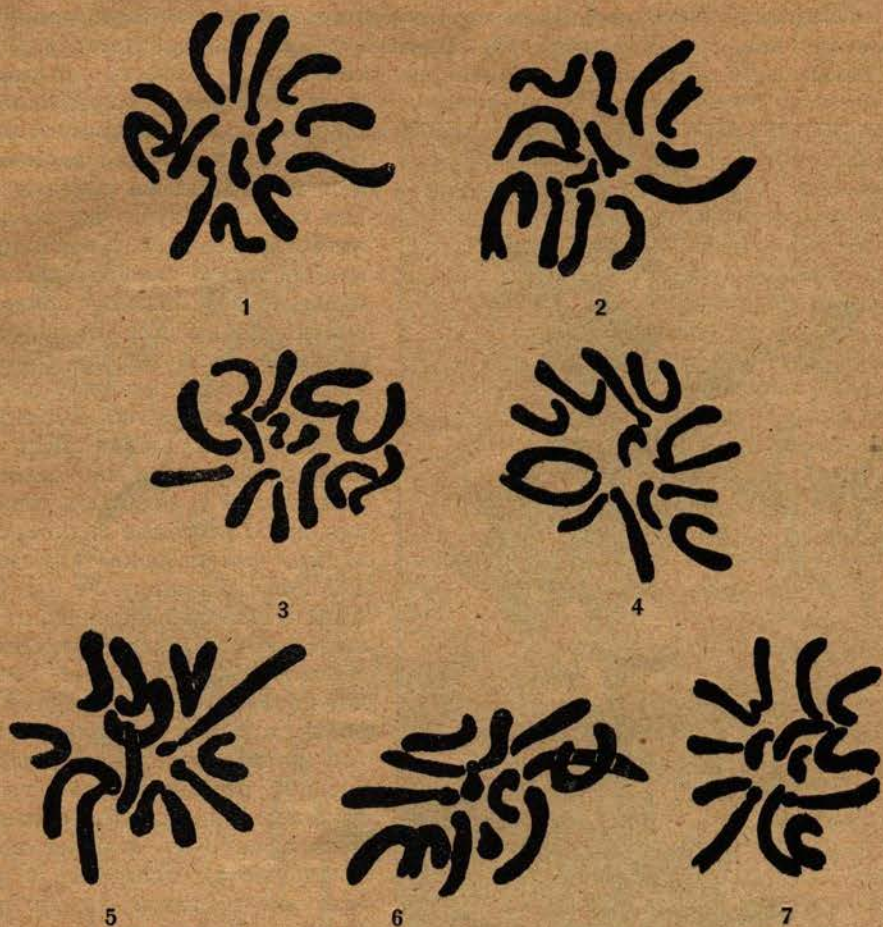
выпадках паяўленьне новай гвазьдзічнай формы пялёстка венчыка ня былі раскладзены гарызантальна, а былі раскладзены ў лейку (гл. малюн. №№ 10, 11, 15, 16).

Лічучы гэта паведамленьне папярэднім, якое мела жаданьне азнаёміцца з матар'ялам па пытаньню клясыфікацыі і апісаньню формы флёксаў мы спадзяёмся шляхам генэтычнага вывучэньня высветліць гэта зьявішча зьменнасьці пялёсткаў. Сам жа флёкс відавочна мае нахл даваць новыя формы, бо як мы бачым за няпоўных сто гадоў назіраўся цэлы шэраг утварэньня новых форм

Апрача таго гэта папярэдня праца была прызначана для падрыхтоўкі матар'ялу, які пайшоў у межгатункавае крыжаваньне паміж адналетнім флёксам друмондзі і многалетнім дэкуссата.

Праф. К. Г. Рэнард.

каля трох мейсц сярэдзінных і двух бакавых (відавочна жылак) мейсц, што зьвязана з атрыманьнем аднаго больш доўгага і па два кароткіх зуба на кожным пялёстку венчыка. У назіраных намі выпадках зьявішча некалькі іншае, бо і ў выпадку почачнай зьменчывасьці 1927-га году (гл. малюнак №№ 10, 11) і сёлетняга лета мы назіралі другое зьявішча шчарбатаьці і зьмяншэньне росту эпідэрміса, мы знайшлі на сярэдзіне пялёстка ў адным, ці ў некалькіх пялёстках, што і выклікае падабенства кветкаў флёкса да кветкаў гвазьдзікі. На малюнку № 15 і ня здымку № 16 прыведзены гэтыя выпадкі ў флёкса, атрыманы сёлета сярод узору які летаса даў почачную зьменнасьць. Патрэбна таксама адзначыць што ўсе кветкі, якія давалі шчарбатаьць падобную да гвазьдзічнае, мелі паласата-радыяльную афарбоўку ў белы колер вочка кветкі. Ёсьць некае упамінаньне аб такой афарбоўцы і ў працы Кэлі, дзе ён кажучы аб зьявішчы лейкаватых кветак кажа: „сам фактар S або які небудзь іншы, яшчэ ня вывучаны гэн, шчыльна зьвязаны (linked) з ім выклікае ў афарбаваных лейкаватых кветак паяўленьне белых ліній“. У назіраных намі



Мал. 12.

Карьотыпы флѣкса Друммондзі (Ploch Dr.) пасеў 1927 г. Храмазома каморак пункту ўзросту карэньчыка Пав. 1500 раз.

1—4 дзеля расьлін *diantiflora* якія паўсталі шляхам почачнай зьменнасьці у 1927 г. гл. здым. №№ 10, 11.

5—7 дзеля расьлін якія выраслі, з насеньня мацярынскай расьліны, на якой паўсталі почачная зьменнасьць.

Пасеяныя сѣлета ў 1928 г. і ўзросшыя з зернятак почачнай варыяцыі расьліны не далі формы і выгляду леташніх, але па форме велічыні афарбоўкі былі зусім такія-ж як бацькаўскія расьліны. Што датычыцца расьлін якія выраслі з зернят матчынага, то велічыня і форма захавалася, афарбоўка-ж вызначалася дужа стракатей і такой, якую прыводзіць Кэлли дзеля выпадкаў пры крыжаваньні флѣксу. . (10). Адсюль і вывад з гэтых назіраньняў, што па форме почачнай варыяцыі ня было спадчынасьці, матчыная-ж расьліна была гэтэрозіготнай. Жадаючы больш дэталёва пазнаёміцца з зьявішчам зьменнасьці формы пялёсткаў венчыкаў флѣкс друммондзі, мы сѣлета вивучаем большы лік спроб. <sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> На жаль, ня было магчымым атрымаць калекцыі сартоў флѣксу з—за меж, дзе ў Бэнары, Гааге і Шмідта у Эрфурце маюцца вельмі багатыя калекцыі, якія мне ў 1927 г. удалося навізіраць на месцы.

## Zur Frage über die Formen und die Klassifikation von gärtnerischen Formen des einjährigen Phloxes - Phlox Drummondii Hook.

Der Lehrstuhl für Zuchtwahl (Selektion) an der Belorussischen Ldw. Akademie führt eine Reihe Zwischenformen Kreuzungen zwischen der Gattung Polemoniaceae Phlox Drummondii Hook mit Phlox decussata.

Bei der Auswahl des Materials musste einerseits die Klassifikation durchgesehen werden, andererseits konnte eine Sichtung der bedingungsweisen gärtnerischen Eineilung nicht umgangen werden in Bezug auf die Merkmale im Aufbau der Kolchblätter. Es konnte eine Reihe von Uebergangsstufen zwischen *P. dr. cuspidata* und *P. dr. fimbriata* festgestellt werden.

Die Erscheinung von Knospenvariation und das Auftreten neuer Formen fand sowohl in den Aussaaten des Jahres 1927, wie auch in denen des Jahres 1928 statt, (s. Zeichnungen №№ 10, 11, 15, 16).

Die Form der Blumenblätter in dem Falle von Knospenvariation war nicht vererbungs-fähig.

Der Karyotypus  $2n=14$  war ebenderselbe, den auch Kelly beobachtet hatte.

Prof. K. G. Renard.

### Сьпіс науковай літаратуры.

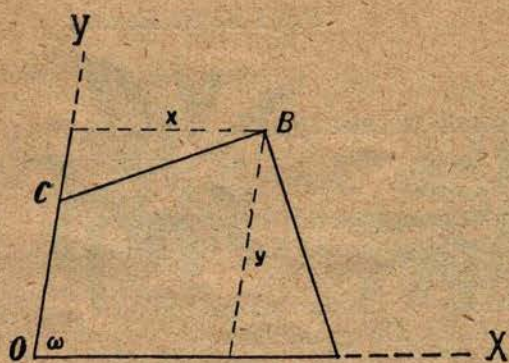
1. *Hooker W.* 1835. i *Bot. Mag.* i 62.
2. *Bosse J.* 1861. „Handbuch der Blumengärtnerei“ Hunnower.
3. *Brand H.* 1907. „Polemoniaceae“ Pflanzenreich Eng. Pr. Band 250.
4. *Peinzig.* 1924. „Pflanzenerratology“.
5. *Wordsell Cr.* 1915. „The Principles of Planteratology“
6. *Heineman.* 1875. „Gartenflora“ Phlox Dr. grandiflora.
7. „ 1882. „Gartenflora 140“ Phlox Dr. hortensioflora.
8. *Kelly J.* 1915. „Cultivated varieties of Phlox Drummondii“ Jour N-Jork Bot. Gard. 16 179—197.
9. *Kelly J.* 1917 „Further observations oh Phlox Drummondii“ J. N-Jork Bot. Gard. 18, 83—86.
10. *Kelly J.* 1920. „A genetical Study of flower form and flower color in Phlox Drummondii. Furthens observations of“ Geentics 5. 189.
11. *Kelly J.* 1926. „Fasciations Phlox Dr. Phl“
12. *Witmack.* 1888. „Gartenflora“ 37, 1—4 s. (Fimbriata und Cuspidata).
13. *Benary E.* 1903. „Gartenflora“ (Radiata).
14. *Benary E.* 1926. „Illustrierte Cliche-Verzeichnis“ 1, 42—43, 57.
15. *Cramer J.* 1907. „Kritische Übersicht der Bekanten Fälle von Knospenvariation“ Haarlem-33, 110, 114, 129, S. S.
16. *Дарвин Ч.* „Изменение животных и растений в домашнем состоянии“ гл. XI, 278 стр.

# Спроба разв'язання некоторых задач на землеупарадкаўчае праэктаваньне ў косакутных каардынатах

I

Вядомая формула плошчы чатырохкутніка па каардынатах вяршыняў выражаецца ў косакутных каардынатах такім чынам:

$$q = \frac{\sin \omega}{2} [(x_1 - x_3)(y_2 - y_4) - (x_2 - x_4)(y_1 - y_3)],$$



Рыс. 1.

дзе нумарацыя вяршыняў ідзе супроць стрэлкі гадзінніка.

Калі ў чатырохкутніку OABC (рыс. 1) прыняць бок OA = b завось абсцысаў, а бок OC = a завось ардынатаў, то плошча яго вызна чыцца такім чынам:

$$q = \frac{\sin \omega}{2} (ax + by) \dots (1)$$

дзе ω ёсьць кут AOC, а x і y — каардынаты вяршыні B.

Прыстасуем гэтую формулу да разв'язання наступнае задачы.

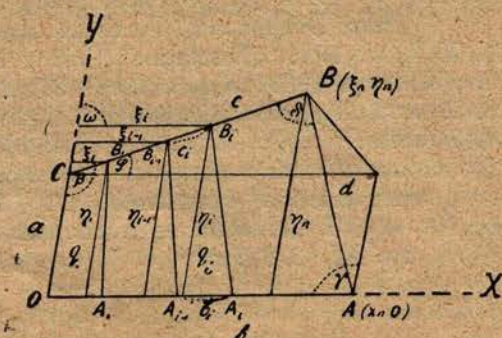
Дадзены чатырохкутнік OABC (рыс. 2), якога бакі a, b, c, d, куты ω, β, γ, δ і плошча Q вядомы. Трэба падзяліць яго на поласы з плошчамі q<sub>1</sub>, q<sub>2</sub>, ..., q<sub>i</sub>, ..., q<sub>n</sub> такім чынам, каб бакі b і c падзяліліся пры гэтым на часткі

b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub>, ..., b<sub>i</sub>, ..., b<sub>n</sub>, c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>, ..., c<sub>i</sub>, ..., c<sub>n</sub>,

адпаведна прапарцыянальныя b і c, г. ё., каб

$$\frac{c_1}{b_1} = \frac{c_2}{b_2} = \dots = \frac{c_i}{b_i} = \dots = \frac{c_n}{b_n} = \frac{c}{b} = m \dots (2)$$

Ёсьць некалькі спосабў разв'язання гэтае задачы, якая часта сустракаецца ў практыцы землеупарадкаваньня:



Рыс. 2.

Л. Цыммермана (L. Zimmerman „Die Berechnung und Teilung der Grundstücke mit Hilfstafeln“. Dritte Auflage. 1925), Х. Фоглера („Geodätische Übungen für Landmesser und Ingenieure“ Von Dr. Ch. August Vogler. Dritte Auflage, 1910) Ф. Рэкса („Tafeln des Factores V auf 4 Decimalstellen zur Bestimmung der Teilpunkte für jede beliebige von polygonal begrenzten Grundstücken abzuteilende Fläche. Von Fr. W. Rex. 1891), праф. П. М. Арлова („Деление площадей“. 3 изд. 1923 г.), праф. У. І. Кіркора („К вопросу о проектировании полос“. Запіскі Белар. Дзярж. Акадэміі С. Г. т. III).

Памянёныя аўтары разьвязваюць гэтую задачу ў розныя спосабы: у спосаб простакутных каардынатаў (Цыммерман) у спосаб геамэтрычны (Фоглер, Рэкс) і ў спосаб трыганамэтрычны (праф. Арлоў, праф. Кіркора). Асаблівасьцю спосаба праф. Кіркора ёсьць ператварэньне чатырохкутніка ў роўнавялікую трапэцыю з захаваньнем велічыні палос і стасункаў (2), г. ё., прывядзеньне падзелу чатырохкутніка да лягчэйшага падзелу трапэцыі. Цыммерман і Рэкс даюць паводле сваіх формул табліцы, карыстаньне якімі прыводзіць вылічэньні практыка да знаходжваньня двух стасункаў і направак інтэрпалляцыі. Табліцы Цыммермана перакладзены на расейскую мову з некаторай перапрацоўкай праф. Ф.Г. Някрасавым („Логарифмо-графические и числовые таблицы Л. Циммермана“). Табліцы Рэкса, якія патрабуюць менш часу на вылічэньне, як гэта высьветлена досьледам М. В. Ляўшунова („Аб праэктаваньні вучасткаў па прынцыпу прапарцыянальнасьці“. Запіскі Бел. Дзярж Акадэміі С. Г. т. V), на жаль, не перакладзены.

Разьвязаньне гэтае задачы ў косакутных каардынатах дае агульную формулу, з якой лёгка выводзяцца ўсе формулы памянёных аўтараў.

У чатырохкутніку OABC (рыс. 2) прыем бок OA за вось x, а бок OC за вось y і абазначым каардынаты вяршыняў палос такім чынам:

Вяршыні	C	$B_1$	$B_i$	B	O	$A_1$	$A_i$	A
Абсцысы	0	$\xi_1$	$\xi_i$	$\xi_n$	0	$x_1$	$x_i$	$x_n$
ардынаты	a	$\gamma_1$	$\gamma_i$	$\gamma_n$	0	0	0	0

Тады, як відаць з рысунка 2, будзем мець:

$$x_1 = b_1; x_i = b_1 + b_2 + \dots + b_i; x_n = b_1 + \dots + b_n \quad (3)$$

$$\xi_1 = c_1 \frac{\sin \beta}{\sin \omega}; \xi_i = (c_1 + c_2 + \dots + c_i) \frac{\sin \beta}{\sin \omega}; \xi_n = c \frac{\sin \beta}{\sin \omega} \quad (4)$$

Далей, паводле роўнасьцяў (2), маем:

$$\frac{c_1 + c_2 + \dots + c_i}{b_1 + b_2 + \dots + b_i} = \frac{c}{b} = m, \text{ значыцца,}$$

$$\frac{\xi_i}{x_i} = \frac{c}{b} \frac{\sin \beta}{\sin \omega} = m \frac{\sin \beta}{\sin \omega} = l \quad (5)$$

Плошча паласы O  $A_1$   $B_1$  C па формуле (1) выразіцца такім чынам:

$$q_1 = \frac{\sin \omega}{2} (x_1 \eta_1 + \xi_1 a).$$

Таксама плошча паласы  $O A_i B_i C$  выразіцца так:

$$Q_i = \frac{\sin \omega}{2} (x_i \eta_i + \xi_i a), \dots \quad (6)$$

$$\text{дзе } Q_i = q_1 + q_2 + \dots + q_i$$

Каб выключыць з апошняга раўнаньня  $\eta_i$  і  $\xi_i$ , возьмем раўнаньне прастай СВ:

$$y = kx + b \dots \quad (7)$$

Правёўшы  $CE \parallel OA$  і  $AE \parallel OC$ , маем:

$$\angle BOE = \varphi = \omega + \beta - 180^\circ,$$

значыцца,

$$k = \frac{\sin \varphi}{\sin(\omega - \varphi)} = \frac{\sin \varphi}{\sin \beta} = - \frac{\sin(\omega + \beta)}{\sin \beta} \dots \quad (8)$$

Раўнаньні (5) і (7) даюць:

$$\xi_i = lx_i; \quad \eta_i = k\xi_i + a = klx_i + a \dots \quad (9)$$

і раўнаньне (6) прымае выгляд:

$$Q_i = \frac{\sin \omega}{2} [x_i (klx_i + a) + x_i la] \text{ альбо} \\ klsin\omega x_i^2 + a(1+l) \sin\omega x_i - 2Q_i = 0 \dots \quad (10)$$

Гэта і ёсьць агульнае раўнаньне, з якога лёгка, як паказана ніжэй, атрымаць формулы памянёных аўтараў.

Сапраўды, перайначым каэфіцыенты раўнаньня (10), падставіўшы значэньні  $k$  і  $l$ :

$$\left. \begin{aligned} klsin\omega &= \frac{\sin\varphi}{\sin\beta} \cdot m \frac{\sin\beta}{\sin\omega} \cdot \sin\omega = m \sin\varphi \\ a(1+l) \sin\omega &= a \left(1 + m \frac{\sin\beta}{\sin\omega}\right) \sin\omega = a(\sin\omega + m \sin\beta) = 2r \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Тады раўнаньне (10) прымае выгляд:

$$m \sin\varphi x_i^2 + 2rx_i - 2Q_i = 0, \dots \quad (12)$$

скуль

$$x_i = \frac{-r + \sqrt{r^2 + 2Q_i m \sin\varphi}}{m \sin\varphi} \dots \quad (12')$$

Гэта—формула праф. Арлова.

Каб вывесці раўнаньне Фоглера (і Рэкса), падставім у раўнаньне (10)

$$x_n = b; \text{ атрымаем:}$$

$$kl \sin\omega b^2 + a(1+l) \sin\omega b - 2Q = 0 \dots \quad (13)$$



З приведених варіянтаў раўнаньня (10) найбольш зручным зьяўляецца раўнаньне Фоглера (Рэкса), бо патрабуе папярэдняга вылічэньня толькі аднае вялічыні  $s$ , якая дзеля правэркі можа быць вылічана яшчэ наступным спосабам.

З раўнаньня (9) маем

$$\eta_n = k l x_n + a = k l b + a,$$

куль

$$k = \frac{\eta_n - a}{l b},$$

значыцца,

$$2s = k l \sin \omega b^2 = (\eta_n - a) \sin \omega b = b d \sin \gamma - a b \sin \omega = 2(\triangle OAB - \triangle OAC),$$

згодна рыс. 3, бо

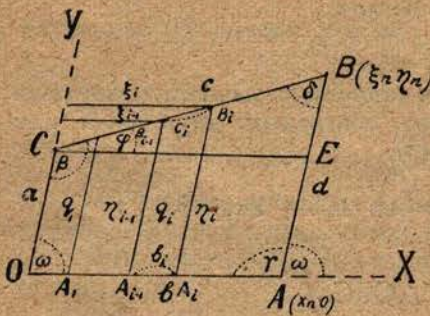
$$\eta_n = d \frac{\sin \gamma}{\sin \omega}.$$

Такім чынам

$$s = \triangle OAB - \triangle OAC \dots \quad (19).$$

Па апошняй формуле  $s$  можна вылічыць, як трыганамэтрычна, так па каардынатах (асноўных).

Калі чатырохкутнік  $OABC$  мае форму трапэцыі (рысунк 4), то



Рыс. 4.

$$l = \frac{\xi_i}{x_i} = 1,$$

і раўнаньне (10) прымае выгляд:

$$k \sin \omega x_i^2 + 2a \sin \omega x_i - 2Q_i = 0, \dots (20)$$

куль

$$x_i = \frac{-a + \sqrt{a^2 + 2Q_i \frac{k}{\sin \omega}}}{k}$$

(дадатны разьвязак).

Тады

$$\eta_i = k x_i + a = \sqrt{a^2 + 2Q_i \frac{k}{\sin \omega}}.$$

Прымаючы пад увагу, што

$$Q_i = Q_{i-1} + q_i$$

і

$$\eta_{i-1} = \sqrt{a^2 + 2Q_{i-1} \frac{k}{\sin \omega}},$$

прыходзім да формулы:

$$\eta_i = \sqrt{a^2 + 2Q_{i-1} \frac{k}{\sin \omega} + 2q_i \frac{k}{\sin \omega}} = \sqrt{\eta_{i-1}^2 + 2q_i \frac{k}{\sin \omega}} \dots (21)$$

Калі  $\omega = 90^\circ$ , то

$$\eta_i = \sqrt{\eta_{i-1}^2 + 2q_i \operatorname{tg} \varphi} \dots (21')$$

З раўнаньня прастай СВ маем:

$$\eta_n = kx_n + a,$$

альбо

$$d = kb + a,$$

скуль

$$k = \frac{d - a}{b}, \dots \quad (22)$$

і формула (21) прымае выгляд вядомай формулы падзелу трапэцыі:

$$\eta_i = \sqrt{\eta_{i-1}^2 + 2q_i \frac{d-a}{b \sin \omega}} \dots \quad (23),$$

Адсюль паступова знаходзім:

$$\eta_1 = \sqrt{a^2 + 2q_1 \frac{d-a}{b \sin \omega}}, \eta_2 = \sqrt{\eta_1^2 + 2q_2 \frac{d-a}{b \sin \omega}} \text{ і г. д.}$$

Далей таксама з раўнаньня прастай СВ маем:

$$x_i = \xi_i = \frac{\eta_i - a}{k}, \quad x_{i-1} = \xi_{i-1} = \frac{\eta_{i-1} - a}{k},$$

скуль

$$b_i = x_i - x_{i-1} = \frac{\eta_i - \eta_{i-1}}{k} = \frac{(\eta_i - \eta_{i-1})}{d-a} b \dots \quad (24)$$

З прычыны лягчэйшага падзелу трапэцыі па палосы дадзенай велічыні ў параўнаньні з падзелам няправільнага чатырохкутніка паўстае пытаньне, ці ня можна дадзены чатырохкутнік  $OABC$  замяніць роўнавялікай трапэцыяй  $OAB'C'$ , пабудаванай на баку  $OA$ , з умовай захаваньня пунктаў падзелу на гэтым баку (рыс. 5). Гэтае пытаньне разьвязана праф. Кіркорам у вышэйпаміненым артыкуле.

Трыганамэтрычны спосаб, якім карыстаецца праф. Кіркор, зьяўляецца даволі доўгім і складаным, тым часам задача хутка разьвязьваецца шляхам прывядзеньня раўнаньня (10) да выгляду раўнаньня (20).

Сапраўды, прыпусьцім, што  $OAB'C'$  (рыс. 5) ёсьць шуканая трапэцыя г. ё.,

$$\text{пл. } OAB'C' = \text{пл. } OABC = Q,$$

$$\text{пл. } A_{i-1} A_i B'_i B'_{i-1} =$$

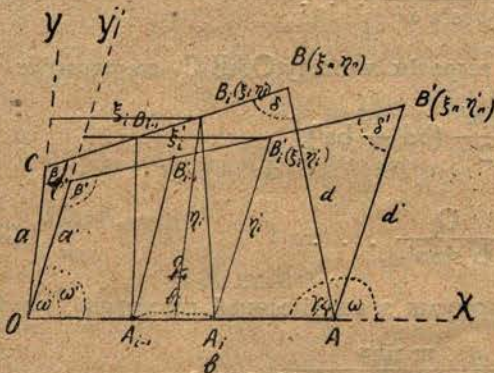
$$= \text{пл. } A_{i-1} A_i B_i B_{i-1} = q_i,$$

$$\text{пл. } OA_i B'_i C' = \text{пл. } OA_i B_i C = Q_i.$$

Прымем за восі каардынат у трапэцыі бакі  $OA$  (вось  $x$ ) і  $OC$  (вось  $y$ ) і абазначым яе элементы і каардынаты, за выключэньнем пунктаў на  $OA$ ,

тымі самымі літарамі, што і ў чатырохкутніку, толькі са значком

$$(OC' = a', A_i B'_i = \eta'_i \text{ і г. д.}).$$



Рыс. 5.

Тады  $x_i$  у чатырохкутніку  $OABC$  вызначыцца з раўнаньня (10)

$$kl \sin \omega x_i^2 + a(1+l) \sin \omega x_i - 2Q_i = 0,$$

а ў трапэцыі  $OAB'C'$  з раўнаньня (20)

$$k' \sin \omega' x_i^2 + 2a' \sin \omega' x_i - 2Q_i = 0 \dots \dots \quad (20')$$

Каб абадва гэтыя раўнаньні мелі роўныя разьвязкі, неабходна і дастаткова, каб каэфіцыенты пры невядомых былі адпаведна роўнымі, бо вольныя члены роўныя, г. ё., каб

$$\left. \begin{aligned} kl \sin \omega &= k' \sin \omega' \\ a(1+l) \sin \omega &= 2a' \sin \omega' \end{aligned} \right\} (x)$$

Як відаць з гэтай сыстэмы раўнаньняў, пастаўленая задача мае безліч разьвязаньняў, бо кожнаму значэньню  $\omega'$  адпавядае пэўная пара разьвязкаў:

$$k' = \frac{kl \sin \omega}{\sin \omega'}; \quad a' = \frac{a(1+l) \sin \omega}{2 \sin \omega'};$$

Каб скарыстаць формулы (23) і (24), трэба знайсці асновы трапэцыі  $a'$  і  $d'$ , для чаго вызначым спачатку іх розніцу і суму. Паводле формул (11) і (22) маем

$$kl \sin \omega = \frac{c}{b} \sin \varphi; \quad k' = \frac{d' - a'}{b},$$

значыцца, першае раўнаньне (x) перапішацца так:

$$\frac{c}{b} \sin \varphi = \frac{d' - a'}{b} \sin \omega',$$

скуль

$$\frac{d' - a'}{2} = \frac{1}{2} \frac{c \sin \varphi}{\sin \omega'} \dots \dots \quad (25).$$

Каб знайсці суму  $d' + a'$ , выразім плошчу  $OAB'C'$  па формуле (1):

$$Q = \frac{\sin \omega'}{2} (bd' + ba'),$$

скуль

$$\frac{d' + a'}{2} = \frac{Q}{b \sin \omega'} \dots \dots \quad (26).$$

Далей, паводле вядомай формулы з аналітычнай геамэтрыі, маем:

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{k' \sin \omega'}{1 + k' \cos \omega'} = \frac{m \sin \varphi}{1 + m \sin \varphi \operatorname{ctg} \omega'}, \dots \dots \quad (27)$$

бо

$$k' = \frac{kl \sin \omega}{\sin \omega'} = m \frac{\sin \varphi}{\sin \omega'},$$

Калі  $\omega' = 90^\circ$ , то формулы (25), (26), (27) перапішуцца такім чынам:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d' - a'}{2} &= \frac{1}{2} c \sin \varphi \\ \frac{d' + a'}{2} &= \frac{Q}{b} \\ \operatorname{tg} \varphi' &= m \sin \varphi \end{aligned} \right\} 1) \dots \quad (28)$$

Гэтыя формулы дадзены праф. Кіркорам у вышэйпамянёным артыкуле. дзе разглядаецца ператварэнне чатырохкутніка толькі ў роўнавялікую простакутную, так званую „замыняючую“ трапэцыю.

## II.

Прыстасаванне да задачы падзелу чатырохкутніка па прынцыпу прапарцыянальнасці формул „замыняючай“ трапэцыі праф. Кіркора значна спрашчае вылічэнні, як гэта відаць з формул (23) і (24), побач з арганізацыяй вылічэнняў, досыць зручнай на конт праваерак, але да падобнага спрашчэння мажліва дасягнуць і без „замыняючай“ трапэцыі.

Сапраўды, возьмем раўнанне Фоглера

$$sv_i^2 + (Q - s)v_i - Q_i = 0.$$

Развязанне задачы, відаць, будзе

$$v_i = \frac{-(Q - s) + \sqrt{(Q - s)^2 + 4Q_i s}}{2s},$$

таксама

$$v_{i-1} = \frac{(Q - s) + \sqrt{(Q - s)^2 + 4Q_{i-1} s}}{2s},$$

скуль

$$v_i - v_{i-1} = \frac{u_i - u_{i-1}}{2s},$$

дзе

$$u_i = \sqrt{(Q - s)^2 + 4Q_i s}, \quad u_{i-1} = \sqrt{(Q - s)^2 + 4Q_{i-1} s}.$$

Дзеля таго, што

$$Q_i = Q_{i-1} + q_i,$$

$$u_i = \sqrt{(Q - s)^2 + 4Q_{i-1} s + 4q_i s} = \sqrt{u_{i-1}^2 + 4q_i s} \dots \quad (29)$$

Далей,

$$v_i - v_{i-1} = \frac{x_i}{b} - \frac{x_{i-1}}{b} = \frac{b_i}{b},$$

скуль

$$b_i = (u_i - u_{i-1}) \frac{b}{2s} \dots \quad (30)$$

1) Паасобку асновы трапэцыі вызначаюцца наступным чынам:

$$d' = \frac{Q + s}{b}; \quad a' = \frac{Q - s}{b},$$

але хутчэй іх можна знайсці, вылічыўшы спачатку паўроўніцу і паўсуму па форм. (28).

таксама

$$c_i = (u_i - u_{i-1}) \frac{c}{2s} \dots \quad (30')$$

Атрыманья формулы, падобныя формулам (23), (24), даюць тое самае спрашчэнне вылічэнняў, што і „замяняючая“ трапэцыя, але перавага іху тым, што яны патрабуюць папярэдняга вылічэння толькі аднае велічыні  $s$ .

Зразумела, аналёгічныя, але менш зручныя формулы можна атрымаць таксама з раўнаньняў Цыммермана і праф. Арлова.

Арганізацыя вылічэнняў па формулах (29) і (30) праводзіцца згодна наступнай табліцы (пры дапамозе арытмомэтра альбо табліц множанья, напрыклад, праф. Кіркора).

Tabelle 1.

Табл. 1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
№	$q_i$	$q_i 4s$	$u_i^2$	$u_i$	$u_i - u_{i-1}$	$u_i^2 - u_{i-1}^2$	$b_i$	$c_i$	
0	—	—	$u_0^2$	$u_0$	—	—	—	—	$Q = \dots; 2s = \dots$ $u_0 = Q - s; u_n = Q - \dots$
1	$q_1$	$q_1 4s$	$u_1^2$	$u_1$	$u_1 - u_0$	$(u_1 - u_0)(u_1 + u_0)$	$b_1$	$c_1$	$u_1^2 = u_0^2 + q_1 4s$
2	$q_2$	$q_2 4s$	$u_2^2$	$u_2$	$u_2 - u_1$	$(u_2 - u_1)(u_2 + u_1)$	$b_2$	$c_2$	$u_2^2 = u_{1-1}^2 + q_2 4s$
					$u_i - u_{i-1}$	$(u_i - u_{i-1})(u_i + u_{i-1})$	$b_i$	$c_i$	$(u_i - u_{i-1})(u_i + u_{i-1}) = u_i^2 - u_{i-1}^2 = q_i 4s$
i	$q_i$	$q_i 4s$	$u_i^2$	$u_i$					$\frac{b}{2s} = \dots; \frac{c}{2s} = \dots$
					$u_n - u_{n-1}$	$(u_n - u_{n-1})(u_n + u_{n-1})$	$b_n$	$c_n$	$b_i = (u_i - u_{i-1}) \dots$
n	$q_n$	$q_n 4s$	$u_n^2$	$u_n$					$c_i = (u_i - u_{i-1}) \dots$
$\Sigma$	Q	Q. 4s			2s	Q. 4s	b	c	

Падвойную плошчу характарыстычнага трыкутніка  $2s$  можна вылічыць альбо трыганаметрычна па формулах (14) і (19), альбо, згодна формулы (19), па каардынатах (геадэзычных) вяршыняў чатырохкутніка OABC:

$$2s = (x_1 - x_2)(y_3 - y_4) - (y_1 - y_2)(x_3 - x_4),$$

дзе нумары 1, 2, 3, 4 адпавядаюць вяршыням O, A, B, C.

Парадак і спосаб запаўнення граф 2, 3, 4, 5 і 6 зусім зразумелы. Для вылічэння  $u_i$  можна карыстацца табліцамі квадратаў.

Графа 7 неабходна для праверкі розніц графы 6, бо памылкі ў гэтых розніцах, як вынікі памылак у графе 5, а значыцца, і памылкі ў графах 8 і 9, нельга знайсці праз сумаванне лікаў гэтых граф. Гэтую акалічнасць адносна графы 6 мне высветліў асыстэнт Бел. Джар. Акадэміі

С. Г. М. Л. Лейвікаў, за што лічу сваім абавязкам прынесці яму шчырую падзяку.

Хай  $u_i'$  ёсць значэнне  $u_i$ , знойдзенае в хібнасьцю  $\alpha$ , значыцца,

$$u_i' = u_i + \alpha.$$

Тады пры праверцы атрымаем:

$$\begin{aligned} (u_i' - u_{i-1}) (u_i' + u_{i-1}) &= (u_i + \alpha - u_{i-1}) (u_i + \alpha + u_{i-1}) = \\ &= u_i^2 + 2u_i \alpha + \alpha^2 - u_{i-1}^2 = 4q_i s + \beta, \end{aligned}$$

дзе  $\beta = 2u_i \alpha + \alpha^2$  ёсць хібнасьць здабытку ў графе 7 адносна адпаведнага ліку графы 3.

З другога боку

$$u_2'^2 = u_i^2 + 2u_i \alpha + \alpha^2 = u_i^2 + \beta,$$

скуль

$$u_i = \sqrt{u_i'^2 - \beta}.$$

Адгэтуль у кожным выпадку можна высветліць, якая граніца хібнасьцяў  $\beta$  у графе 7 зьяўляецца дапушчальнай.

У апошняй гарызантальнай графе дадзены сумы для тых граф, якія можна праверыць праз сумаваньне.

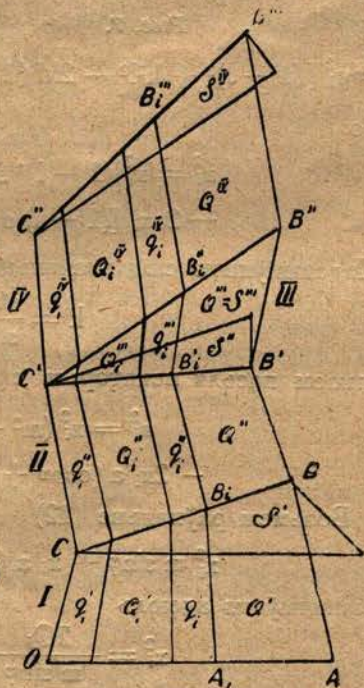
Як відаць з формул (29) і (30) пры вылічэннях мажліва  $Q_i$  з браць ў арах, а  $b$  і  $s$  у мэтрах.

Згодна табліцы 1, дзе  $s$  лічыцца дадатным, падзел чатырохкутніка трэба пачынаць ад таго боку, пры якім сума прылеглых кутаў больш за  $180^\circ$ .

Як высветлена Фоглерам у вышэйпамянёнай працы, яго раўнаньне можна прыгасаваль і да падзелу на палосы па прыцыпу прапарцыянальнасьці многакутніка формы, паказанай на рысунку (6)

Вылічыўшы плошчы  $Q^I$ ,  $Q^{II}$ ,  $Q^{III}$ ,  $Q^{IV}$  частак многакутніка I, II, III, IV і плошчы іх характарыстычных трыкутнікаў  $s^I$ ,  $s^{II}$ ,  $s^{III}$ ,  $s^{IV}$ , пры чым як відаць з рыс.  $s^{II} < 0$ , а  $s^{III} = Q^{III}$ , атрымаем раўнаньні:

$$\left. \begin{aligned} s^I v_i^2 + (Q^I - s^I) v_i - Q_i^I &= 0 \\ s^{II} v_i^2 + (Q^{II} - s^{II}) v_i - Q_i^{II} &= 0 \\ s^{III} v_i^2 + (Q^{III} - s^{III}) v_i - Q_i^{III} &= 0 \\ s^{IV} v_i^2 + (Q^{IV} - s^{IV}) v_i - Q_i^{IV} &= 0 \end{aligned} \right\} (x)$$



Рыс. 6.

дзе

$$v_i = \frac{OA_i}{OA} = \frac{CB_i}{CB} \dots = \frac{C^{II} B_i^{III}}{C^{II} B^{III}},$$

альбо, склаўшы гэтыя раўнаньні:

$$s v_i^2 + (Q - s) v_i - Q_i = 0, \dots \quad (31)$$

дзе  $s$  і  $Q_i$  ёсьць аьгэбрычныя сумы адпаведных велічыняў у раўнаньнях (х), а  $Q$ —плошча ўсяго палігона.

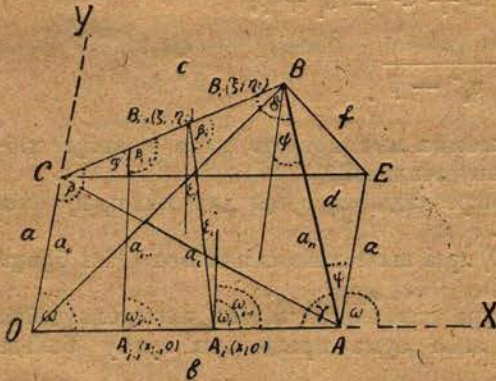
Далейшыя вылічэньні можна рабіць па формулах (29) і (30).

Гэты спосаб можна скарыстаць і тады, калі зямля вучасткаў I, II, III, IV будзе розных гатункаў. У гэтым выпадку каэфіцыенты кожнага з раўнаньняў (х) трэба памножыць на адпаведны каэфіцыент адзінкі.

## III

Пяройдзем цяпер да вылічэньня іншых элемэнтаў палос: так званых

„даўжыньнікаў“ і кутуў (рыс. 7), што ў некаторых выпадках бывае неабходным.



Рыс. 7.

Па формуле адлегласьці паміж двух пунктаў у косакутных каардынатах маем:

$$a_i^2 = (x_i - \xi_i)^2 + \eta_i^2 - 2\eta_i (x_i - \xi_i) \cos \omega,$$

але па формулах (9)

$$x_i - \xi_i = x_i (1 - l);$$

$$\eta_i = klx_i + a,$$

значыцца,

$$a_i^2 = x_i^2 [(1 - l)^2 + k^2] - 2kx_i [(1 - l) \cos \omega] - 2ax_i [(1 - l) \cos \omega - kl] + a^2$$

альбо

$$a_i^2 = x_i^2 \{ (1 - l)^2 \sin^2 \omega + [(1 - l) \cos \omega - kl]^2 \} - 2ax_i [(1 - l) \cos \omega - kl] + a^2 \dots (32)$$

Падставіўшы сюд значэньні

$$k = \frac{\sin \varphi}{\sin \beta}; \quad l = m \frac{\sin \beta}{\sin \omega},$$

атрымаем пасля некаторых спрашчэньняў:

$$a_i^2 = x_i^2 (m^2 + 1 - 2m \cos \varphi) - 2x_i a (\cos \omega + m \cos \beta) + a^2 \dots (32')$$

Возьмем раўнаньне (12)

$$x_i^2 m \sin \varphi + x_i a (\sin \omega + m \sin \beta) - 2Q_i = 0$$

і, вызначыўшы адсюль

$$x_i^2 = \frac{2Q_i}{m \sin \varphi} - x_i \frac{a (\sin \omega + m \sin \beta)}{m \sin \varphi},$$

падставім у раўнаньне (32'). Тады пасля некаторых спрашчэньняў, атрымаем:

$$a_i^2 = 2Q_i \frac{m^2 + 1 - 2m \cos \varphi}{m \sin \varphi} - a \frac{(1 - m^2)(\sin \omega - m \sin \beta)}{m \sin \varphi} x_i + a^2.$$

Таксама

$$a_{i-1}^2 = 2Q_{i-1} \frac{m^2 + 1 - 2m \cos \varphi}{m \sin \varphi} - a \frac{(1 - m^2)(\sin \omega - m \sin \beta)}{m \sin \varphi} x_{i-1} + a^2$$

Адгэтуль

$$a_i^2 - a_{i-1}^2 = 2Q_i \frac{m^2 + 1 - 2m \cos \varphi}{m \sin \varphi} - a \frac{(1 - m^2)(\sin \omega - m \sin \beta)}{m \sin \varphi} b_i \dots \quad (33)$$

$$\text{бо } Q_i - Q_{i-1} = q_i, \quad x_i - x_{i-1} = b_i.$$

Хай

$$2 \frac{m^2 + 1 - 2m \cos \varphi}{m \sin \varphi} = M; \quad a \frac{(1 - m^2)(\sin \omega - m \sin \beta)}{m \sin \varphi} = N,$$

тады

$$a_i^2 - a_{i-1}^2 = Mq_i - Nb_i \dots \quad (33')$$

Апошняя формула вызваляе ад мнагакратнага узьвядзеньня ў квадрат пры вылічэньні  $a_i$ .

Замяніўшы  $m$  праз  $\frac{c}{b}$ , атрымаем наступныя формулы для  $M$  і  $N$ :

$$M = 2 \frac{b^2 + c^2 - 2bc \cos \varphi}{2s}; \quad N = \frac{(b^2 - c^2)(ab \sin \omega - ac \sin \beta)}{b \cdot 2s}, \dots \quad (34)$$

З рысунка 7 відаць, што  $b^2 + c^2 - 2bc \cos \varphi = BE^2 = f^2$ , значыцца, для правэркі маем;

$$f^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \varphi = a^2 + d^2 - 2ad \cos \psi, \dots \text{ дзе}$$

$$\psi = 180^\circ - (\omega + \gamma) = \beta + \delta - 180^\circ,$$

Далей

$$ab \sin \omega - ac \sin \beta = 2(\triangle OAC - \triangle OBC) = 2 \triangle AEB.$$

Трыкутнік АЕВ, падобна трыкутніку СЕВ можна назваць „другім характарыстычным“ трыкутнікам. Абазначыўшы яго плошчу праз  $t$ , маем для правэркі  $2t = ab \sin \omega - ac \sin \beta = ad \sin \psi$ <sup>1)</sup>. Падобна  $2s$  можна  $2t$  вылічыць па каардынатах (геадэзычных) вяршыняў чатырохкутніка ОАВС:

$$2t = (y_1 - y_4)(x_2 - x_3) - (x_1 - x_4)(y_2 - y_4).$$

Такім чынам, маем формулы

$$M = \frac{2f^2}{2s}; \quad N = \frac{(b^2 - c^2), 2t}{b \cdot 2s} \dots \quad (34')$$

Куты  $\varepsilon_i$ , а значыцца, і куты  $\omega_i$ ,  $\beta_i$  (рыс. 7) вызначаюцца наступным чынам.

1)  $t$  будзе дадатным, калі  $\omega + \gamma < 180^\circ$ , і адмоўным, калі  $\omega + \gamma > 180^\circ$ .

Хай раўнаньні прстых  $A_i B_i$  і  $A_{i-1} B_{i-1}$  будуць  $A_i x + B_i y + C_i = 0$ ;  $A_{i-1} x + B_{i-1} y + C_{i-1} = 0$ .

Тады па формуле аналітычнай геаметрыі будзем мець

$$\sin \varepsilon_i = \frac{(B_i A_{i-1} - A_i B_{i-1}) \sin \omega}{\sqrt{A_i^2 + B_i^2 - 2A_i B_i \cos \omega} \sqrt{A_{i-1}^2 + B_{i-1}^2 - 2A_{i-1} B_{i-1} \cos \omega}}$$

Раўнаньні прстых  $A_i B_i$  і  $A_{i-1} B_{i-1}$  на форме раўнаньня прстай

$$A_i = a_i x + b_i y + c_i; \quad B_i = a_i' x + b_i' y + c_i';$$

$$A_{i-1} = a_{i-1} x + b_{i-1} y + c_{i-1}; \quad B_{i-1} = a_{i-1}' x + b_{i-1}' y + c_{i-1}'; \quad (1 = 1)$$

Падставім у гэтыя выразы ў формулу (34) і атрымаем:

$$\begin{aligned} (B_i A_{i-1} - A_i B_{i-1}) \sin \omega &= (a_i - a_{i-1}) (b_{i-1}' - b_{i-1}) \sin \omega = \\ &= b_i \frac{a_i' \sin \omega - a_i \sin \omega'}{b_i} = b_i \frac{2\alpha}{b_i} \end{aligned}$$

$$\text{бо } a_i - a_{i-1} = b_i \cdot \alpha = \frac{c_i' \sin \omega'}{b_i \sin \omega}$$

Тады

$$\sqrt{A_i^2 + B_i^2 - 2A_i B_i \cos \omega} = \sqrt{a_i^2 + (b_i - \alpha)^2 - 2a_i (b_i - \alpha) \cos \omega}$$

таксама

$$\sqrt{A_{i-1}^2 + B_{i-1}^2 - 2A_{i-1} B_{i-1} \cos \omega} = a_{i-1}$$

Але тады

$$\sin \varepsilon_i = \frac{2\alpha}{b_i} \cdot \frac{b_i}{a_{i-1}} = \frac{2\alpha}{a_{i-1}} \quad (35)$$

значыцца,

$$a_{i-1} = a_{i-1}' + \alpha; \quad b_i = b_{i-1}' - \alpha \sin \omega' \quad (36)$$

або

$$a_{i-1}' = a_{i-1} - \alpha; \quad b_{i-1}' = b_i + \alpha \sin \omega'$$

$$b_i = b_i - \alpha = b_i - \alpha; \quad b_i = b_i - \alpha \cdot 1 \cdot \sin \omega'$$

Але гэтыя выразы паставім у формулы (33), (34) і (35) замест арыгінальных.

У выніку з формул (33), (34) і (35) для вылічэння на тэбл. 10 і 11 вынікае, што выніковы выраз  $\gamma$  для  $\gamma$  пераходзіць у граф  $\gamma$  паказанага на гэтым графік лінейнага пераўтварэння і мае значэнне. Граф  $\gamma$  паказанага пераўтварэння мае  $x = 0$ . Графы 10, 11 і 12 пераходзяць у граф  $\gamma$  лінейна пераўтварэннем ліній графа 12. Калі вылічэнні зроблены

і на  $b_i$  будзе адмоўна, то  $\gamma > 0$  і адварот.

Таблица 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
N	$q_i$	$b_i$	$Mq_i$	$Nb_i$	$a_i^2 - a_{i-1}^2$	$a_i^2$	$a_i$	$a_i a_{i-1}$	$\frac{2t \cdot b_i}{b}$	$S_n \varepsilon_i$	$\varepsilon_i$	$\omega_i$	$\beta_i$	
O						$a_0^2$	$a_0$					$\omega_0$	$\beta_0$	
1	$q_1$	$b_1$	$Mq_1$	$Nb_1$	$a_1^2 - a_0^2$	$a_1^2$	$a_1$	$a_1 a_0$	$\frac{2t \cdot b_1}{b}$	$S_n \varepsilon_1$	$\varepsilon_1$	$\omega_1$	$\beta_1$	
2	$q_2$	$b_2$	$Mq_2$	$Nb_2$	$a_2^2 - a_1^2$	$a_2^2$	$a_2$	$a_2 a_1$	$\frac{2t \cdot b_2}{b}$	$S_n \varepsilon_2$	$\varepsilon_2$	$\omega_2$	$\beta_2$	
i	$q_i$	$b_i$	$Mq_i$	$Nb_i$	$a_i^2 - a_{i-1}^2$	$a_i^2$	$a_i$	$a_i a_{i-1}$	$\frac{2t \cdot b_i}{b}$	$S_n \varepsilon_i$	$\varepsilon_i$	$\omega_i$	$\beta_i$	
n	$q_n$	$b_n$	$Mq_n$	$Nb_n$	$a_n^2 - a_{n-1}^2$	$a_n^2$	$a_n$	$a_n a_{n-1}$	$\frac{2t \cdot b_n}{b}$	$S_n \varepsilon_n$	$\varepsilon_n$	$\omega_n$	$\beta_n$	
$\Sigma$	Q	b	M · Q	Nb	$d^2 - a^2$				2t		$\psi$	$\overbrace{n(\omega + \beta)}$		

$a_0 = a; a_n = d$   
 $M = \dots$   
 $N = \dots$   
 $a_i^2 - a_{i-1}^2 = Mq_i - Nb_i$   
 $\frac{2t}{b} = \dots$   
 $S_n \varepsilon_i = \frac{2t \cdot b_i}{b} \cdot \frac{1}{a_i a_{i-1}}$   
 $\omega_0 = \omega$   
 $\beta_0 = \beta$   
 $\omega_i = \omega_{i-1} + \varepsilon_i$   
 $\beta_i = \beta_{i-1} - \varepsilon_i$   
 $\omega_i + \beta_i = \omega + \beta$   
 $MQ - Nb = d^2 - a^2$

арытмомэтры, то для графы 9 досыць ставіць на арытмомэтр толькі няцотныя  $a_i$ , памнажаючы кожны з іх паступова на суседнія цотныя; напрыклад, ставім па арытмомэтр  $a_1$ , множым яго на  $a_0$ , ськідваем здабытак і множым па  $a_2$ , таксама  $a_3$  і г. д. У такім выпадку праверку можна зрабіць, калі гэта патрэбна, змяніўшы парадак множаньня, г. ё. ставіць на арытмомэтр цотныя  $a_i$ , а множыць па суседнія няцотныя. Апошнія графы 13-я і 14-я правяраюцца праз сумаваньне разам.

Мажліва вылічыць  $a_i$  таксама непасрэдна па формуле (32'), перапісаўшы яе такім чынам:

$$a_i^2 = x_i^2 A + x_i B + a^2 = a^2 + (B + Ax_i) x_i, \dots \quad (37)$$

дзе  $x_i = b_1 + b_2 + \dots + b_i$ ;

$$A = m^2 + 1 - 2m \cos \varphi;$$

$$B = -2a (\cos \omega + m \cos^2 \varphi).$$

Для праверкі сталых  $A$  і  $B$  маем наступныя формулы:

$$A = \frac{c^2 + b^2 - 2cb \cos \varphi}{b^2} = \frac{f^2}{b_2} = \frac{a^2 + d^2 - 2ad \cos \psi}{b^2}$$

Далей, калі  $x_i = x_n = b$ , тады  $a_i = a_n = d$ , значыцца раўнаньне (37) прыме выгляд

$$d^2 = b^2 \cdot \frac{f^2}{b^2} + b \cdot B + a^2, \text{ скуль}$$

$$B = \frac{d^2 - a^2 - f^2}{b} = \frac{2a (d \cos \psi - a)}{b}.$$

Формула (37) ня траціць сэнсу пры  $s = 0$ , як гэта мае месца для формулы (33'), але пры арганізацыі вылічэньняў па табліцы, падобна табліцы 2, яна зьяўляецца менш зручнай на конт праверак (графы  $x_i$  не правяраюцца праз сумаваньне). Калі  $s = 0$  (пры  $\varphi = 0$ ), тады  $A = (1-m)^2$ ;  $B = -2a(1-m)\cos\omega$ , а формулы для праверкі  $A$  і  $B$  застаюцца тыя самыя.

Формулы, дадзеныя ў гэтым артыкуле, мажліва атрымаць таксама з вядомай формулы плошчы чатырохкутніка па трох баках і кутах паміж іх, але формула (1), на якой грунтуецца вывады гэтага артыкулу, зьяўляецца больш простаю. Разам з тым, здаецца, мэтад косакутных каардынат надае ўсім вывадам сущальнасьць і аднароднасьць, маючы, апрача таго, мэтадычную вартасьць у сэнсе сувязі паміж курсам матэматыкі землеўпарадкаўчых факультэтаў тэхнікай землеўпарадкаваньня.

В. Дракін.

## Ein Versuch der Lösung einiger Projectierungsaufgaben bei der Landenteilung nach dem schiefwinkligen Koordinatensystem.

Die Anwendung des schiefwinkligen Koordinaten auf die Teilung in Streifen eines Vierecks nach dem Princip der Proportionalität lässt nach der Formel (1) (Zeichnung 1) zu der Gleichung (10) kommen; die Koeffizienten dieser Gleichung werden nach den Formeln (2), (5), (6), (8) bestimmt und die unbekannt Grösse ist die Abscisse eines Teilungspunktes auf der Abscissenachse (Zeichnung 2).

Nach der Gleichung (10) ist es genug einfach die Gleichung (18) L. Zimmermanns, die Gleichung (17) Dr. Ch. August Voglers und Fr. W. Rex, die Formel (12') Prof. P. M. Orloffs („Teilung der Fläche“. Dritte Auflage Moskau 1923) und die Formeln (28) Prof. W. I. Kirkors („Zur Frage des Projectierens von Streifen“. Verlag der Weissruthenischen Ldw. Akademie, 1927)—zu erhalten, (Die Arbeiten der deutschen Autoren—sieh Seite 125).

Wenn das Viereck ein Trapez ist (Zeichnung 4), haben wir statt der Gleichung (10) die Gleichung (20), woraus man die Formeln (23)' (24) für die Berechnung der Streifenelemente bekommt.

Durch die Gegeneinanderstellung der Koeffizienten der Gleichung (10) und der Gleichung (20'), welche eine Veränderung des Gleichung (20) für ein dem gegebenen Vierecke gleiches Trapez ist (Zeichnung 5), erhalten wir die verallgemeinerten Formeln (25), (26), (27), woraus wir die Formeln Prof. Kirkors als einen besonderen Fall ableiten.

Die Commode Ferechnungsanordnung, die in erwähnter Arbeit Prof. Kirkors gegeben ist, lässt sich auch ohne Verwandlung des Vierecks durch gleiches Trapez nach den Formeln (28) erhalten, und zwar mittels Veränderung der Lösung des Gleichung Dr. Voglers. Die Formeln (29), (30), (30'), die jene Weise gibt, sind gelegener als Prof. Kirkors Formeln, weil sie nur die vorläufige Berechnung einer einzigen Grösse erfordern. Die Tabelle 1 zeigt die Berechnungsweise nach den Formeln (29), (30), (30') für die Abschnitte auf den Vierecksseiten.

Die Anordnung der Berechnung anderer Streifenelemente ergibt sich aus den Formeln (33') (35), (36) und der Tabelle 2.

*W. Drakin.*

# Геометрия и реальное пространство.

## I. Сущность математического метода.

Прежде чем перейти к основной теме этой статьи—к вопросам об основаниях геометрии и ее отношении к реальному пространству—обратимся к выяснению места геометрии в ряду других математических наук в связи с тем общим определением, которое было им дано в статье „Эволюции М-Л-Т системы“.

Это определение мы формулировали следующим образом: Математика есть наука о методах *тождественного преобразования* выражений, связывающих *символы* любой природы, с произвольным но точно установленным содержанием.

Мы дали там-же некоторые раз'яснения по поводу законности этого определения, и применимости его к некоторым отделам анализа—алгебре, Символическому и Логическому исчислению и др. Теперь мы поставим себе ближайшей целью не только развить и дополнить<sup>1)</sup> это определение показав применимость его ко всем отделам математики, но и обнаружить её преимущество перед другими возможными определениями.

Эти последние могут быть разделены на две группы: определения чрезмерно обобщающие, и—чрезмерно суживающие понимание математического метода.

Типичным примером первой группы может служить определение Уайтхеда и Пирса: „математика есть наука о выводе необходимых следствий“. Во вторую группу входят всевозможные определения математики, как науки о величинах и измерениях.

Определение Уайтхеда не отделяет математику от логики; между тем несомненно, что математика, как по цели, так и по методу, должна считаться совершенно самостоятельной областью, связанной с логикой только отсутствием противоречия.

Определения второй группы—наиболее распространенные—не исчерпывают содержания математики и, по нашему мнению, не отвечают ее внутренней сущности: они оказываются совершенно бессильными объяснить, чем обуславливается та исключительная сила математики, благодаря которой, в сравнительно короткий период от Ньютона до наших дней, ее приложения к исследованию природы, могли дать те поразительные достижения, которые составляют современную точную науку.

В самом деле, исходя из определения математики, как науки о величинах, или „науки о косвенном измерении величин“ (Ог. Конт.), можно лишь понять, что математика могла привести к точному количественному исследованию явлений,—внести в последнее строгость и определенность. Но каким образом могло-бы точное измерение, прямое или косвенное, привести к раскрытию новых закономерностей, а тем более

<sup>1)</sup> Окончательная формулировка нашего определения математики приведена в конце этой главы (курсив).

к предсказанию явлений, до того не известных и не наблюдавшихся,— это остается совершенно непонятным.

Определение математики, как науки об измерении величин, приводится обычно во всех элементарных учебниках, и не трудно заметить, что именно в элементарных частях ее, оно имеет наибольшую законность. Если какие нибудь отделы математики могут быть названы учением о косвенном измерении величин, то это—арифметика и тригонометрия, особенно в том виде, как они преподаются в средней школе: по непосредственно измеренным стороне и углам треугольника вычисляются, т.е. косвенно измеряются, две другие стороны; вообще по данным числам вычисляется неизвестное.

Но по мере перехода к высшим частям Анализа, применимость такого определения становится все более расплывчатым, и вместе с тем, все более входит в силу высказанное нами выше определение. Разве не естественнее, в самом деле, рассматривать напр. дифференциал, как *символ* некоторого динамического понятия, чем признавать его за величину, не имеющую однако никакой определенной величины; тем более, это же можно сказать и о вариации, особенно если трактовать ее, не как приращение величины функции, соответствующее изменению добавочного параметра (чего к сожалению еще упорно придерживаются составители большей части курсов), а соответственно точке зрения Э. Маха и Jelle!), как произвольное изменение самой природы функции. Именно, необходимостью отрешиться при этом от обычных узких воззрений, свойственных элементарным отделам математики, от стремления связывать с каждым буквенным знаком непременно понятие о какой-то конкретной величине,—объясняется в значительной мере трудность перехода к этим высшим отделам Анализа, чувство растерянности и оторванности от твердой почвы, испытываемое многими, при первых шагах в этой новой области.

Эти же чувства испытывали и творцы Анализа бесконечно-малых—математики XVIII и начала XIX века, нередко сомневавшиеся даже в логической законности своих теоретических соображений, и все-же развивавшие их далее, лишь в силу тех замечательных выводов и следствий, к которым они приводили.

Но если на обозначения дифференциала и интеграла естественнее смотреть как на символы понятий, чем как на величины, то в еще большей степени эта точка зрения приложима в таких отделах высшего Анализа, как Символическое исчисление, Алгебра Логики, высшая теория чисел, теория групп, теория полей и пр.

Если в элементах Анализа бесконечно-малых знак дифференциала, всегда связанный с какой либо переменной, все-же может еще рассматриваться как обозначение некоторой величины,—то в Символическом исчислении такое его понимание уже отпадает: здесь знак дифференциала, отделенный от объекта дифференцирования, вводится в формулы, и подвергается преобразованиям, наряду с прочими буквами (множителями и слагаемыми) и необходимо должен рассматриваться как символ, не количественный, но подчиняющийся тем-же законам, что и эти последние. Таким образом, например интеграл рассматривается как символ обратный дифференциалу, и обозначается  $D^{-1}$  или  $\frac{1}{D}$ ; вводится в рассмотрение

выражения вроде например  $\frac{1}{(D-z)^n}$ , и разлагаются в ряд по восходящим

<sup>1)</sup> Э. Мах. Механика (перевод Котлара) стр. 370 и след.

степеням  $D$ , вследствие чего интегрирование заменяется дифференцированием. Громадные результаты, таким образом достигаемые, делают Символическое исчисление во многих случаях незаменимым пособием для интегрирования дифференциальных уравнений.

В еще большей степени, высказанное нами определение оказывается приложимым к Алгебре Логики. В ней буквы вовсе не могут быть понимаемы, как числовые обозначения, а являются только символами понятий, или даже целых предложений. Эти *символы* соединяются между собою знаками  $(+)$  и  $(\times)$  сложения и умножения, отрицания и равенства ( $=$ ,  $>$  и  $<$ ) в выражении, аналогичных уравнениям и тождествам обыкновенной Алгебры, и эти последние подвергаются *тождественным преобразованиям* по методам, несколько отличным, правда, от методов обычных числовых преобразований, но строго соответствующим природе рассматриваемых символов и принятым условиям и определениям.

В Теории Групп идея количества или величины также совершенно отсутствует, и на первый план выступают опять таки символы, выражающие идеи порядка и последовательности. Точно также в Высшей Теории Чисел, при исследовании „полей“, постоянно приходится оперировать с символами не числовой природы. Не говоря уже о комплексных выражениях, где знаку  $\sqrt{-1}$  очевидно не соответствует никакая величина, обратим внимание на так-называемые *р'адические числа*—символы особой природы, подчиняющиеся особым правилам композиции, резко отличающимся от действий над обыкновенными числами; эти числа, введенные в науку Hensel'ем, проф. Граве<sup>1)</sup> называет „*символами*, с которыми не совмещается никакого понятия о величине, и для которых понятия—больше, меньше—отпадают“. Это он иллюстрирует примером, где произведение двух, отличных от нуля, *р'адических чисел* обращается в ноль.

Приведенный отрывок повидимому показывает, что математики вряд-ли станут возражать против высказанного нами определения, по крайней мере применительно к тем высшим частям Анализа, в которых часто приходится встречаться с такими обозначениями, лишенными количественного смысла. Поэтому, не умножая примеров последних, оставим область высшего Анализа и постараемся обнаружить применимость нашего определения к арифметике и алгебре, в которых идея величины царит полновластно.

Ж. Бертран определяет алгебру, как учение о *тождественных преобразованиях*. Нам остается только добавить, что эти преобразования относятся к буквенным комбинациям, которые вполне уместно назвать *символами* величин, или символами чисел, ими выражающихся.

Обратимся к арифметике. На вопрос, что такое арифметика, ученики младших классов иногда отвечают, что это есть наука о цифрах; такой ответ признается обычно неудовлетворительным, и исправляется: арифметика есть наука о числах, и о действиях над ними.

Несомненно однако, что в основе арифметики лежит идея счета, и сопоставления считаемых предметов с определенными знаками, упорядоченного раз на всегда ряда—так называемого ряда натуральных чисел. Нам кажется весьма естественным, рассматривать члены этого ряда, как *символы* последовательно перечисляемых *предметов*, и последний из них, как символ всей совокупности этих предметов.

Арифметика вводит в рассмотрение десять основных символов—*цифры* от 1 до 9 и 0. Комбинируя их по условным правилам, нумерации

<sup>1)</sup> Граве. Элементарный курс теории чисел. стр. 146. Курсив наш.

десятичной системы, она получает сложные символические выражения, позволяющие продолжать натуральный ряд неограниченно. Из членов этого натурального ряда, являющихся символами результатов счета, т.е. символами чисел, (а не самими числами), составляются далее сложные выражения, при посредстве знаков  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $:$  и  $=$ . Так называемые „действия“ арифметики суть правила *тождественного преобразования* этих выражений, позволяющие заменить последние некоторым определенным членом натурального ряда; напр.  $132 \times 27 + 38 - 6$  заменить через 3596.

Арифметика есть, таким образом, метод тождественного преобразования выражений, составленных из символов: цифр и знаков „действий“. С этой точки зрения, определение ее, именно, как „науки о цифрах“, следует, пожалуй, признать наиболее правильным.

Приведенными соображениями мы полагаем достаточно подтвержденной законность высказанного нами определения математики, и приложимость его ко всем отделам Анализа. Но доказать законность определения еще недостаточно; необходимо обнаружить его преимущество перед другими, также законными определениями.

С этой целью, обратим внимание на упомянутый уже выше факт, исключительного ускорения научного прогресса, со времени появления „Principia“, т.е. метода флюксий, и других соответствующих частей высшего Анализа, — факт необъяснимый с точки зрения определения последних, как учения о величинах и их „косвенном измерении“. Вспоминая с другой стороны, что как раз эти отделы Анализа наилучше отражают законность нашего определения Математики, тогда-как элементарные ее части, существовавшие до эпохи Ньютона, могут считаться всего более методами „косвенного измерения величин“, — мы легко поймем причину названного факта: именно в возможности символически представить отдельные элементы изучаемого явления природы, рассматривая их в состоянии изменения, а затем вести исследование его в форме тождественных преобразований зависимостей между этими символами, по заранее готовым правилам, и в возможности наконец, истолковать, полученные таким образом совершенно новые зависимости между этими символами в терминах рассматриваемого явления, — именно в этом, а не в количественном только измерении элементов явления, заключается та удивительная сила высшего анализа, которая проявила себя в „Principia“ и во всей последующей точной науке.

Весьма примечательным является здесь то обстоятельство, что применение математики к исследованию природы стало широко развиваться только после введения переменных величин, и в частности — величин бесконечно-малых.

Наличие этого понятия, по нашему мнению, характеризует разделение математики на низшую и высшую.

Именно в последней, знаки дифференциала и интеграла — символы динамических понятий, а не конкретных величин, — можно рассматривать как отражение процессов движения и изменения.

„Panta rei“ — все течет в природе, т.е. в мире физических явлений. Этому и соответствует в высшей Математике дифференциалы — символы количеств „текущих“ — флюксии, как называл их Ньютон. Обозначения низшей математики, в их количественной определенности, представляют мир застывший, — мир величин постоянных.

Поясним сказанное одним только примером, заимствуя его из области электро-динамики. Великой заслугой Максвелла должно считаться

нахождение математического выражения, для общей зависимости между электрическим и магнитным напряжением в данной точке поля—выражения, известного под названием „уравнений Максвелла“. Именно эта общность позволила вывести из них, чисто формальными тождественными преобразованиями, многочисленный ряд следствий, из которых многие служили выражением физических явлений, до того неизвестных, открытых так-сказать концом пера. Такова напр., полученная из них, электро-магнитная теория света.

Никто конечно не станет отрицать того, что уравнения Максвелла представляют определенное соотношение между численными значениями электрического и магнитного напряжения, и что они позволяют вычислить (косвенно измерить) одно из них, если дано другое; но не этим определяется огромная важность их для математической физики; она заключается в том, что, понимая входящие в эти уравнения буквы, как *символы* электрического и магнитного вектора, можно подвергнуть их разнообразным алгебраическим преобразованиям, и результат каждого из них истолковать, как некоторое физическое явление, реально обнаруживающееся при данных условиях.

Совершенно отвлекаясь от каких-бы то ни было представлений о числовом значении входящих букв, а лишь следя за видом алгебраических зависимостей между ними, можно усмотреть необходимость, при известных условиях, совместных периодических изменений электрического и магнитного вектора в пространстве и во времени—необходимость, вытекающую как простое математическое следствие из основной зависимости между ними, (выражаемой уравнениями Максвелла), не содержащей повидимому и намека на эту периодичность; дальнейшим развитием алгебраических преобразований, и их соответственным истолкованием, можно получить выражение законов распространения этих периодических изменений—электро-магнитных колебаний—их отражение и преломление—словом, всю так-наз. электро-магнитную теорию света<sup>1)</sup>.

Никакими усилиями диалектики и формальной логики, невозможно было-бы получить выводы электро-магнитной теории из словесного выражения основной зависимости между электрическим и магнитным вектором. Между тем, уравнения Максвелла, являющиеся всего лишь символическим выражением этой зависимости, позволяют одними алгебраическими преобразованиями вскрыть все следствия, в ней заключающиеся. Именно в этой возможности *качественного* исследования явлений, целиком заключенного в формальной связи между символами элементов и факторов

<sup>1)</sup> Математический метод является вследствие этого могучим аппаратом, механизмирующим наши мыслительные процессы. Без этой механизации было-бы совершенно невозможно провести, те сложнейшие и тончайшие цепи умозаключений, связывающих основные предпосылки с их отдаленными следствиями, вовсе даже и не усматриваемые формальной логикой, но легко вскрываемые простыми алгебраическими преобразованиями.

Чтобы убедиться в этом, достаточно попробовать, решить „арифметическим“ методом какую либо задачу из отдела „упражнений по составлению уравнений“; этот „арифметический“ метод означает просто отсутствие метода,—требование дойти до решения задачи цепью непосредственных умозаключений. Эта последняя оказывается скрытой в тех чисто механических преобразованиях уравнений задачи, которые могут быть выполнены по готовым правилам алгебры, но воспроизвести их чисто логическим путем, и удерживать с начала до конца перед умственным взором—чрезвычайно трудно. При пользовании же алгеброй, вся умственная работа сводится только к составлению символической записи условий задачи—составлению ее уравнений, а весь дальнейший процесс ведется уже совершенно механически.

Все сказанное тем более относится к сложнейшим вопросам, исследуемым аналитической механикой, или математической физикой, решение которых достигается составлением и интегрированием дифференциальных уравнений.

его составляющих, и в преобразованиях этой связи, а вовсе не в *количественном* их изучении, следует усматривать, по нашему мнению, причину исключительной силы высшего Анализа, в его приложении к точным наукам.

Высказанное нами определение математики именно и подчеркивает эту важнейшую сторону ее метода, а потому и кажется нам предпочтительнее тех определений, которые выдвигают на первый план идею величины и измерения.

Необходимо однако оговориться, что приведенное определение касается только метода математики.

Мы далеки от мысли приписывать математике служебную роль, сводящуюся лишь к созданию и разработке точных приемов исследования, могущих быть использованными в науках о природе. Математика имеет совершенно самостоятельные цели, и самостоятельный предмет исследования, и лишь в порядке последнего она выработала, и продолжает вырабатывать, тот особый метод, который оказался столь плодотворным в его применениях к другим точным наукам.

Мы охотно назвали-бы Математику специальным отделом натуральной философии, если условиться понимать последнюю, как совокупность всей творческой и исследовательской деятельности разума, применительно к познанию окружающей нас действительности.

Это есть тот именно отдел, который исследует эту действительность в наиболее общих ее формах, лучше всего передаваемых, по нашему мнению, словом „отношение“. Последнее обозначает вообще всякую зависимость между какими угодно объектами, в частности функциональную зависимость между величинами; в еще более частном случае, это будет сопоставление двух однородных объектов, в смысле понятий „больше“ или „меньше“, или, наконец, измерения одного при посредстве другого, принятого за единицу.

Оно может также обозначать зависимости между объектами в смысле их последовательности, как в пространстве, так и во времени, и в частности отвечать идее счета—перечисления. Далее, оно же может быть понимаемо, как зависимость между понятием, например, в смысле включения одного в другом по объему или по содержанию.

Таким образом, слово „отношение“, заключая в себе понятие величины, измерения и счета, отнюдь еще не исчерпывается ими. Этому вполне соответствует содержание математики, как науки, не ограничивающейся только исследованием величин и числовых зависимостей, но и заключающей такие отделы, как алгебра логики, теория полей, теория групп, и т. п.

Ввиду всего этого, нам кажется наиболее правильным окончательно высказать такое определение: *Математика есть логика отношений, разрабатываемая по специальному, ей самой созданному методу, заключающемуся в представлении изучаемых отношений символическими выражениями, и в тождественном преобразовании этих выражений.*

В этом определении математика отделяется от общей Логик<sup>1)</sup>, как

<sup>1)</sup> Формальная Логика—диалектика—также может быть определена, как изучение правил „тождественного преобразования символов“, именно словесных предложений, символизирующих ту или иную мысль. Но правила эти (силлогизмы, энтимемы, сориты, исключения и пр.) не точны, и не отличаются строгой определенностью. Вот почему философские системы, на них основанные, оказывались всегда лишенными ясного содержания, и возникши, погибли одна за другой.

Если-бы некий высший (но все-же человеческий), разум представил эти системы (Гегеля Фихте, Ницше и пр.) алгебраическим языком, по правилам алгебры логики, то эти писа-

по содержанию, так и главным образом по методу, вследствие чего оно оказывается более узким и детализованным, по сравнению с определениями Пирса и Уайтхеда; вместе с тем, оно значительно расширяет все те определения, в которых математика признается исключительно наукой о величинах. Указание на метод, является главной его особенностью, так как этот наиважнейший, по нашему мнению, признак совершенно не отмечается ни теми, ни другими.

## • II. Геометрия

В предыдущей главе, при рассмотрении приложимости высказанного в ней определения математики, к различным ее отделам, мы совершенно не коснулись геометрии, имея в виду выделить относящиеся к ней соображения в особую главу; теперь мы к ним и обратимся.

Геометрия есть учение о пространственных *отношениях*; таким образом, она по своему содержанию несомненно должна быть отнесена к математике, и с этой стороны вполне укладывается в высказанное нами определение последней.

Однако, подведение ее под это определение в смысле метода, затруднительно, и невозможно без некоторых натяжек. Поэтому возникает необходимость, или как-то видоизменить определение, или дать по поводу метода геометрии соответствующие разъяснения.

Считая высказанное нами определение, Математики существенно правильным, мы не станем вносить в него никаких изменений, но постараемся показать, что с известной точки зрения и метод геометрии может получить соответствующее ему истолкование.

Прежде всего надлежит отметить, что в геометрии имеются обширные отделы, целиком подходящие под наше определение: это именно аналитическая геометрия, так наз. приложение алгебры к геометрии и приложение к геометрии анализа бесконечно малых. Эти отделы никаких добавочных разъяснений не требуют. Остается только геометрия синтетическая,—та элементарная геометрия, содержание которой составляет, за некоторыми исключениями, предмет, преподаваемый в средней школе. Ее мы и будем иметь в виду в дальнейшем.

Можно, конечно, отметить, что и в ней некоторые части могут быть без натяжки подведены под наше определение: это—весь тот материал, который приходится к алгебраическим формулам—символическим выражениям, допускающим тождественные преобразования; такова теорема Пифагора, теорема Птолемея, учение о площадях и объемах. Но за исключением этого материала, остается все же значительная часть, не укладывающаяся в формулы и составляющая при том, именно самую суть синтетической Геометрии<sup>1)</sup>.

Весь этот материал обрабатывается по методам диалектической Логики.

ния оказались-бы вероятно похожими на тетради „по алгебре“ плохого ученика с начатыми и брошенными решениями отдельных задач, без порядка и системы, неверными преобразованиями, неизвестно откуда взятых формул и пр. Впрочем, может быть, отдельные страницы заслуживали-бы внимания и сохранения.

<sup>1)</sup> Можно было-бы с достаточным правом назвать начерченные на бумаге отрезки, треугольники, круги и пр. именно *символами* соответственных геометрических образов, а выполняемые над ними построения—*тождественным преобразованием* этих символов, и подвести таким образом Синтетическую Геометрию целиком под наше определение. Но такой прием кажется нам именно той натяжкой, о которой, мы говорили выше.

Принято утверждать, что изучение синтетической геометрии является лучшей школой строгого логического мышления; что Геометрия является системой положений, в которой каждое последующее с полной логической необходимостью вытекает из предыдущих, и из тех определений, аксиом и постулатов, которые формулированы в самом начале.

Таков действительно идеал геометрии, но идеал этот повидимому еще далеко не достигнут.

Еще не более ста лет тому назад, за такой идеал принимались Начала Эвклида; лишь в связи с работами Лобачевского и Гаусса начались те глубокие, еще не законченные и по ныне изыскания, которые привели к вскрытию логических недочетов, лежащих в основании обычного изложения Геометрии.

Для нашей цели необходимо вкратце остановиться на рассмотрении этих исследований, так-как именно в связи с ними окажется возможным, распространить наше определение Математики и на синтетическую геометрию.

Исследования эти обнаружили в общем<sup>1)</sup> такую картину: Эвклид, а за ним Лежандр и другие геометры, предпосылали своему изложению ту или другую группу определений, постулатов и аксиом, из которых затем, путем чисто логических доказательств, должны были выводиться все последующие теоремы, оставляющие содержание геометрии.

Оказывается однако, что совокупности вышеупомянутых определений, аксиом и постулатов, безусловно недостаточно для чисто логического обоснования всей последующей цепи выводов. У Эвклида почти все определения геометрических образов—прямая, плоскость, отрезок, угол и т. п.—являются простыми описаниями их, лишенными всякого логического содержания, позволяющего развить ту или иную цепь чисто логических выводов. Линию напр. Эвклид определяет, как „длину без ширины“; поверхность—„то, что имеет только длину и ширину“; прямой—он называет „линию, которая одинаково расположена по отношению ко всем своим точкам“ „плоскость есть поверхность, одинаково расположенная относительно всех прямых в ней лежащих“ и т. п. Этими определениями Эвклид, конечно, нигде в дальнейшем и не пользуется, а развивает свое изложение из аксиом и постулатов, в которых этим образом дается логическое содержание. Такой метод можно было-бы признать логически законным, если-бы действительно в этих аксиомах и постулатах были с полной определенностью обозначены все логические предпосылки, необходимые для дальнейшего изложения. При этом, упомянутые выше определения, являлись-бы простыми описаниями, ни на какую логическую ценность не претендующими; можно даже добавить, что в такой строго логической системе, каковую хотел построить Эвклид, они представляли-бы только неуместный балласт. Но внимательный анализ обнаруживает, что система аксиом и постулатов Эвклида, отнюдь не содержит всех необходимых логических предпосылок: при развитии цепи логических заключений Эвклид неоднократно вводит в изложение допущения, нигде им ранее не оговоренные, но кажушиеся самоочевидными для нашего непосредственного вззрения.

Вследствие этого, система Эвклида, на ряду с чисто логическими выводами, оказывается перегруженной материалом, заимствованным из интуиции. Очистить систему геометрии от всего этого материала, чуж-

<sup>1)</sup> Интересующимся подробностями можно рекомендовать курс проф. Богомолова „Основания Геометрии“, а также превосходную монографию Когана „Исторический очерк развития учения об основании Геометрии“.

дого чистой Логике, превратить ее действительно в систему, где каждый последующий вывод только чисто-логически опирается, исключительно на ранее определенно сформулированные положения—такова оказалась задача, за решение которой взялись современные геометры.

Оставляя в стороне целый ряд попыток, сделанных многими выдающимися математиками, начиная с Лобачевского<sup>1)</sup>,—попыток заведомо неудовлетворительных,—остановимся лишь на системе Гильберта, являющейся по общему признанию наилучшей, из всех достигнутых в этом смысле результатов.

В основу своей системы Гильберт кладет шесть „основных понятий“: точка, прямая, плоскость, предшествовать (или следовать за, или находиться „между“), равенство отрезков и равенство углов. Никаких описаний и определений этих понятий не дается; это просто перечисление терминов. Все логическое содержание, которое произвольно или, лучше сказать условно, приписывается последним, заключено в двадцать две аксиомы, которые правильнее назвать постулатами, так-как не может быть самоочевидных свойств у объектов чисто логических, не связываемых ни с какими реальными образами. Все, что говорится в этих постулатах, является лишь совокупностью чисто-формальных предложений, связанных лишь отсутствием внутренних противоречий, и логической независимостью одно от другого.

Чтобы дать некоторое понятие о характере этих постулатов, приведем некоторые, выбранные на удачу. „Две различные точки определяют одну, и только одну прямую, через них проходящую“; так-же,—три точки определяют плоскость. „Если две точки прямой лежат в данной плоскости, то и все другие ее точки лежат в той-же плоскости“.

„Если две плоскости имеют общую точку, то у них есть по крайней мере еще одна (другая) общая, точка“; отсюда уже в форме теоремы выводится, что две плоскости пересекаются по прямой. „Из трех точек лежащих на одной прямой, одна, и только одна из них лежит между двумя другими.“ Несомненно, что Эвклид пользовался этими положениями, безмолвно вводя их в свои доказательства, и считая излишним огораживать их, ввиду самоочевидности.

Для Гильберта никаких самоочевидных положений не существует: его „основные понятия“ совершенно отделены от всякого „воззрения“—от всякой связи с реально-представляемыми объектами; это—термины, или символы, всё логическое содержание которых должно быть оговорено и сформулировано в постулатах; ничего, кроме последнего, относительно их утверждаемо быть не может.

Таким образом, система Гильберта—система чисто формальная. Она есть вполне законченная, связанная совокупность положений, истинность которых логически несомненна, и независима ни от какого опыта.

Но, будучи цепью связанных логических построений, основанных на определенной совокупности условно принятых соглашений (постулаты), она все-же оказывается приспособленной именно к изучению пространственных отношений—т. е. именно Геометрией, а не произвольной самоудовлетворяющей логической системой—потому что, постулаты эти выбраны

<sup>1)</sup> Забавно отметить следующий грустный факт: в 1823 году Лобачевский написал учебник Геометрии, стараясь провести его изложение именно в духе указанных идей. Академик Фусс, которому он был послан на рецензию, дал очень неблагоприятный отзыв: по мнению почтенного академика, молодой автор „не имеет представления о необходимости точных определений, и строгих доказательств, о логическом расположении материалов и пр. и пр.“. Книга так и не была напечатана.

не случайно, а именно так, чтобы в них отразились, известные нам из примитивного опыта, основные свойства геометрических образов.

Постулаты ее суть положения, независимые одно от другого, и подчиненные лишь требованию отсутствия логических внутренних противоречий. Поэтому некоторые из них могут быть изменены, без нарушения последнего требования, и тогда из них (в связи с остальными неизменными) может быть развита новая, тоже логически-безупречная, система, не соответствующая однако нашим обычным пространственным воззрениям. Таким путем Гильберт оказывается в состоянии построить системы, отражающие или геометрию Лобачевского, или геометрию Римана.

Чисто формальный характер системы Гильберта, помимо логической безупречности, дает ей еще преимущество в следующем смысле: вся совокупность ее теорем, формул и выводов, может быть отнесена, не только к обычно нами представляемым геометрическим точкам, прямым, плоскостям и углам, но к любой совокупности объектов, реальные свойства которых покрываются формальными требованиями и соглашениями, выраженными в основных постулатах. Так например точки и геодезические линии на поверхности параболического цилиндра вполне обладают свойствами „точек“ и „прямых“ Гильберта; поэтому вся планиметрия Эвклида целиком переносится и на эту поверхность. Наш выдающийся кристаллограф Федоров показал, что основными свойствами „точек“, „прямых“ и „плоскостей“ требуемыми постулатами Гильберта, обладают определенным образом построенные векторы, круги и сферы, что позволило ему отобразить на плоскости всю стереометрию, и далее в трехмерном пространстве отношения пространства четырехмерного.

Дальнейшее развитие этих соображений завело бы нас слишком далеко; для нас достаточно отметить, что основным материалом строгой геометрической геометрии являются не наши обычные представления точки, прямой, плоскости и прочее, а некоторые символы („основные понятия“ Гильберта), строго-определенное содержание которых указывается в его двадцати двух постулатах. Далее, согласно сказанному, это содержание отражает в них основные пространственные отношения.

Необходимо теперь сделать некоторые указания о методе геометрии: Гильберт развивает свою систему диалектически — путем словесно-логических построений. Мы думаем, что именно это и является основной причиной законного недоверия к логической безупречности его системы.

Позволительно сомневаться, действительно ли все последующие выводы опираются только на формальное содержание постулатов, и не вводятся ли где нибудь в доказательствах иные положения, заимствованные из „воззрения“; это тем более допустимо, что, рассуждая о своих „точках“, „прямых“ и „плоскостях“, Гильберт несомненно все-же воображал себе реальные точки, прямые и плоскости.

Совершенно бы иное получилось, если бы обработка логического материала развивалась методами Алгебраической Логики, как это делали Пеано, Рессель, Пирсон и др. применительно к основам арифметики. Этот метод, уже в силу одной своей механичности, в значительной мере гарантирует от логических ошибок, почти неизбежных при разработке столь обширного материала.

Мы не сомневаемся, что этот шаг будет сделан в ближайшем времени, после чего Геометрия действительно превратится в безукоризненную систему *тождественных преобразований* (по методам Алгебраической Логики), зависимостей между символами, выражающими пространственные отношения.

Это будет чистая Геометрия—формальная теория пространственных отношений,—несомненно вполне подходящая под наше определение Математики.

Несомненно однако, что наша современная синтетическая геометрия все-же не утратит своего значения, хотя бы вследствие ее огромного практического значения. Но это будет наука прикладная—своего рода физика пространства. Нам кажется, что и теперь, в обычном изложении синтетической геометрии, есть много черт, сближающих ее с физикой. Она начинается с определения основных объектов исследования, в которых описательная сторона вряд-ли может быть совершенно отброшена. Правда, эти объекты знакомы нам с раннего детства,—мы сроднились с ними настолько, что нам они могут даже казаться неотъемлемой частью нашего мышления. Таково именно мнение Канта; однако, называя пространство и время априорными условиями всех наших представлений, он отнюдь не считает их врожденными понятиями; они развиваются в сознании при первых попытках внешнего опыта, а следовательно из него-же и заимствуются.

Мы прибавим от себя, что эти первоначальные „априорные“ познания пространственных отношений касаются лишь простейших элементов, и затем, в течении всей жизни, эволюционируют вместе с остальным жизненным опытом. Наше пространственное соображение, весьма слабое первоначально, значительно развивается под влиянием изучения геометрии,—особенно при попытках решения стереометрических задач, а также при всех опытах оценки трехмерных пространственных отношений; этим объясняется между прочим трудность усвоения начертательной геометрии: наши способности представления, достаточные для легкого обозрения плоского чертежа, быстро слабеют при переходе к третьему измерению, особенно, если к этому присоединяется еще элемент времени—трехмерные фигуры в состоянии взаимного перемещения. Слабость нашего пространственного восприятия проявляется также при оценке выбора направления и расстояния в горных местностях, при полетах на аэроплане и пр.

Однако, первоначальные понятия геометрии знакомы нам с детства, укреплены в нашем сознании ежедневным опытом и наследственностью, а потому и представляются нам, как самая твердая и определенная база познания.

С них, и с простейших отношений между ними, и начинается обычно изложение синтетической геометрии.

Интересно проследить первые шаги этого изложения, и сопоставить их с вышеупомянутой системой Гильберта. Это даст нам возможность ясно понять отношение современной синтетической геометрии к математике, и причину затруднительности подведения ее под наше определение.

Геометрия начинает с точки, прямой и плоскости. Образы эти не определяются (также, как и у Гильберта), или им даются чисто описательные, а потому логически совершенно бесполезные определения.

Формальные их свойства указываются в аксиомах; последним иногда впрочем придается вид определений.

Прямая в этом смысле определяется одним из следующих трех способов: „прямая есть кратчайшее расстояние между двумя точками“; „прямая есть линия, вполне определяемая двумя точками“, наконец, „прямая есть линия, все точки которой остаются неподвижными, когда она вращается вокруг себя самой, при двух закрепленных точках“; иначе го-

вора, прямая, при таком вращении не образует поверхности, а покрывает себя самую во всех положениях.

Вторая из этих аксиом-определений совпадает с постулатом Гильберта. Третье начинает пользоваться особым сочувствием у современных составителей курсов геометрии; первое, признается наименее удачным.

Легко видеть, что каждое из этих определений заимствовано из опыта. Все мы, со словом прямая, связываем представление о натянутой нити. Таково-же историческое происхождение этого термина: Геометрия несомненно произошла от Геодезии (а не наоборот, как думает большинство), в которой „гарпедонапт“<sup>1)</sup> пользовался натянутой веревкой, для измерения длины прямых сторон полигона. Простой ежедневный опыт *выбирания* веревки, предшествующего ее натягиванию, заставляет нас признать необходимую связь, между натяжением в прямую и невозможностью дальнейшего *выбирания*, — невозможностью укорочения. Поскольку идея прямой связывается с натянутой нитью, постольку названная первая аксиома является ближайшим и необходимым ее свойством.

Второе определение прямой также заимствовано из Геодезии. Прямая отождествляется с лучем зрения, вполне определяемым двумя точками визирного прибора; провешивание (установка вех) прямой на поверхности земли, именно и сводится к закреплению вехами ряда точек на этом луче.

Наконец, третье определение связывается с представлением вращающегося тела, и должно считаться наименее очевидным; оно требует известного усилия воображения. Нам кажется даже, что это свойство прямой следовало-бы скорее доказывать, или интерпретировать, чем класть в основу, как аксиому.

Идентичность этих определений вряд ли может быть удовлетворительно доказана, хотя чисто логические выведения их из второго приводятся обычно в довольно простой форме; но, по нашему мнению, это служит лишь доказательством обманчивости и произвольности диалектической логики вообще.

Плоскость, Гильберт охарактеризовывает (при посредстве постулатов), как поверхность вполне определяемую тремя точками, — затем постулирует совпадение с ней прямой во всех положениях, если последняя имеет с ней две общие точки. Также поступают и составители учебников Геометрии, с меньшей только формальной определительностью. Здесь, по нашему мнению, и в системе Гильберта, и в обычных курсах геометрии, скрывается глубокая логическая ошибка: Гильберту следовало-бы доказать, что такой образ вообще возможен, а синтетическая геометрия должна была-бы обнаружить существование в действительности такой поверхности. Скорее всего, Гильберт, опираясь на интуицию обыкновенной плоскости, принял именно ее за такой образ; но логически это не допустимо.

То же самое можно в еще большей мере отнести к совмещаемости прямой с плоскостью: еще необходимо доказать, что поверхность обладающая таким свойством вообще возможна.

Лобачевский, при составлении своего ненапечатанного учебника Геометрии, повидимому ясно сознавал это. Он делает попытку обойти эту ошибку путем определения плоскости, как геометрического места точек, т. е. указания метода ее построения в пространстве: именно, он задается двумя точками, и принимает каждую из них за центр бесконечного

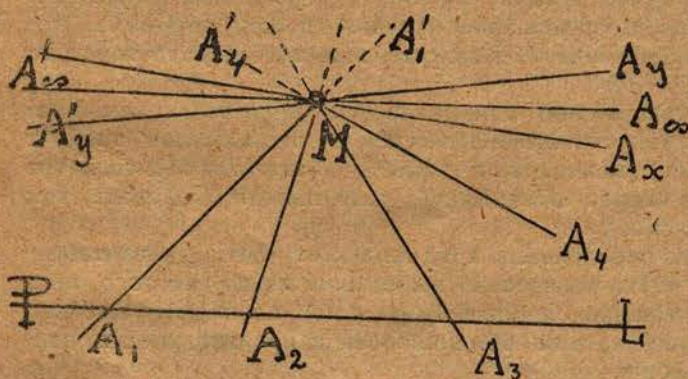
<sup>1)</sup> В буквальном переводе — прятыватель веревки.

множества сфер, описанных постепенно возрастающими радиусами; плоскость образуется из совокупности окружностей, по которым пересекаются пары сфер одинакового радиуса; она есть, таким образом, геометрическое место точек, равно удаленных от двух данных. Из этого определения непосредственно обнаруживается налагаемость плоскости самой на себя обратной стороной; но доказательство перемещаемости плоскости по самой себе, и пересечения двух плоскостей по прямой — неудовлетворительно.

Тем не менее, путь избранный Лобачевским представляется по нашему мнению, несомненно правильным. Мы лично полагаем, что было бы однако лучше определить плоскость, как поверхность, образуемую прямой, проходящей через данную точку, и скользящей по другой данной прямой. Исходя из такого определения можно доказать, что плоскость налагается на себя обратной стороной и перемещается вдоль самой себя, а также, что прямая, совмещается с ней всеми своими точками.

Мы не приводим этих доказательств, так как местами они кажутся нам самим не совсем удовлетворительными (ничего нет затруднительнее

таких доказательств, при полном почти отсутствии запаса логического материала); но мы очень рекомендуем этот путь любителям подобного рода соображений, так как он интересен в следующем отношении: прямая проходящая через точку  $M$ , при скольжении по прямой  $PL$ , образуя плоскость, постепенно переходит из положения



$MA_1$  в положение  $MA_2$ , далее в  $MA_3$ ,  $MA_4$ ,  $MA_5$  и т. д. и наконец в  $MA_\infty$ , когда она делается параллельной  $PL$ , и перестает встречать ее; тогда плоскость образована целиком, без всякой неопределенности.

Но если допустить, что эта прямая, уже в положении  $MA_x$  (а также в симметричном положении  $MA_y$ ) перестает встречать прямую  $PL$ , то вся часть  $A_y A'_x$   $MA_y A_x$  плоскости останется неопределенной. В связи с этим, знаменитый *V постулат Эвклида переносится на самое определение плоскости*: плоскость есть определенная во всех частях поверхность, если существует только одна прямая  $A'_\infty MA_\infty$  которая, проходя через точку  $M$ , не может встретить прямую  $PL$ ; если же наоборот, таких прямых имеется целый пучок (между  $MA_x$  и  $MA_y$ ), то часть плоскости остается неопределенной.

Конечно, постулат Эвклида этим способом не был бы доказан, но оказался бы перенесенным в самое начало изложения геометрии; при обычном же изложении, он появляется лишь в теории параллельных, в которой существование плоскости предполагается уже ранее доказанным, и свойства ее хорошо известными (чего на самом деле нет).

Постулат Эвклида получает при этом стереометрическое истолкование. Уместно по этому поводу отметить, что один из наиболее выдающихся исследователей основ Геометрии—Гуэлл—определенно выска-

зывается за возможность только стереометрического доказательства этого постулата: действительно, говорит он, если бы постулат мог быть доказан на плоскости, то дословно повторяя это доказательство на части псевдосферы, мы пришли-бы к выводу, что он имеет место и на последней, что несправедливо<sup>1)</sup>.

Во всяком случае, мы полагаем, что ясное, строгое и точное определение плоскости должно предшествовать, не только теории параллельных, по всему изложению планиметрии вообще. Как на одну из попыток в этом роде (к сожалению по нашему мнению, не вполне удачную) следует указать сочинение нашего незабвенного преподавателя математики<sup>2)</sup> М. С. Волкова „Геометрия, как рациональное учение о пространстве“. В нем плоскость определяется, как поверхность, допускающая наложение на себя обратной стороной, при чем возможность ее существования постулируется (без доказательства). Имеется там-же ссылка на возможность этого доказательства, данного Гауссом: нам к сожалению не удалось найти последнего, хотя существовал даже перевод его (того-же автора) на русский язык. Мы усиленно рекомендуем это сочинение всем любителям основ Геометрии. Считаем полезным назвать также популярную книгу Клиффорда „Здравый смысл точных наук“.

Обычное изложение дальнейшего содержания Геометрии несомненно далеко от логической точности системы Гильберта. Не считая однако последнюю безупречной, не только по вышеприведенным соображениям, но и по многим другим, мы полагаем, что разница здесь количественная. Она главным образом характеризуется тем, что Гильберт, по возможности определенно формулирует все исходные постулаты, тогда как в обычном изложении они вводятся попутно, и без особых оговорок.

Другим отличием является для Гильберта отсутствие необходимости пользоваться чертежами, хотя все-же они и здесь оказываются иногда важным вспомогательным средством. Обычное изложение Геометрии целиком базируется на чертежах, при чем они служат не только опорой и скелетом для логических операций, но и несомненно средством интуиции.

Если вспомнить о происхождении Геометрии от Геодезии, то станет ясным, что вначале роль чертежа сводилась главным образом к облегчению обозрения тех или иных построений, производимых на очень больших площадях, а потому не поддававшихся непосредственной интуиции.

Так-же и теперь, мы все данные, полученные на наших маленьких чертежах, распространяем на пространство любых размеров, полагаясь на логическую связь их с положениями ежедневного опыта, кажущимися нам несомненными.

Но конечно, не исключена возможность столкнуться при этом с неожиданностью, как это случилось-бы напр. с древним геодезистом, если бы он, владея точными угломерными инструментами, определил сумму углов очень большого треугольника на земной поверхности, и нашел-бы ее большей  $180^\circ$ , которые он рассчитывал получить исходя из маленького плоского чертежа. Несомненно, что логическая работа столетий не пропала даром, и позволила-бы нам сознательно отнестись к такому случаю, но все-же приходится признаться, что о свойствах звездных пространств мы знаем не более, чем этот древний геодезист о сферичности земли.

<sup>1)</sup> Применительно к „геодезическим“ линиям псевдосферы, являющимся на ней аналогами прямых на плоскости.

<sup>2)</sup> В 1890-х годах С.-Петербург, 2 Реальном Училище, которое кончил автор. Книга эта теперь представляет библиографическую редкость.

Пока Геометрия не станет чисто формальной системой, развиваемой аналитическими методами Алгебраической Логике—она должна считаться физикой пространства.

Но даже и тогда, когда такая система будет окончательно разработана—все-же останется в силе задача *о применении ее к свойствам реального пространства*. Действительно, совпадение всех свойств реальных пространственных образов с требованиями основных постулатов этой чистой геометрии может быть обнаружено лишь расширением нашего пространственного опыта.

Эти две задачи: создание чистой геометрии, и подведение под нее реальных пространственных отношений, в настоящее время еще слиты в нашей обычной синтетической геометрии. Отсюда вытекает некоторая ее двойственность, породившая целый ряд споров и сомнений о степени ее достоверности.

Как формальная логика, облеченных в символы пространственных отношений—она есть чистая математика, ни в силу неточности ее символов (прямая, плоскость, угол) и отсутствия аналитического метода их тождественных преобразований, она не может еще считаться безупречной системой.

Как исследование свойств реальных пространственных конфигураций—она есть *физика пространства*.

Достаточно совниманием рассмотреть ее метод доказательства теорем, чтобы убедиться в безусловной применимости к ней последнего названия: эти доказательства суть ничто иное, как *мысленный опыт*, совершенно аналогичный многим опытам физики, но относящийся к явлениям очень определенным и известным в точности.

В качестве примера последнего, приведем хотя-бы разбор конструкции обыкновенного электрического звонка. Из одного только рассмотрения чертежа последнего, можно с полной уверенностью сказать, что электро-магнит, притягивая якорь, будет размыкать ток, вследствие чего притяжение исчезнет и ток снова замкнется и т. д. Это опыт чисто мысленный, и для уверенности в его результатах нет никакой надобности воспроизвести его в действительности.

Обыкновенная физика имеет сравнительно мало случаев для таких мысленных опытов; это обуславливается обширностью и сложностью ее материала, и недостатком непосредственного нашего знакомства с ним. В физике пространства—в геометрии—основной материал, в простых взаимоотношениях насколько хорошо нам знаком с детства (а может быть и наследственно), что представляется нам аподиктически несомненным. Для познания все более и более сложных его соотношений мы и прибегаем к мысленному опыту—построению чертежей, и логической их обработке (теоремы и их доказательства).

Такая, приведенная в систему совокупность мысленных опытов, и составляет синтетическую геометрию. Когда на место диалектического метода становится метод алгебраических преобразований,—мы имеем геометрию аналитическую; в физике мы находим аналог ее в термодинамике, или в электро-магнитной теории света.

Но и обыкновенный физический опыт не может считаться совершенно чуждым геометрии. Он выступает тогда, когда наши „априорные“ сведения о пространственных отношениях оказываются недостаточными для мысленного опыта. Мы уже указывали выше, что эти „априорные“ сведения суть лишь весьма привычные результаты повседневного опыта, быть может подкрепленные наследственностью и общепризнанностью. Они

естественно ограничиваются лишь небольшой, ближайшей к нам областью пространства, и становятся шаткими и сомнительными, при попытке значительного ее расширения. Именно с этим и связано, по нашему мнению то повышенное внимание, которым постоянно пользовался V постулат Эвклида.

Для объяснения последнего было предложено много теорий, как физиологического (о способе восприятия), так и психологического характера; в них чаще всего говорится о странности появления этого постулата далеко от начала изложения, о его сравнительно сложной форме и пр. и менее всего — о заложенной в нем (как вообще в теории параллелей) идее бесконечного. По нашему мнению, в последней и заключается вся суть. Бесконечное не воспринимается нашим непосредственным воззрением; на нее не может распространяться наш примитивный повседневный опыт, а потому все к ней относящееся должно вытекать из доказательств. И доказательств Эвклидова постулата было действительно предложено безчисленное множество; но все они были признаны неудовлетворительными <sup>1)</sup>.

Решение вопроса о правильности постулата Эвклида, вернее о применимости его к нашему реальному пространству, возможно лишь путем непосредственного физического опыта: если сумма углов треугольника, как-бы велик он ни был, в точности равна  $180^\circ$  (предложение эквивалентное постулату Эвклида), то последний имеет место в нашем пространстве; если же эта сумма оказалась бы меньше  $180^\circ$ , то от его применимости пришлось бы отказаться, и в нашем пространстве имела бы место геометрия Лобачевского.

Такие опыты и были в действительности предприняты: сначала Гауссом — для больших треугольников на земле, и позднее Лобачевским — для треугольников астрономических (основание — диаметр земной орбиты, а третья вершина — одна из звезд, весьма удаленных). Опыты эти не дали окончательного результата: искомая разница должна считаться меньшей предела точности астрономических угломерных инструментов, но все же может быть отлична от нуля.

Вопрос остается, таким образом, пока открытым; но для нас важно лишь отметить, что в синтетической Геометрии опыт все же должен считаться решающей инстанцией. Вследствие этого, мы и полагаем, что название — „физика пространства“ — может быть вполне законно применено к синтетической геометрии, в ее современном изложении. Вместе с этим ясно, почему наше определение чистой математики не может быть к ней полностью приложено, распространяясь однако вполне на ту чистую геометрию, построение которой есть задача несомненно ближайшего будущего.

<sup>1)</sup> Нельзя не остановить внимания на той исключительной щепетильной строгости, которая была проявлена по отношению к этим доказательствам: Гаусс в письме к Боля говорит: „я имею множество доказательств правильности V постулата Эвклида, большинство которых удовлетворили бы каждого, но не меня“. Достаточно напр. допустить возможность построения треугольника с произвольно большой площадью, чтобы доказать с полной строгостью постулат Эвклида. Но по мнению Гаусса (и всех современных математиков), не исключена возможность существования определенного треугольника, площадь которого не может быть превзойдена. Есть еще целый ряд положений, столь же повидимому несомненных, и достаточных для доказательства постулата. Все они однако отвергнуты. Любопытно спросить себя, что случилось бы со всей нашей геометрией, если бы была проявлена такая же строгость критики, ко всем другим ее теоремам и доказательствам?

### III. Реальное пространство.

Итак, Синтетическая Геометрия в ее современном состоянии есть Физика Пространства. Ее теоремы, расположенные в форме цепи логических выводов, постепенно вскрывают все более и более сложные пространственные отношения, исходя из материала нашего повседневного опыта, столь привычного, простого и элементарного, что он кажется нам необходимым условием всякого восприятия. Доказательства этих теорем с помощью логических выводов, опирающихся на чертежи и построения, могут быть рассматриваемы, как „мысленный опыт“.

Рассматривая, однако, все содержание этих теорем, легко видеть, что оно относится исключительно лишь к „пространственным отношениям“; о самом пространстве, как о таковом, ничего в них не говорится. Планиметрия может в том-же смысле считаться учением о „плоскостных отношениях“; но в стереометрии, плоскость уже рассматривается, как самостоятельный образ, и свойства ее выявляются в ее соотношениях с другими поверхностями, линиями и точками—изучаются ее пространственные отношения.

Но для пространства дело этим и ограничивается: к пространству стереометрия стоит в том-же отношении, как планиметрия к плоскости. Своего рода высшей стереометрии—стереометрии четвертого измерения, в которой нашли-бы выражение собственные свойства нашего пространства, не существует. Элементы ее отсутствуют в нашей интуиции, и невозможны для нашего трехмерного воззрения.

Возникает таким образом вопрос, существует-ли в действительности то, что мы называем пространством, или это есть только термин, объединяющий пространственные отношения?

Принимая во внимание соображения, изложенные в предыдущем отделе, приходится решение этого вопроса рассмотреть в таком порядке: сначала необходимо выяснить, могут ли основные постулаты геометрии рассматриваться как формальные свойства того образа, который мы привыкли называть пространством, или возможно совершенно обойтись без такого образа; затем, в случае решения вопроса в первом смысле, надлежит указать, какой именно объект внешнего мира реально осуществляет эти свойства, и является, таким образом, пространством физическим.

При рассмотрении обычного материала синтетической геометрии получается первоначально впечатление неблагоприятное, в смысле положительного решения указанного вопроса: о пространстве как таковом высказывается обычно ряд утверждений, чисто описательного характера, совершенно лишенных формально-логического содержания, а потому не находящих никакого применения в дальнейшей цепи логических построений: говорится напр., что пространство бесконечно-протяженно, непрерывно, делимо до бесконечности, однородно во всех частях и тому под.; основные-же постулаты, из которых действительно развивается содержание геометрии, формулируются повидимому совершенно независимо от свойств пространства. Получается впечатление, что в них находят выражение, именно лишь простейшие соотношения между точками и линиями.

Впечатление это еще усиливается при переходе от обычных положений синтетической геометрии к несравненно более строгой системе Гильберта: о свойствах пространства в ней даже вовсе не упоминается, по крайней мере явно. С самого начала постулируется существование

плоскости и прямой, и дальнейшее изложение касается исключительно вопросов о их взаимоотношениях.

Однако, более внимательный анализ с несомненностью обнаруживает необходимость ряда постулатов, определяющих именно свойства самого пространства, как такового: прежде всего необходимо постулировать возможность перемещения в нем фигур, отрезков и углов, без изменения их величины; затем свойство прямой, — при вращении около двух неподвижных точек не образовывать тела-вращения, а покрывать самое себя, — есть несомненно свойство самого пространства; наконец, отмеченная нами в предыдущем отделе необходимость, с самого начала указать способ образования плоскости, требует введения ряда постулатов чисто стереометрического содержания. Все эти постулаты так или иначе фигурируют в системе синтетической геометрии, но высказываются часто в такой форме, которая совершенно маскирует их отношение к свойствам пространства, как такового; иногда же, — что вовсе не допустимо в строго-формальной, системе, — они даже не формулируются вовсе, а принимаются безмолвно — подразумеваются, как самоочевидные<sup>1)</sup>.

Все эти неясности и неопределенности, присущие обычному изложению синтетической геометрии, по нашему мнению только лишний раз доказывают слабость и недостаточность словесной логики — диалектики, как орудия точного исследования. Только после замены ее алгебраической логикой (как это напр. сделано для обоснования арифметики Пеано и др.), синтетическая геометрия превратится действительно в строго формальную систему, свободную от всяких неясностей и недомолвок.

Чтобы получить ясное и окончательное решение нашего вопроса обратимся к тем аналитическим исследованиям, которые, появившись вскоре после работ Лобачевского, Больи и Тауринуса, содержавших синтетическое изложение не-Эвклидовой геометрии, дали им новое обоснование, в значительной мере способствовавшее признанию их математическим миром; мы имеем ввиду главным образом исследование Римана и Бельтрами.

Риман в своей работе, касающейся обоснования Геометрии, определяет пространство как непрерывное „многообразие“ точек, каждая из которых отличается заданием совокупности  $(n)$  чисел — координат; число  $(n)$  называется числом измерений пространства. Таким образом, линия является пространством одного измерения, поверхность — пространством двух измерений; наше пространство имеет три измерения, но ничто не препятствует рассматривать также пространства четырех, пяти и т. д. измерений<sup>2)</sup>. Риман может считаться поэтом геометрии  $(n)$  измерений.

Математические свойства многообразия определяются заданием аналитической зависимости между его элементами: Риман показал, что для

<sup>1)</sup> Так напр. постулаты о возможности движения (с целью доказательства равенства фигур путем их наложения), заменяются постулатами одно-однозначного сопряжения. Постулат Эвклида высказывается как отношение прямых на плоскости, самое существование которой еще вовсе не доказано и т. п.

<sup>2)</sup> Линия есть „многообразие точек“ или пространство одного измерения, так как, всякая точка  $M$  вполне определяется одной координатой — расстоянием ее  $OM = X$  от некоторой точки  $O$ , условно принимаемой за начальную. Расстояния вправо от  $O$  считаются положительными, влево — отрицательными (правило Декарта).



На плоскости, которая есть пространство двух измерений, точка определяется двумя числами: абсциссой  $X = ON$  и ординатой  $y = NM$ .

этой цели необходимо и достаточно указать аналитическое выражение, определяющее величину расстояния между двумя бесконечно близкими его точками; другими словами, геометрия пространства целиком определяется заданием выражения для дифференциала дуги, расположенной в этом пространстве. Пространство ( $n$ ) измерений есть совокупность точек, каждая из которых характеризуется ( $n$ ) числами—координатами:

$$x_1, x_2, x_3 \dots x_{n-1}, x_n$$

Его геометрические свойства вполне определяются заданием выражения:

$$ds = \sqrt{a_{11}dx_1^2 + a_{22}dx_2^2 + \dots + a_{nn}dx_n^2 + 2a_{12}dx_1dx_2 + \dots}$$

т. е. вида функций  $a_{11} = \varphi_{11}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $a_{22} = \varphi_{22}(x_1, \dots, x_n)$ ,  $a_{nn} = \varphi_{nn}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $a_{12} = \varphi_{12}(x_1, \dots, x_n)$ ,  $a_{ik} = \varphi_{ik}(x_1, \dots, x_n)$ , из этого задания могут быть аналитически выведены все остальные зависимости, определяющие геометрию данного пространства.

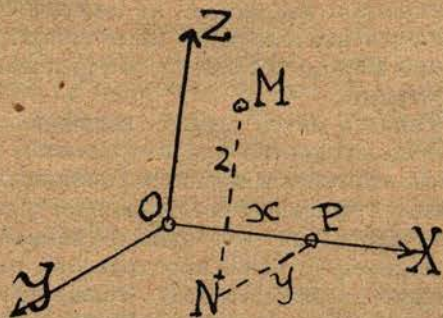
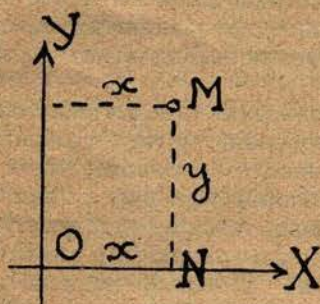
На плоскости, т. е. в одном из видов двухмерного пространства, имеем:

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

(здесь написано  $x$  вместо  $x_1$ , и  $y$ —вместо  $x_2$ ) наиболее простое выражение для дифференциала дуги:

$$a_{11} = 1 = a_{22}, a_{12} = 0.$$

Наконец, в пространстве трех измерений точка определяется тремя числами:  $X = OP$ ,  $y = PN$  и  $Z = NM$ . Первые два, суть координаты точки  $N$ — проекции точки  $M$  на плоскости  $XOY$ ; третья—высота точки  $M$  над этой плоскостью.



Координаты  $xyz$  всякой точки на данной поверхности связаны некоторым уравнением  $F(xyz) = 0$ , вид которого вполне определяет эту поверхность. Так на поверхности сферы радиуса  $R$  имеющей центр в точке  $O$ , координаты любой точки  $M$  связаны уравнением  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  (что ясно из теореме Пифагора). Координаты точек плоскости удовлетворяют уравнению первой степени вида  $Ax + By + Cz + D = 0$ , в котором коэффициенты зависят от положения плоскости.

Следовательно, для всякой поверхности уравнение которой есть  $F(xyz) = 0$  можно положить  $z = f(xy)$  (если решить уравнение относительно  $z$ ). Чтобы найти точку, принадлежащую этой поверхности, можно совершенно произвольно задаться числами  $x$  и  $y$ , но третье число  $z$  уже определяется из уравнения  $z = f(xy)$ . Итак, точка на данной поверхности определяется двумя независимыми числами—поверхность есть пространство двух измерений. Можно положить  $x = \mu(uv)$  и  $y = \psi(uv)$  где вид зависимостей  $\mu$  и  $\psi$  совершенно произволен. Задав им, и подставляя в уравнение  $z = f(xy)$  получим  $z = F[\mu(uv), \psi(uv)] = \varphi(uv)$ . Тогда всякая точка на поверхности определяется тремя координатами  $x = \mu(uv)$ ,  $y = \psi(uv)$  и  $z = \varphi(uv)$ . Всякая произвольно выбранная пара чисел  $u$  и  $v$  будет определять точку на поверхности; эти числа называются координатами Гаусса.

Для всех прочих видов поверхностей:

$$ds = \sqrt{a_{11}du^2 + 2a_{12}dudv + a_{22}dv^2}$$

при чем форма, т. е. геометрические свойства поверхности, вполне определяют выражения коэффициентов  $a_{11} = \varphi_{11}(uv)$ ,  $a_{12} = \varphi_{12}(uv)$  и  $a_{22} = \varphi_{22}(uv)$  и наоборот<sup>1)</sup>.

Такой способ задания геометрических свойств поверхностей был известен уже Гауссу, и использован им в его глубоких исследованиях о кривизне, и условиях развертываемости поверхностей, о геодезических линиях на них лежащих и пр. Риману принадлежит идея распространения этого метода на исследование пространств любого числа ( $n$ ) измерений

В первую очередь обнаруживается, что на ряду с обычным—Эвклидовым пространством, в котором дифференциал дуги имеет вид:

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$

возможны и другие виды трехмерных пространств; особенно интересны оказались, исследованные Бельтрами „пространства с постоянной отрицательной кривизной“, характеризующиеся более сложным выражением для дифференциала дуги, и аналитические соотношения которых вполне отражают синтетическую геометрию Лобачевского.

Трехмерное пространство Бельтрами по отношению к Эвклидову пространству является аналогом исевдосферы по отношению к плоскости. На псевдосфере частично (но не совсем) осуществляется планиметрия Лобачевского. В трехмерном пространстве Бельтрами вся геометрия Лобачевского осуществляется полностью; планиметрия осуществляется полностью на „плоскости“ в пространстве Бельтрами; но эта последняя не может помещаться в пространстве Эвклида (подобно тому, как не может помещаться на обыкновенной плоскости винтовая линия, начерченная на цилиндре).

Далее, в связи с идеями Римана получается возможность исследовать различные формы трехмерного пространства, как „гиперповерхности“ в пространстве четырех измерений, и отчасти истолковывать аналитические результаты по аналогии с обыкновенными поверхностями. Отсюда и возникли несколько позднее, те идеи о четырехмерном пространстве, которые были популяризированы Хингтоном в его брошюре „Новая эра мысли“, и которым последующие авторы дали очень широкое толкова-

<sup>1)</sup> Вид поверхности, как указано выше, вполне определяется заданием трех уравнений:

$$x = \mu(uv) \quad y = \psi(uv) \quad z = \varphi(uv)$$

Из этих ур-ий могут быть аналитически выведены все свойства поверхности—вся ее геометрия. Из них же могут быть определены коэффициенты  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{22}$ ; именно:

$$a_{11} = \left(\frac{dx}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy}{du}\right)^2 + \left(\frac{dz}{du}\right)^2$$

$$a_{12} = \frac{dx}{du} \cdot \frac{dx}{dv} + \frac{dy}{du} \cdot \frac{dy}{dv} + \frac{dz}{du} \cdot \frac{dz}{dv}$$

$$a_{22} = \left(\frac{dx}{dv}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dv}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dv}\right)^2$$

Наоборот, задание последних позволяет получить первые уравнения в конечном виде.

ние, часто выходящее из границ научной философии, и соприкасающееся с фантастикой. Мы уже имели случай говорить об этом в другом месте<sup>1)</sup>.

Здесь нам нет надобности следить за дальнейшим развитием идей Римана; для нас достаточно было установить, что вся Геометрия может быть в аналитической форме развита, как следствие из выражения для дифференциала дуги, являющегося основной характеристикой кардинальных свойств пространства, совершенно также, как это несомненно имеет место для поверхности (в частности для плоскости).

В синтетической Геометрии этому соответствует ряд постулатов, являющихся косвенным и замаскированным выражением этой зависимости, и отражающих следовательно именно основные свойства пространства, как такового.

Итак, геометрическое пространство существует, в смысле формальной базы Геометрии; первый из поставленных нами выше вопросов ре-

<sup>1)</sup> Приведем здесь любопытный способ выразить отношения четырехмерного пространства при помощи системы координат, помещающейся в трехмерном пространстве.

Покажем прежде способ координации точек пространства при помощи плоской системы координат. Возьмем на плоскости три прямые  $OX$ ,  $OY$  и  $ZZ'$ ; положение любой точки  $M$  на плоскости вполне определяется двумя координатами  $x$  и  $y$  — расстояниями ее от осей  $OX$  и  $OY$ . Расстояние  $z = MP$  до третьей оси  $ZZ'$  определяется формулой:  $z = x \cos \alpha + y \sin \alpha - p$ , если  $p$  и  $\alpha$  имеют значение показанное на чертеже (расстояние прямой  $ZZ'$  от начала координат  $O$  и угол с осью составляемый с  $OY$ ).

Положение всякой точки в пространстве может быть определено тремя расстояниями  $x$ ,  $y$ ,  $z$  от тех же трех осей (точка находится на пересечении трех цилиндров, описанных на осях радиусами  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) но теперь эти три величины уже совершенно произвольны и независимы; их можно рассматривать как координаты точек трехмерного пространства. Написанное выше соотношение  $z = x \cos \alpha + y \sin \alpha - p$  связывает координаты точек, расположенных в плоскости осей, и может потому рассматриваться, как ур-ие этой плоскости. Другие разные соотношения  $f(xyz) = 0$  будут выражать различные поверхности.

Сделаем теперь аналогичные построения в пространстве: вместо осей  $OX$  и  $OY$  проведем три плоскости координат ( $OXZ$ ,  $OXY$  и  $OYZ$ ) а вместо оси  $ZZ'$  — плоскость, пересекающуюся с первыми тремя; пусть ур-ие ее будет:

$$x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma - p = 0$$

Положение любой точки  $M$  в пространстве вполне определяется тремя координатами  $x$ ,  $y$ ,  $z$  — расстоянием ее от плоскостей  $OXZ$ ,  $OXY$  и  $OYZ$ . Расстояние точки  $M$  от четвертой плоскости  $U = MP$  определяется формулой  $U = x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma - p$ , и может считаться четвертой ее координатой.

Четыре произвольно выбранные расстояния  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $U$  могут рассматриваться по аналогии с предыдущим, как координаты точек четырехмерного пространства. Точка оказывается принадлежащей трехмерному пространству, если ее координаты связаны отношением  $U = x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma - p$ ; следовательно последнее может рассматриваться как ур-ие евклидова пространства. Оно первой степени — т. е. является аналогом плоскости. Другие ур-ия  $f(xyzU) = 0$  будут представлять разные трехмерные пространства с не-Евклидовой геометрией. На дальнейшем развитии этой мысли не останавливаемся.

шается полжительно. Перейдем теперь к рассмотрению второго вопроса: соответствует ли этому формальному, умозраительному пространству чистой Геометрии что либо объективно существующее, или оно является лишь некоторым отвлечением от каких-то свойств физических тел.

Чтобы дать ответ на этот вопрос—вернее, некоторую попытку его решения—необходимо с возможной ясностью установить основные признаки, которые позволили бы отличить это физическое пространство от всего прочего, и прежде всего от среды, случайно заполняющей ту или другую часть его.

Воздух напр. заполняет всю ближайшую часть окружающего нас пространства, но конечно, именно только заполняет, а не совпадает с последним; это ясно уже из того хотя бы факта, что присутствие атмосферы только искажает физические реализации геометрических построений, а никоим образом их не обуславливает: стороны треугольника, фиксированные визирными частями геодезического инструмента, оказываются искривленными влиянием рефракции, вследствие чего сумма измеренных углов его может оказаться не равной двум прямым. Самая возможность такого построения (визирования на отдельные вершины фигуры) обуславливается не наличием воздуха.

Она обуславливается наличием эфира, служащего носителем тех колебаний, которые в конечном счете дают основание для образа, называемого лучем света.

Хотя „луч света“ не имеет объективного существования, но реальные волновые поверхности колебаний (упругих или электро магнитных—безразлично) при посредстве некоторой комбинации физических тел, представляющей геодезический инструмент (стекла, медные части, сетка и проч.), позволяют фиксировать прямую линию—визирную ось—и установить ее отношения к другим прямым и плоскостям.

Эфир совместно с твердыми телами<sup>1)</sup> является средством физической реализации геометрических построений. Ввиду этого, представляется весьма естественным, отождествлять эфир с физическим пространством.

Но высказанные выше соображения об окружающей нас атмосфере и ее влиянии, искажающем геометрические построения (искривляющем лучи света), наводит на аналогичный вопрос, относительно эфира; и в нем световые лучи (лучше сказать—визирные линии астрономических инструментов) могут подвергаться искривлению, под влиянием присутствия больших скоплений материи, а может быть и еще при каких нибудь неизвестных современной науке обстоятельствах. Возможно, что и эфир есть только среда, заполняющая пространство, а не само физическое пространство.

Далее эфир сам по себе еще не дает возможности реализовать геометрические построения: для этого необходима еще наличие твердых тел. В иных случаях последняя может оказаться даже достаточной сама по себе; тем не менее никому не приходит в голову отождествлять физическое пространство с твердым телом.

Таким образом, хотя эфир и служит обычным и основным средством для реализации геометрических построений, тем не менее это

<sup>1)</sup> Значение твердых тел в образовании наших основных геометрических идей подробно выяснено Пуанкаре в его брошюре „Гипотеза и наука“. В других своих работах он нередко возвращается к этим идеям. Вполне соглашаясь в этом пункте с великим философом, мы не станем распространяться на эту тему, и отсылаем интересующихся к первоисточнику.

повидимому не дает еще права отождествлять его с физическим пространством. Для решения вопроса необходимо найти такие кардинальные свойства и признаки последнего, которые позволили-бы определенно и несомненно отличать его от среды его заполняющей, или отождествлять с таковой.

В качестве такого признака по нашему мнению следует принять те основные условия, которыми определяется вся геометрия этого пространства, и которые отличают его от пространств с иной геометрией.

Для лучшего разъяснения этой мысли, обратимся к пространствам двух измерений. Геометрия плоскости отличается от геометрии сферы своими основными постулатами; вследствие этого, геометрические образы, построенные на сфере, не могут быть перенесены на плоскость: напр., сферический треугольник не может быть развернут на плоскость и обратно, плоский треугольник не совмещается со сферическим. Соответственно этому, мы назовем физической плоскостью такую поверхность, „физические тела“ которой (т. е. фигуры на ней построенные) будут при всех условиях сохранять в своих элементах отношения, присущие геометрии плоскости, и не изменять их под влиянием воздействия тех или иных физических агентов.

Представим себе теперь такой мысленный опыт: на плоской поверхности, напр., на доске мраморного стола, уложим металлические стержни равной длины так, чтобы они образовали сеть соприкасающихся квадратов (решетка). Это построение возможно только на плоскости, и отражает в себе основные положения планиметрии Эвклида. Нагреем теперь мраморную доску стола так, чтобы середина ее получила температуру, более высокую, чем периферические части, с равномерным падением к последним. Металлические стержни вследствие этого получают некоторые неодинаковые удлинения, и все построение неминуемо расстроится<sup>1)</sup>.

Предположим теперь, что еще до нагревания мы скрепили стержни в углах квадратов, и таким образом получили достаточных размеров плоскую проволочную решетку. Тогда, под влиянием такого-же нагревания произойдет следующее: стержни центральных квадратов удлиняются в большей мере, чем стержни квадратов периферических, и вся решетка выгнется центральной своей частью, опираясь на доску только своей периферией. При этом геометрические отношения в элементах металлической решетки существенно изменяются<sup>2)</sup> и не будут уже отражать собою планиметрию Эвклида: суммы углов четырехугольников, полученных деформацией квадратов, окажутся теперь больше четырех прямых.

Мо вместе с тем, как сказано, вся решетка деформировалась и вышла целиком из плоскости. С точки зрения разумного „плоского (двухмерного существа“ в ней „обитающего“, она окажется исчезнувшей из его мира, ушедшей в неведомое ему третье измерение.

Но если поверх, лежащей на плоской мраморной доске решетки, наложить еще такую же плоскую доску, то решетка, оказавшись зажатой между ними, не сможет выгнуться; под влиянием такого-же неравномерного нагревания, она подвергнется плоской деформации, причем все прямые стороны первоначальных квадратов изогнутся, — превратятся в

<sup>1)</sup> Идея этого опыта принадлежит Эйнштейну, и он описан им в небольшой популярной брошюре „Осн. принципы теории относительности“ Но излагаемое далее видоизменение опыта и выводы из него сделанные, совершенно независимы от соображений Эйнштейна.

<sup>2)</sup> Это будет Геометрия той поверхности, по которой выгнулся-бы тонкий сплошной металлический диск, при соответственном нагревании. Проволочная-же сетка будет при этом совпадать с сетью квадратов, предварительно начерченных на диске.

кривые. Однако теперь, между всеми ее элементами сохраняются отношения планиметрии Эвклида; вместе с тем решетка, не смотря на деформацию, останется по-прежнему в сфере восприятий нашего воображаемого „плоского существа“: оно сможет констатировать изгиб отдельных сторон квадратов, так-как последний произошел в пределах его „плоского мира“.

Перенесем теперь те-же рассуждения на наше трехмерное пространство: плоской решетке-сетке из квадратов будет теперь соответствовать пространственная решетка из кубов. По-прежнему, возможность ее построения отражает принципы геометрии Эвклида. Произведем неравномерное нагревание ее так, чтобы температура в центральных частях оказалась выше, чем на периферии.

Нет конечно надобности выполнить этот опыт в натуре, чтобы убедиться в том, что решетка кубов не исчезнет из сферы наших восприятий, как это имело место выше, применительно к незакрепленной сети квадратов, выгнувшейся из плоскости. Напротив, несомненно мы будем иметь полную аналогию с тем случаем, когда сетка была зажата между двумя плоскими досками, и подверглась плоской деформации: и в пространственной решетке произойдут деформации — изгиб отдельных сторон кубов; но это будут деформации, не изменяющие отношений Эвклидовой геометрии.

Приведенное рассуждение, по своей простоте и очевидности, могло-бы пожалуй показаться тривиальным; однако правильно понятое, оно позволяет сделать довольно необычные заключения: в самом деле, если пространственная решетка ведет себя при нашем опыте совершенно так, как зажатая плоская сетка, то необходимо признать и для нея наличность каких то условий, не позволяющих ей изменить свои геометрические свойства; в ее частях возникают при этом силы, вызывающие трехмерные деформации, подчиненные законам Эвклидовой геометрии; словом, существует нечто, что лишь весьма условно может быть названо механизмом, и что как-бы удерживает все физические тела в Эвклидовом трехмерном пространстве, препятствуя им „выгнуться“ в кривое трехмерное пространство или точнее, препятствуя возникновению в них деформаций, не удовлетворяющих отношениям Эвклидовой геометрии.

Совокупность этих условий, к которым подчинены все физические тела, нам и представляется уместным назвать физическим пространством.

Конечно, такой вывод на первый взгляд кажется несколько парадоксальным, но достаточно внимательно продумать сопоставляемые нами явления, чтобы убедиться в безусловной их идентичности.

Не было особой необходимости сопоставлять обязательно решетки, двухмерную и трехмерную: всякое плоское физическое тело, под влиянием неравномерного нагревания (а также и других физических агентов неравномерно распределенных) искривляется, и на поверхности его устанавливаются геометрические отношения, отличные от планиметрии Эвклида; такое выгибание не происходит лишь при наличности особых условий, ему препятствующих, и удерживающих его на физической плоскости; при этом неизбежно возникают внутренние силы, вызывающие плоскую деформацию. Так, если-бы мы взяли вместо сетки из квадратов сплошной плоский диск, то он при нагревании середины, или при охлаждении периферии, выгнулся-бы и принял вид близкий к части сферической поверхности; любой плоский треугольник, предварительно на нем начерченный, превратился-бы в сферический, с суммой углов большей  $180^\circ$ . Но при наличии условий, препятствующих выгибанию, в диске

возникли-бы внутренние силы, аналогичные силам, возникающим при разрывании части сферы (предполагая ее упругой) на плоскость; при недостаточной упругости материала, произошли-бы разрывы этой поверхности. Совершенною аналогию этому явлению мы можем наблюдать и в трехмерном пространстве: если раскалить большой камень и погрузить его в холодную воду, то возникают внутренние деформирующие силы, могущие даже вызвать раскалывание камня. Этого-бы не случилось при отсутствии условий, удерживающих камень в Эвклидовом пространстве, и препятствующих ему превратиться в тело с трехмерно-пространственной кривизной— в тело, принадлежащее пространству Римана, не могущее быть совмещенным с пространством Эвклида. В последнем случае, это тело исчезло-бы из области нашего восприятия, как исчезал-бы изогнувшийся диск из сферы восприятия воображаемого „плоского существа“.

Остается теперь еще установить, к чему сводятся эти условия, препятствующие таким не-Эвклидовым деформациям физических тел,— условия очевидно определяющие самый факт их существования.

Эти условия, по нашему мнению, нельзя видеть ни в чем ином, как только в тех связях, которые существуют несомненно между атомами твердых тел, в самих атомах, и вероятно даже между элементами эфира, если полагать последний дискретным.

Они во всяком случае являются тем коренным свойством эфира, которое обуславливает, с одной стороны его способность к передаче лучистой энергии, с другой— связь его с атомами физических тел, представляющую основную причину самого их существования.

Относительно внутренней природы этих условий, мы не станем высказывать никаких предположений. Отметим только еще раз, что они лишь весьма условно могут считаться каким-то механизмом особой природы. Возможно даже, что в области наших представлений, заимствованных исключительно из сферы наших внешних восприятий, вовсе нет таких образов, какие были-бы необходимы для мысленного построения модели этого механизма.

Некоторое быть-может отдаленное подобие, заимствованное от пространства двух измерений (поверхности), можно видеть в поверхностной пленке, представляемой как особая связь между частицами жидкости на ее поверхности, распространяющаяся также на лежащие в ней тела со смачиваемым периметром. Эта аналогия может быть проведена довольно далеко, и некоторые авторы пользовались этим для развития своих идей об отношении трехмерного пространства к четырехмерному. Мы ограничимся только указанием этой аналогии, в качестве пояснения нашей мысли.

Таким образом, реальное пространство оказывается в нашей интерпретации тесно связанным с эфиром. Однако полного отождествления здесь нет: мы отождествляем пространство с некоторым коренным свойством эфира, не отделимым от последнего, но не совпадающим с ним самим. Как давление газа не есть сам газ, или упругость поверхностной пленки не есть сама пленка,— совершенно также, физическое пространство не есть эфир; но как давление газа неотделимо от газа, так и пространство неотделимо от эфира, его заполняющего.

Где нет эфира, там не может быть и пространства. Если эфир не безграничен, то не безгранично и пространство. Если допустить, что наша вселенная не бесконечна, а представляется в виде какого-то невообразимо-громадного, но все-же ограниченного тела, окруженного абсо-

лютой пустотой, лишенной не только материи, но и эфира, то таким же ограниченным телом является и физическое пространство.

Что лежит за этой гранью? Ничто конечно не препятствует мысленно продолжать пространство за эту грань, но это будет только воображаемое „геометрическое“ пространство, а не физическое. Там не могут существовать физические тела, невозможна реализация геометрических построений. К этой области всего более применимы слова Гете:

Ungern entdeck ich höheres Geheimniß,—  
Göttinnen thronen hehr in Einsamkeit,  
Um sie kein Ort, noch weniger eine Zeit  
... Die Mütter sind es! ...

Мы также неохотно касаемся здесь этой темы, как стоящей на границе познавательной способности человека, а потому легко переходящей в область софизмов и парадоксов.

Но несколько ободряющим можно признать то обстоятельство, что современная научная философия, в лице своих лучших представителей, высказывает по поводу вопроса о физическом пространстве соображения еще гораздо более смелые и крайние.

Так напр. знаменитый английский математик Клиффорд (недавно умерший) полагает возможным, считать геометрические свойства реального пространства основной причиной многих физических явлений: „...невозможно, что все, или некоторые из тех причин, которые мы называем физическими, ведут свое начало от геометрического строения нашего пространства“ ... „незначительные части пространства аналогичны холмам и углублениям на поверхности в общем плоской; обыкновенные законы геометрии в них не имеют места. Свойство выпрямляться и искривляться непрерывно переходить от одной части пространства к другой, на подобие волн. Эти то изменения кривизны пространства и составляют тот феномен, который мы называем движением весомого вещества и эфира, т. е. лучистую энергию и электричество...“.

Сходные взгляды развивает другой английский ученый Вуск, полагающий возможным, объяснить некоторые явления лучеиспускания допущением, что атом представляет собою часть пространства с отрицательной кривизной<sup>1)</sup>.

Таковы идеи некоторых современных геометров, развившиеся под влиянием аналитической теории  $n$ -мерного пространства, и глубоких изысканий об основах геометрии. Тем более приходится удивляться гению Лобачевского, с умевшему предвосхитить некоторые из таких воззрений почти сто лет тому назад. Глубокий эмпирист по убеждениям—Лобачевский признает пространство за реальность, тесно связанную с областью физических явлений; в своем введении к „Новым началам геометрии“ он высказывает эти мысли в следующих тяжело и туманно построенных фразах: „в нашем уме не может быть никакого противоречия, когда мы допускаем, что некоторые силы в природе следуют одной, другие своей особой Геометрии“... „но в том однако нельзя сомневаться, что силы все производят одни: движение, скорость, время, массу, даже расстояния и углы“...

Только теперь—почти через сто лет—нам становится понятной—говорит проф. Васильев<sup>2)</sup>—вся глубина мысли, заключающаяся в этих видимому парадоксальных словах казанского геометра.

<sup>1)</sup> См. Хвольсон. Курс физики. Том IV (вторая половина) стр. 697.

<sup>2)</sup> Проф. Васильев. Пространство, время, движение. Стр. 61.

Мы не станем здесь приводить еще других цитат из многочисленных работ по этому вопросу; обширный материал можно найти в не раз упомянутой монографии проф. Васильева. Полагаем лишь необходимым еще отметить, что общая теория относительности также рассматривает пространство, как физическую среду, и приписывает ему в некоторых частях, именно вблизи больших скоплений материи, трехмерную кривизну, оказывающую влияние на физические явления.

В таких „изогнутых“ частях пространства геометрия Эвклида не имеет места: прямые заменяются геодезическими кривыми; подобных треугольников не существует; сумма углов треугольника не равна двум **прямым**.

Мы позволим себе ближе рассмотреть этот вопрос, с целью дать некоторую иллюстрацию изложенным выше соображениям. Трехмерную кривизну невозможно себе представить наглядно: наша интуиция не имеет средств для этого. Ее можно только исследовать аналитически и толковать результаты, пользуясь аналогиями, заимствуемыми из сравнения с двухмерными пространствами. С этой точки зрения, обыкновенному пространству Эвклида соответствует плоскость; пространству Римана и Лобачевского—сфера и псевдосфера. Согласно идеям общей теории относительности, надлежит трехмерное пространство уподобить обширной плоскости, лишь местами изогнутой, около больших скоплений материи. Паверхнастная пленка жидкости может служить хорошим примером; она также плоска, и дает изгиб около контуров смачиваемых тел.

В этих областях искривления пространство получает физические свойства, обуславливающие особые геометрические соотношения: прямые превращаются в геодезические кривые; луч света искривляется. Вместе с этим очевидно и кратчайшее расстояние между двумя точками измеряется уже не по прямой, а по геодезической кривой. Прямая вовсе не может существовать в таком пространстве, как не может она существовать на поверхности шара.

Если в этой части пространства мы стали бы натягивать эластичную нить, то она приняла-бы вид геодезической кривой, совершенно так, как натянутая на поверхности шара она расположилась-бы по дуге большого круга. Между двумя точками взятыми на поверхности шара, кратчайшее расстояние измеряется по прямой — хорде шара, но эта прямая не лежит на поверхности последнего. Воображаемое двухмерное существо, „живущее“ на поверхности шара может измерять расстояние между его точками только по линиям, лежащим на его поверхности: дуга большого круга окажется для него кратчайшим расстоянием. Истинного кратчайшего расстояния—хорды — оно не знает, и не может даже себе представить. Если-бы эластичная нить, натянутая им между двумя точками на поверхности шара, внезапно, по каким-либо причинам, перестала-бы быть удерживаемой этой поверхностью и, так сказать, врезавшись в шар, натянулась по хорде, то она в тот-же момент исчезла-бы из сферы восприятий этого воображаемого существа — перестала-бы существовать в его физическом двухмерном мире.

Нечто вполне аналогичное должно представлять и трехмерное пространство, имеющее кривизну. Эластичная нить при натяжении расположится по кривой геодезической линии. Между ее концами существует более короткое расстояние — по прямой линии, —но как физическое тело, связанное с физическим пространством, эта нить не может вытянуться по прямой, так как последняя расположена вне искривленного простран-

ства. Если-бы последнее случилось, — нить внезапно исчезла-бы из физического мира, что конечно невозможно.

Если соображения общей теории относительности справедливы, то наше физическое пространство должно иметь указанные свойства (кривизну) в областях с большими скоплениями материи, т. е. вблизи больших космических тел. Те связи между атомами, и даже, вероятно, между частицами эфира, которые мы условно назвали механизмом, и которые отождествили с физическим пространством — в этих областях приобретают особые свойства, и осуществляют здесь не-Эвклидову геометрию.

И эти отношения не-Эвклидовой геометрии, осуществляются по той-же причине, по какой осуществляются отношения Эвклидовой геометрии на всем остальном пространстве: вследствие неразрывной связи физических тел и эфира с тем неведомым механизмом, который мы называем физическим пространством.

Совершенно также, как зажатая между двумя криволинейными (напр., сферическими) поверхностями эластическая нить не может быть вытянута в прямую, также точно не окажется прямою нить, натянутая в искривленной части пространства, вблизи больших космических масс. Точно также, треугольник, образованный из нитей, натянутых в такой части пространства, будет иметь сумму углов большую  $180^\circ$ , совершенно подобно тому, как треугольник из нитей, зажатых между двумя сферическими поверхностями.

Образ поверхностной пленки жидкостей тоже хорошо иллюстрирует эту мысль: физические тела связаны с реальным пространством и удерживаются в нем, совершенно подобно тому, как связаны с такой пленкой, смачиваемая и облепляемая ею нити; фигуры из них образуемые выражают геометрию той поверхности, которую в данной области представляет эта пленка: в криволинейных напр., сферических ее частях, нити не могут при натяжении давать прямые, а в плоских частях не могут принимать форму линий двойкой кривизны. В противном случае нити должны были бы оторваться от пленки — перестать в ней существовать. Подобно этому и физические тела не могут отражать геометрические отношения, не присущие реальному пространству, с которым эти тела неизменно связаны, и которое обуславливает самый факт их существования.

*Проф. Армфельт.*

Горы-Горки

1928 г. Июля 4 дня.

## ZUSAMMENFASSUNG.

Wir bestimmen die Mathematik als eine *Logik der Verhältnisse*. (Beziehungen), die sich durch eine besondere, von ihr selbst erschaffene, Methode entwickelt, welche (Methode) sich in *identischen Umbildungen* der Ausdrücken zwischen *Symbolen*, beliebiger, aber jedes Mal genau bestimmten, Natur beschliesst.

Die Anwendbarkeit dieser neuen Bestimmung zu allen Abteilungen der Analyse, und ihr Vorzug vor den allen anderen zeigend, bemerken wir die besondere Stellung der Geometrie: als eine Logik der Raumverhältnissen passt sie unseren Bestimmung an, aber seiner Methode nach, kann sie ohne Zwang nicht als identische Umbildung der Symbolen erklärt werden.

Beim Untersuchen der von Prof. Gilbert dargestellten System der Geometrie, zeigen wir, dass einige ihre Streitbarkeit und Ungenügleistung ist namentlich von ihrer formal-logischen—dialektischen—Entwicklungsmethode abhängig. Wenn aber die letzte durch eine Algebraische Logikcalculation ersetzt wird, wie es schon Pêano zur begründung der reinen Arithmetik gemacht hatte,—müssen alle die genannten Bestreitbarkeiten verschwinden; mitdem wird auch solche Geometrie unserer Bestimmung anpassen.

Die gewöhnliche—sintetische—Geometrie werde es, nach unserer Meinung, richtig als eine *Physik des Raumes* zu betrachten. Ihre Methode, die nach unserer Meinung keine rein—logische ist, kann man als eine *Gedank-Erfahrung* auffassen.

An einer Reihe von Beispielen zeigen wir, dass ein Beveis der Geometrischen Theoremen identisch solchen Physikalischen Experimenten ist, deren Ergebnisse selbstverständlich aus der Zeichnung sind.

Wenn aber die Geometrie eine Physik des Raumes ist, soll der reelle Raum bestimmte Eigenschaften besitzen, welche Beziehungen zwischen festen Körper bedingen (Poincaré).

Wir zeigen, dass diese Verhältnisse von den Eigenschaften des Welt-Ethers bestimmt sind, die nur solche Deformationen der Körper erlauben, welche den fundamentalen geometrischen Postulaten genügen, und alle andere ausschliessen.

Der Physikalische Raum halt etwa in sich alle Körper, und erlaubt ihnen keine „nicht-Euclidische“ Bewegungen, und also bedingt die Thatsache ihres Daseins.

Für die Erclärung wenden wir uns zur Analogie des Zwei-ausdehnung Raumes an; unter anderem bedienen wir uns einer Oberfläche-spannungsmembrane, welche auch die benetzbaren Konturen in sich behält, und ihnen keine solche Deformationen erlaubt, die ihrer Geometrie nicht anpassen können.

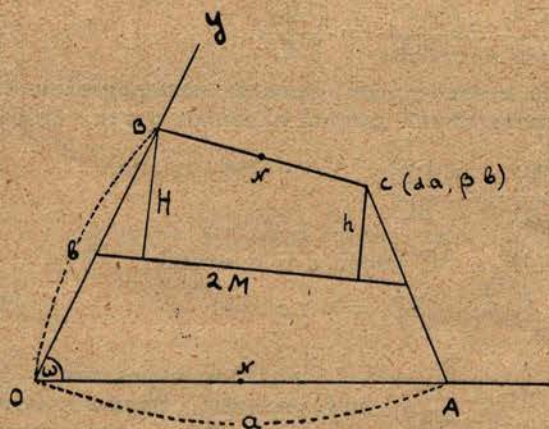
Prof. Armfelt.

## Деление четырехугольника на полосы. Свойства четырехугольника.

Цель настоящей статьи—решение (по преимуществу графическое) задачи о делении четырехугольника на полосы по принципу пропорциональности и изучение свойств четырехугольника, связанных с этой задачей.

### 1. Площадь четырехугольника.

Будем считать две стороны  $OA$  и  $OB$  четырехугольника (черт. 1)



Черт. 1.

основными, а треугольник  $OAB$  будем называть основным треугольником. Направим оси координат по основным сторонам (длины их равны  $a$  и  $b$ ) и обозначим координаты вершины  $C$  через  $\alpha$  и  $\beta$ . Количества  $\alpha$  и  $\beta$  будем называть относительными координатами точки  $C$ .

Разбив четырехугольник  $x$  на трапецию и треугольник, увидим, что площадь четырехугольника есть

$$Q = \frac{1}{2} ab \sin \omega (\alpha + \beta) \quad (1)$$

т. е. площадь четырехугольника равна площади основного треугольника, умноженной на сумму относительных координат четвертой вершины. Другое выражение площади четырехугольника получим, если построим среднюю линию ( $2M$ ) четырехугольника и расстояния  $H$  и  $h$  до нее двух вершин (черт. 1). В таком случае

$$Q = 2M (H + h) \quad (2)$$

т. е., площадь четырехугольника равна произведению средней линии на сумму расстояний до нее или двух противоположных вершин четырехугольника, или двух вершин лежащих по одну сторону от средней линии<sup>1)</sup>.

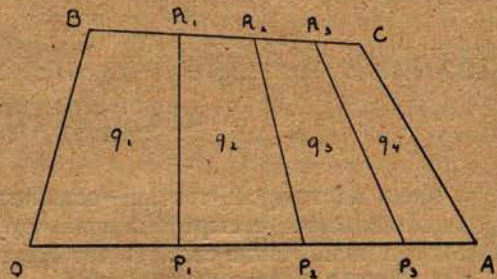
<sup>1)</sup> Эта теорема обобщает теорему о площади трапеции.

Сумму двух расстояний  $H$  и  $h$  можно заменить удвоенным расстоянием от середины  $N$  стороны до той же средней линии; след. площадь четырехугольника равна площади трапеции, которая получится, если провести через середины  $N$  и  $N'$  прямые параллельные средней линии  $MM'$ . Поместив четвертую вершину  $C$  на стороне  $AB$ , получим теорему для площади треугольника: если пересечь треугольник прямой, проходящей через середину основания треугольника, то площадь треугольника выразится произведением внутреннего отрезка этой секущей на сумму расстояний до нее противоположной вершины и одной из вершин основания.

Просто выражается площадь четырехугольника через две средних линии: произведением двух средних линий на  $\sin$  угла между ними.

2. Деление четырехугольника на палосы по принципу пропорциональности.

Задача деления четырехугольника на палосы по принципу пропорциональности состоит в том, что требуется данный четырехугольник  $OACB$  (черт. 2) разбить прямыми  $P_1R_1$ ,  $P_2R_2$ ,  $P_3R_3$  на палосы данных площадей  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ ,  $q_4$  так, чтобы отрезки, отсекаемые прямыми на сторонах  $BC$  и  $OA$  были пропорциональны между собой, т. е., чтобы



Черт. 2.

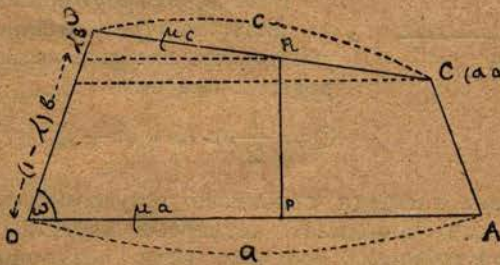
$$\frac{OP_1}{BR_1} = \frac{P_1P_2}{R_1R_2} = \frac{P_2P_3}{R_2R_3} = \frac{P_3A}{R_3C}$$

Очевидно вопрос сводится к задаче: от данного четырехугольника  $OACB$  (черт. 3) отрезать четырехугольник данной площади  $q$  так, чтобы

$$\frac{OP}{OA} = \frac{BR}{BC}$$

или, если обозначим стороны  $OA$  и  $BC$  через  $a$  и  $c$ , чтобы

$$OP = \mu \cdot a \quad BR = \mu \cdot c \quad (3)$$



Черт. 3.

Проведем через точки  $R$  и  $C$  прямые, параллельные оси  $x$  и пусть прямая, проходящая через точку  $R$  делит сторону  $OB$  на две части:

$$(1-\lambda) b \text{ и } \lambda b$$

Подобие треугольников дает для точки  $R$  такие координаты.

$$R [\mu \alpha a, (1-\lambda) b] \text{ причем } \lambda = \mu (1-\beta) \quad (4)$$

Относительные координаты точки  $R$  относительно сторон  $OP$  и  $OB$  суть  $\alpha$  и  $1-\lambda$ , а потому площадь отрезанного четырехугольника  $OPRB$  равна

$$q = \frac{1}{2} \mu a b \sin \omega (\alpha + 1 - \lambda) \quad (4')$$

Заменяя здесь  $\mu$  через  $\frac{\lambda}{1-\beta}$  (формула 4), получаем для величины  $\lambda$  квадратное уравнение

$$\lambda^2 - (1+\alpha) \lambda + \frac{2(1-\beta) q}{ab \sin \omega} = 0$$

а для величины  $\lambda$  выражение

$$\lambda = \frac{1 + \alpha}{2} [1 - \sqrt{1 - Cq}] \quad (5)$$

и, значит,

$$\mu = \frac{1 + \alpha}{2(1 - \beta)} [1 - \sqrt{1 - Cq}] \quad (6)$$

В этих формулах перед корнем взят знак минус на том основании, что при увеличении площади  $q$  множитель  $\mu$  возрастает.

Входящий в формулы множитель  $C$ , постоянный для данного четырехугольника, выражается формулой

$$C = \frac{8(1 - \beta)}{(1 + \alpha)^2 ab \sin \omega} \quad (7)$$

или на основании формулы (1)

$$Cq = \frac{4(\alpha + \beta)(1 - \beta)}{(1 + \alpha)^2} \cdot \frac{q}{Q} \quad (7')$$

Последнюю формулу можно написать еще в таком виде

$$Cq = \left[ 1 - \left( \frac{1 - \alpha - 2\beta}{1 + \alpha} \right)^2 \right] \cdot \frac{q}{Q} \quad (7'')$$

Площадь  $q < Q$  и кроме того при  $\beta < 1$  положительная дробь,

$$\left( \frac{1 - \alpha - 2\beta}{1 + \alpha} \right)^2 < 1$$

Поэтому  $Cq < 1$  и, следовательно, формулы (5) и (6) дают для  $\lambda$  и  $\mu$  действительные значения.

При  $\beta = 1$  множитель  $\mu = \frac{q}{Q}$ . При  $\beta > 1$  произведение  $Cq < 0$  и для множителей  $\lambda$  и  $\mu$  опять получаем действительные значения ( $\lambda < 0$ ,  $\mu > 0$ ).

На практике сначала вычисляем по одной из формул<sup>1)</sup> постоянное  $C$  и затем умножаем его последовательно на все значения  $q$  ( $q_1, q_1 + q_2, q_1 + q_2 + q_3, \dots$ ). В случае равных площадей  $q$  ( $q_1 = q_2 = q_3 = \dots$ ) и вообще в случае деления всей площади  $Q$  по паям вычисляем сначала произведение  $Cq$  для одного пая по формуле (7').

Для трапеции ( $\alpha = 1$ ) получаем такие формулы

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= 1 - \sqrt{1 - Cq} \\ \mu &= \frac{\lambda}{1 - \beta} \\ Cq &= \frac{1 - \beta^2}{Q} \cdot q \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

<sup>1)</sup> Чтобы не увеличивать размера статьи, мы не касаемся здесь вопросов о проверке вычислений и о замене в формулах одних величин другими и не приводим схемы вычислений.

Формулы для вычисления множителей  $\lambda$  и  $\mu$  легко представить в тригонометрической форме.

Пусть сначала  $\beta < 1$ . Введем вспомогательный угол по формуле

$$Cq = \sin^2 \varphi$$

В таком случае

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{1 + \alpha}{2} (1 - \cos \varphi) = (1 + \alpha) \sin^2 \frac{\varphi}{2} \\ \mu &= \frac{1 + \alpha}{2(1 - \beta)} (1 - \cos \varphi) = \frac{1 + \alpha}{1 - \beta} \sin^2 \frac{\varphi}{2} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

При  $\beta > 1$  вспомогательный угол вводим по формуле

$$\left. \begin{aligned} -Cq &= \operatorname{tg}^2 \varphi \\ \lambda &= -\frac{1 + \alpha}{2} (\sec \varphi - 1) \\ \mu &= \frac{1 + \alpha}{2(\beta - 1)} (\sec \varphi - 1) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Но удобнее применять те же формулы (9), считая основными стороны  $OA$  и  $AC$  (тогда  $OA = a$ ,  $AC = b$ ) и обозначая через  $\alpha$  и  $\beta$  относительные координаты точки  $B$ .

Формулы (9) дают возможность просто решить поставленную задачу графически.

Заметим предварительно, что уравнение средней линии  $2M$  (черт. 1)

$$b(1 - \beta)x + a(1 + \alpha)y = \frac{1 + \alpha}{2} ab \quad (11)$$

показывает, что она пересекает ось  $x$  на расстоянии от начала, равном

$$\Gamma = \frac{1 + \alpha}{2(1 - \beta)} a \quad (12)$$

Введем еще обозначение:

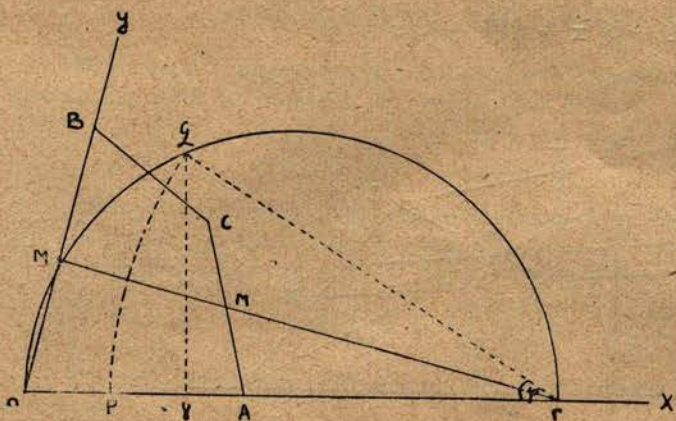
$$\gamma = \frac{4q}{(1 + \alpha)b \sin \omega} \quad (13)$$

При посредстве этих величин формулы (9) можно переписать в таком виде:

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \Gamma \sin^2 \varphi \\ \mu a &= \Gamma (1 - \cos \varphi) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Для построения отрезка  $OP$ , равного  $\mu a$  (черт. 3) строим на отрезке  $OG (= \Gamma)$ , как на диаметре, полуокружность, откладываем отрезок  $O\gamma (= \gamma^1)$  и в точке  $\gamma$  восставляем перпендикуляр  $\gamma G$  до пересечения с окружностью. Отмерив на прямой  $OG$  отрезок  $GP$  равной  $\Gamma G$ , получим искомым отрезок  $OP$ . Для доказательства правильности построения соеди-

<sup>1)</sup> Вычисленный по формуле (13)



Черт. 4.

няем точку G с началом O и выражаем величину катета  $o\gamma$  через гипотенузу OG и  $\sin$  угла  $OG\gamma$ , а величину OG через диаметр OG и  $\sin$  угла  $OGG$ . Легко замечаем, что угол  $OGG$  как раз и есть вспомогательный угол  $\varphi$ , а отрезок OP, равный разности  $OG - PG$  есть  $\Gamma(1 - \cos\varphi)$ .

На практике сначала вычисляем по формуле (13) вели-

чины  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \dots$  т. е. величины  $\gamma$  для площадей  $q_1, q_1 + q_2, q_1 + q_2 + q_3, \dots$  Откладываем затем от начала O расстояния равные  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \dots$  и намечаем на окружности точки  $G_1, G_2, G_3, \dots$  а на прямой OA искомые точки  $P_1, P_2, P_3, \dots$

Размер диаметра окружности можно уменьшить в несколько раз. Особенно удобно уменьшить его в 4 раза. В таком случае вместо  $\Gamma$  и  $\gamma$  берём величины

$$\Gamma' = \frac{1}{4} \Gamma$$

$$\gamma' = \frac{1}{4} \gamma = \frac{q}{(1 + \alpha) b \sin \omega}$$

полученные отрезки  $OP'$  придется увеличить в 4 раза.

При вычислении величин  $\gamma$  можно часть вычислений заменить построением. Именно, легко проверить, что две средние линии четырехугольника пересекаются в точке  $\left(\frac{1 + \alpha}{4} a, \frac{1 + \beta}{4} b\right)$ . Обозначив абсциссу этой точки через A, представим формулу (13) в виде

$$\gamma = \frac{q}{b \sin \omega} \cdot \frac{a}{A}$$

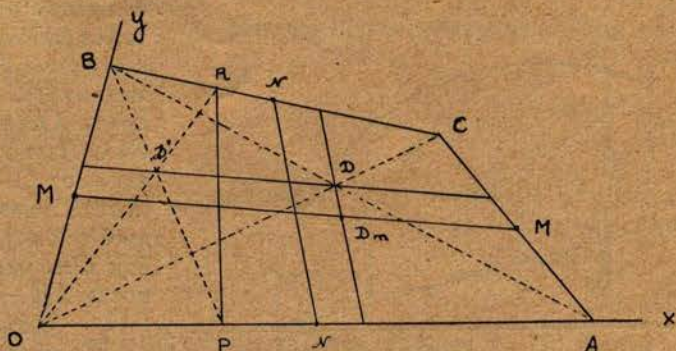
Для построения отрезков  $\gamma$  делим сначала площади  $q_1, q_1 + q_2, q_1 + q_2 + q_3, \dots$  на  $b \sin \omega$  (расстояние от точки B до стороны OA) откладываем затем отрезки, равные по величине полученным частным и строим четвертую пропорциональную между этими отрезками и отрезками  $a$  и  $A$ .

Покажем теперь, что имея точки P легко построить точки R (черт. 3). По координатам вершин данного четырехугольника OACB и отрезанного четырехугольника OPRB (формула 4) находим координаты точек пересечения диагоналей этих четырехугольников (черт. 5).

$$D \left( \frac{\alpha}{\alpha + \beta} a, \frac{\beta}{\alpha + \beta} b \right), D' \left( \frac{\mu \alpha}{\alpha + 1 + \lambda} a, \frac{1 - \lambda}{\alpha + 1 - \lambda} b \right)$$

и по этим координатам составляем уравнение прямой DD':

$$b(1 - \beta)x + a(1 + \alpha)y = ab.$$



Черт. 5.

Оказывается, что коэффициенты полученного уравнения не зависят от величины  $\mu$ . Кроме того сравнение полученного уравнения с уравнением (11) показывает, что прямая  $D'D$  параллельна средней линии  $MM$ .

Таким образом приходим к такому простому результату: при всех делениях четырехугольника на полосы по принципу пропорциональности точки пересечения диагоналей всех четырехугольников располагаются на одной и той же прямой, параллельной средней линии и проходящей через точку пересечения диагоналей данного четырехугольника<sup>1)</sup>.

Не трудно убедиться в справедливости обратного предположения: Если точка пересечения диагоналей отсеченного четырехугольника  $OPRB$  лежит на прямой, параллельной средней линии и проходящей через точку пересечения диагоналей данного четырехугольника, то

$$\frac{OP}{OA} = \frac{BR}{Bc}$$

т.е. соблюден принцип пропорциональности.

Оба положения можно соединить в одно:

Прямая, проходящая через точку пересечения диагоналей четырехугольника и параллельная одной из средних линий его, есть геометрическое место точек пересечения диагоналей всех пересекающих эту среднюю линию четырехугольных полос, на которые можно разделить данный четырехугольник по принципу пропорциональности.

Вот это и есть то свойство четырехугольника, которое позволяет по найденным точкам  $P$  построить соответственные точки  $R$ —стоит только построить указанное геометрическое место, соединить все точки  $P$  с вершиной  $B$  (получим точки  $D'$ ) и провести прямые  $OD'$ .

Если разделим данный четырехугольник на полосы посредством пропорционального деления сторон  $OB$  и  $AC$ , то геометрическим местом точек пересечения диагоналей всех четырехугольных полос будет прямая  $DD_m$ , параллельная средней линии  $NN$ . Уравнение этой прямой есть

<sup>1)</sup> Эту прямую можно построить еще иначе, напр. так: делим две противоположные стороны четырехугольника пополам и соединяем точки пересечения диагоналей двух четырехугольников, на которые разбивается данный четырехугольник.

$$b(1 + \beta)x + a(1 - \alpha)y = ab$$

Эта прямая пересекается со средней линией  $MM_1$ , в точке  $D_m$ , абсцисса которой (обозначим ее через  $D_m$ ) есть

$$D_m = \frac{(1 + \alpha)^2}{4(\alpha + \beta)} a$$

Можно для построения воспользоваться этой величиной.

В таком случае на основании формулы (7') построение выполняем, введя вспомогательный угол  $\varphi$  посредством равенства

$$(1 - \beta)a \cdot \frac{q}{Q} = D_m \cdot \sin^2 \varphi$$

Второе равенство (14) можно оставить таким же, или заменить равенством

$$\lambda b = M \frac{b}{a} (1 - \cos \varphi)$$

где  $M$  есть абсцисса середины стороны  $AC$ , а выражение  $M \cdot \frac{b}{a}$  легко построить.

Самое построение ведем таким образом.

На какойнибудь прямой откладываем отрезок  $UV$ , равный  $D_m$ ; на этом отрезке, как на диаметре, строим полуокружность и проводим радиусом, равным или  $\Gamma$ , или  $M \cdot \frac{b}{a}$  дугу с центром в точке  $V$ . Отложив

затем внутри полуокружности отрезок  $U\gamma$  равный  $(1 - \beta)a \frac{q}{Q}$ , восставляем к  $UV$  перпендикуляр  $\gamma G$  до пересечения (в точке  $G$ ) с полуокружностью. Далее проводим прямую  $VG$  до пересечения с дугой в точке  $F$  и опускаем перпендикуляр  $FJ$ . Отрезок прямой  $UV$  от точки  $J$  до точки пересечения дуги с прямой  $UV$  и будет по величине изображать один из искомым отрезком  $\mu a$  или  $\lambda b$ .

Можно указать еще несколько подобных построений.

В частном случае, если надо графически решить задачу о делении на полосы трапеции ( $\alpha = 1$ ), то предварительно вычисляем величины

$$\gamma = \frac{1 - \beta^2}{Q} q$$

для всех нужных величин  $q$ . Написав формулы (8) в виде

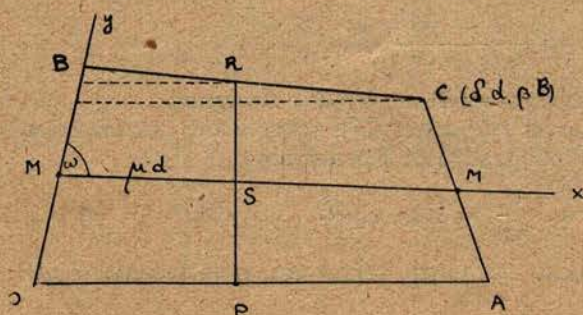
$$\begin{aligned} \gamma &= 1 \cdot \sin^2 \varphi \\ \lambda &= 1 - \cos \varphi \end{aligned}$$

мы видим, что, построение будет аналогично указанному на чертеже 4 с той разницей, что теперь диаметром окружности будет произвольно выбранная единица, а отрезок  $OP$  даст величину множителя  $\lambda^1$ ).

При дальнейшем построении надо только принять во внимание, что в случае трапеции прямая  $PR$  должна идти параллельно основанию трапеции  $OB$ .

<sup>1)</sup> Относительная ордината точки  $R$ , т.е. величина  $1 - \lambda$ , изображается отрезком  $\Gamma G$

Формулы (5, 6, 7) для любого четырехугольника упрощаются и становятся аналогичными формулам (8) для трапеции, если за оси координат взять среднюю линию  $MM$  и сторону  $OB$  четырехугольника (черт. 6).



Черт. 6.

Обозначим величину половины стороны  $OB$ , т.е. величину отрезка  $MB$  через  $\beta$ , величину средней линии  $MM$  через  $d$  и угол между ними через  $\omega$ . Если отрезки  $OP$  и  $BR$  пропорциональны сторонам  $OA$  и  $BC$  (множитель  $= \mu$ ), то как увидим дальше, все три отрезка  $OP$ ,  $BR$  и  $MS$  пропорциональны двум сторонам и средней линии, т.е.

$$MS = \mu \cdot d$$

Обозначим ординаты точек  $C$  и  $R$  через  $\beta B$  и  $(1 - \lambda)B$ . Подобие треугольников дает

$$\mu = \frac{\lambda}{1 - \beta}$$

Линия  $MS$  — средняя линия отсеченного четырехугольника  $OPRB$ . Поэтому площадь его определится по формуле (2) таким образом.

$$q = \mu d [B + (1 - \lambda) B] \sin \omega$$

Исключая отсюда множитель  $\mu$ , получаем для  $\lambda$  квадратное уравнение

$$\text{где } \lambda^2 - 2\lambda + Cq = 0$$

$$Cq = \frac{1 - \beta}{dB \sin \omega} \cdot q$$

Введем площадь всего четырехугольника по формуле (2):

$$Q = d (B + \beta B) \sin \omega$$

Поэтому

$$\lambda = 1 - \sqrt{1 - Cq}$$

где

$$Cq = \frac{1 - \beta^2}{Q} \cdot q$$

$$\mu = \frac{\lambda}{1 - \beta}$$

(15)

т.е. получили для любого четырехугольника формулы (8).

Построение можно вести тройким образом.

1) Как для трапеции, взять за диаметр полуокружности произвольную единицу  $i$ , значит, строить формулы

$$\gamma = 1 \sin^2 \varphi$$

$$\lambda = 1 - \cos \varphi$$

где

$$\gamma = \frac{1 - \beta^2}{Q} \cdot q$$

## 2) Строить формулы

$$\frac{1-\beta}{d \sin \omega} q = B \cdot \sin^2 \varphi$$

$$(1-\lambda)B = B \cos \varphi$$

по способу чертежа (4), взяв вместо Г отрезок В и считая

$$\gamma = \frac{1-\beta}{d \sin \omega} \cdot q^1)$$

Ординаты  $(1-\lambda)B$  точек R изобразятся по величине отрезками РГ или, обходясь без точек Р, отрезками ГГ.

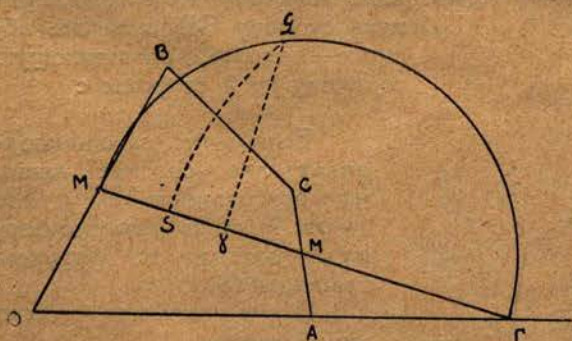
Имея точки R, строим точки Р по способу, указанному выше.

## 3) Строить формулы

$$\frac{q}{B \sin \omega} = \frac{d}{1-\beta} \sin^2 \varphi$$

$$\mu d = \frac{d}{1-\beta} \cos \varphi$$

Входящий здесь множитель  $\frac{d}{1-\beta}$  есть МГ—расстояние от середины стороны ОВ до точки пересечения средней линии ММ со стороной ОА (черт. 7).



Черт. 7.

Поэтому вычислив предварительно величины

$$\gamma = \frac{q}{B \sin \omega}^2)$$

для площадей  $q_1, q_1 + q_2, q_1 + q_2 + q_3, \dots$ , строим на линии МГ, как на диаметре, полуокружность и откладываем отрезок Мγ, равный γ. Восставив перпендикуляр γG до пересечения с полуокружностью и отметив точку S так, чтобы

$GS = GG$ , найдем точку S—сердину линии PR. Имея точки S, находим или точки Р, или точки R, строя геометрическое место точек пересечения диагоналей или для нижнего четырехугольника ОАММ или для верхнего ММСВ.

Обратим внимание на то, что выражения для множителей λ и μ данные формулами (15), зависят только от площадей данного и отсеченного четырехугольников (Q и q) и от числа β, т.е. от относительных ординат вершин С и А и не зависят, напр, от числа δ, т.е. от абсцисс вершин А и С. Это показывает, что величины множителей λ и μ не изменяются при разнообразных деформациях четырехугольника.

Рассмотрим два частных случая деформации, состоящей в том, что

1) Выражением  $\frac{d \sin \omega}{1-\beta}$  определяется расстояние точки Г пересечения средней линии ММ со стороной ОА до стороны ОВ.

2)  $B \sin \omega$  есть расстояние до средней линии ММ вершин О и В.

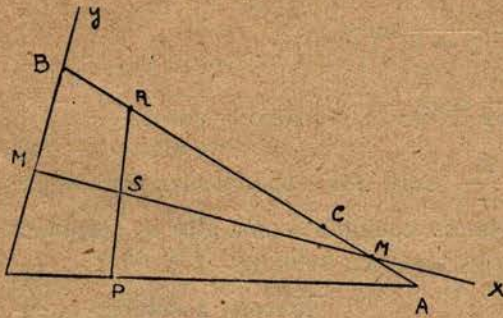
сторона  $AC$  вращается около своей середины  $M$  и вершины  $A$  и  $C$  передвигаются по прямым, параллельным средней линии  $MM$ . При этом прямая  $PR$  вращается около неподвижной точки  $S$ , своей середины, а точки  $P$  и  $R$  передвигаются по прямым, параллельным средней линии  $MM$ <sup>1)</sup>.

$$I. \quad \underline{\delta = 1}$$

В этом случае данный четырехугольник обращается в трапецию с параллельными сторонами  $AC$  и  $OB$ . Деформированный четырехугольник весьма легко построить, но ясно, что при вычислении по формулам (15) и при построении превращать данный четырехугольник в трапецию лишнее—упрощений не будет никаких.

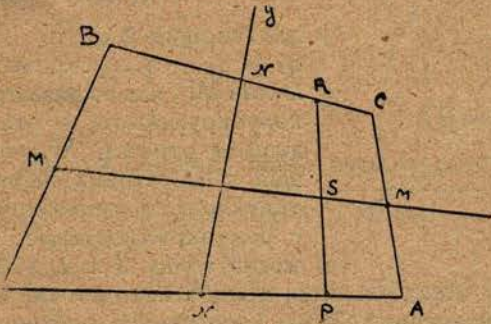
$$II. \quad \underline{\delta + \beta = 1}$$

В этом случае сторона  $AC$  вращается около точки  $M$  до тех пор пока она не попадет на прямую  $BM$ . Данный четырехугольник обращается



Черт. 8.

серединой отрезка  $AC$ .



Черт. 9.

тогда в треугольник  $OAB$  и задача о делении четырехугольника сводится к задаче о делении треугольника на полосы так, чтобы каждая полоса имела выход на часть  $BC$  стороны  $AB$  (черт. 8) и притом отрезки по  $BC$  должны быть пропорциональны отрезкам на  $OA$ . Задача решается по формулам (15); надо только за ось ординат принять сторону  $OB$ , а за ось абсцисс—прямую, соединяющую середину этой стороны с

Если взять за оси координат две средние линии четырехугольника  $MM$  и  $NN$  (черт. 9), то получаются формулы, похожие на формулы трапеции (8)

Пусть половины средних линий равны

$$\Omega M = M \quad \Omega N = N$$

Обозначим координаты вершины  $C$  через  $(1 - m)M$ ,  $(1 - n)N$ .

Тогда координаты всех четырех вершин будут

$$C [1 - m)M, (1 - n)N]$$

$$B [-(1 - m)M, (1 + n)N]$$

$$O [-(1 + m)M, -(1 + n)N]$$

$$A [(1 + m)M, -(1 - n)N]$$

Положим, что прямая  $PR$  отсекает площадь  $NPRN$ , равную  $q'$ , причем  $q'$  равно или площади  $OPRB$  без  $\frac{Q}{4}(2 + n)$  или  $\frac{Q}{4}(2 - n)$  без площади  $ACRP$ .

1) См. примечание в конце статьи.

и положим, что

$$NR = \mu \cdot NC \quad NP = \mu NA$$

В таком случае, как увидим дальше

$$\Omega S = \mu \quad \Omega M = \mu M$$

Обозначив ординату точки R через  $(1 - \lambda)N$  и проведя через точки R и C прямые параллельные оси x, находим, что  $\lambda = n\mu$ .

Прямая PR средней линией делится пополам. Поэтому площадь четырехугольника NPRN можно выразить по формуле (2) так, что

$$q' = \mu M (2 - \lambda) N \sin \Omega \quad (16)$$

Заменив здесь  $\mu$  через  $\frac{\lambda}{n}$  и введя обозначение

$$Cq' = \frac{nq'}{MN \sin \Omega} = \frac{4nq'}{Q} \quad (17)$$

Получаем для  $\lambda$  квадратное уравнение

$$\lambda^2 - 2\lambda + Cq' = 0$$

откуда

$$\lambda = 1 - \sqrt{1 - Cq'} \quad \mu = \frac{\lambda}{n} \quad (18)$$

Получилась формула, аналогичная формуле для трапеции. Построение можно вести трояким образом:  
строить 1) формулы

$$\gamma = 1 \cdot \sin^2 \varphi \quad 1 - \lambda = \cos \varphi$$

где

$$\gamma = \frac{4n}{Q} \cdot q'$$

2) формулы

$$\gamma = N \cdot \sin^2 \varphi \quad (1 - \lambda)N = N \cdot \cos \varphi$$

где

$$\gamma = \frac{n}{M \sin \Omega} \cdot q' = \frac{4nN}{Q} \cdot q'$$

3) формулы

$$\gamma = \frac{M}{n} \cdot \sin^2 \varphi \quad \mu M = \frac{M}{n} (1 - \cos \varphi)$$

где

$$\gamma = \frac{q'}{N \sin \Omega}$$

Заметим, что множитель  $\frac{M}{n}$  есть абсцисса середины отрезка, заключенного между точками пересечения сторон OA и BC с осью x<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Этот же множитель есть абсцисса точки пересечения с осью x прямых, соединяющих точки пересечения диагоналей двух верхних и двух нижних четырехугольников, на которые делится данный четырехугольник средними линиями.

Все последние формулы не зависят от числа  $m$ , т.е. от абсцисс вершин данного четырехугольника, значит, мы можем изменить число  $m$  и тем самым деформировать данный четырехугольник. При этой деформации все стороны вращаются около своих (неподвижных) середин, а все вершины передвигаются по прямым, параллельным оси  $x$ .

При  $m = 0$  получаем трапецию; при  $m + n = 1$  — треугольник. Все эти фигуры легко построить.

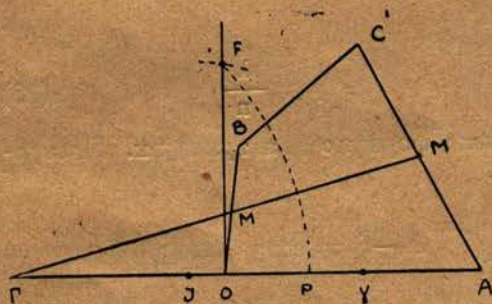
При всех построениях мы предполагали, что  $\beta < 1$ .

В случае  $\beta > 1$  можно применить те же построения, считая, как сказано выше, основными стороны  $OA$  и  $AC$ . Но можно выполнить построение, введя вспомогательный угол посредством равенства (10).

В таком случае придется заменить систему равенств (14) системой

$$\begin{aligned} \gamma &= \Gamma \operatorname{tg}^2 \varphi \\ \mu a &= \Gamma (\sec \varphi - 1) \end{aligned}$$

где  $\gamma$  дается по прежнему формулой (13), а  $\Gamma$  — опять взятое в положительном направлении расстояние от точки пересечения средней линии  $MM'$  с осью  $x$  до начала координат<sup>1)</sup>. Само построение ведется таким образом.

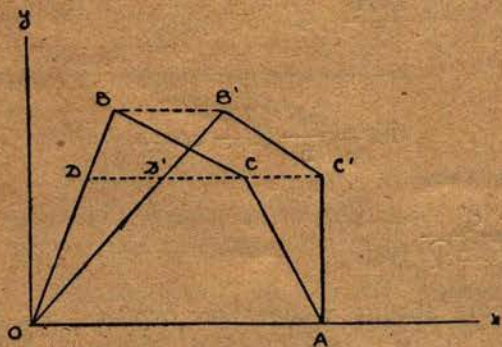


Черт. 10.

$\angle OF$  есть вспомогательный угол  $\varphi$ .

### 3. Параллельная деформация фигур.

Пусть имеем на плоскости какую-нибудь фигуру, напр., четырехугольник  $OACB$  (черт. 11). Деформируем эту фигуру



Черт. 11.

передвигая точки ее параллельно оси  $x$  по такому закону: прямая  $OB$  переходит в прямую  $OB'$ , а каждая точка, напр.,  $C$  фигуры передвигается параллельно оси  $x$  на такое же расстояние, на какое передвинулась лежащая на той же высоте точка  $D$  прямой  $OB$  ( $Cc' = DD'$ ). Назовем эту деформацию параллельной. Она обладает следующими свойствами: 1) точки, лежащие на оси  $x$  остаются на месте а, значит, остается на

<sup>1)</sup> Дается формулой (12) с заменой  $1 - \beta$  через  $\beta - 1$ .

месте и сторона  $OA$  четырехугольника; 2) отрезки параллельных оси  $x$  прямых, передвигаются, сохраняя свою величину; 3) форма фигуры меняется, но площадь остается без изменения; 4) каждая точка передвигается на величину, пропорциональную высоте расположения точки над осью  $x$  (это следует из подобия треугольников  $OBV'$  и  $ODD'$ ); 5) на этом основании точка  $(x, y)$  попадает в точку  $(x', y')$ , причем

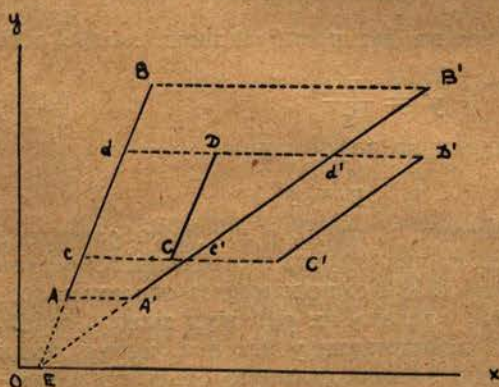
$$\begin{aligned} x' &= x + t \cdot y \\ y' &= y \end{aligned} \quad (19)$$

т. е., параллельная деформация есть результат линейной подстановки (19); б) прямая линия после преобразования переходит в прямую, при чем между угловыми коэффициентами  $K$  и  $K'$  данной прямой и преобразованной существует такая зависимость

$$\frac{1}{K'} = \frac{1}{K} + t$$

7) параллельные прямые после преобразования остаются параллельными; 8) всякая прямая не параллельная оси  $x$ , пересекается со своей преобразованной на оси  $x$ ; 9) отношение двух отрезков, лежащих или на одной прямой или на двух параллельных прямых, остается без изменения, т. е., есть инвариант преобразования.

Справедливость последнего свойства явствует из чертежа 12,



Черт. 12.

на котором даны два параллельных отрезка  $AB$  и  $CD$ . Пусть прямая  $EB$  после преобразования займет положение  $EB'$ . Тогда  $AB$  и  $CD$  перейдут в преобразованные отрезки  $A'B'$  и  $C'D'$ , причем опять  $C'D' \parallel A'B'$ . Отметив на прямых точки  $c, d, c', d'$ , убедимся в инвариантности отношения отрезков, т. е., в том, что

$$\frac{CD}{AB} = \frac{C'D'}{A'B'}$$

Формула (19) показывает, что при параллельной деформации точки симметричны отно-

сительно неподвижной оси (оси  $x$ ) передвигаются в разные стороны на одинаковые отрезки.

#### 4. Преобразование четырехугольника.

Посредством параллельной деформации можно данный четырехугольник  $OACB$  заменить, напр., четырехугольником с равными углами при вершинах  $O$  и  $A$  (в таком случае угол между сторонами  $OB$  и  $AC$  будет наибольшим).

Но удобнее данный четырехугольник заменить прямоугольным четырехугольником—с прямым углом напр., при  $O$ . При этом, как мы знаем, остаются неизменными площади отдельных частей четырехугольника и инвариантность отношений отрезков. Соответствующие построения выполнить легко.

Возможны еще другие преобразования четырехугольника.

Так преобразование (19)—частный случай общего преобразования

$$x' = \frac{\sum a_{ki} x^k y^i}{\sum b_{ki} x^k y^i} \quad y' = \frac{\sum c_{ki} x^k y^i}{\sum d_{ki} x^k y^i} \quad (20)$$

Если мы потребуем, чтобы прямая  $OA$  преобразовалась также в прямую, то мы можем преобразованную фигуру передвинуть по плоскости так, чтобы новая вершина  $O$  совпала с прежней вершиной  $O$  и чтобы новая прямая  $OA$  пошла по своему прежнему положению. В таком случае у коэффициентов  $a_{ki}$  и  $c_{ki}$  (формулы 20) указатели  $k$  и  $i$  должны меняться в пределах.

$$n \geq k + i \geq 1$$

а у коэффициентов  $b_{ki}$  и  $d_{ki}$  — в пределах

$$n - 1 \geq k + i \geq 0$$

причем все  $c_{k0} = 0$

Если мы потребуем еще, чтобы площадь четырехугольника оставалась без изменения при любых положениях вершин  $A, B, C$ , то найдем, что формулы преобразования (20) должны иметь такой вид:

$$\left. \begin{aligned} x' &= Sx + ty \\ y' &= \frac{y}{s} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Это преобразование распадается на два преобразования: одно есть

$$x'' = sx \quad y'' = \frac{y}{s} \quad (22)^1)$$

а другое—уже знакомая нам параллельная деформация

$$x' = x'' + sty'' \quad y' = y''$$

Оба составляющих преобразования, а, след., и все преобразование (21) обладают инвариантностью как площадей, так и отношений отрезков прямой. Посредством преобразования (22) можно изменять основные стороны четырехугольника; можно, напр., сделать их равными между собой.

Неподвижной осью при любой деформации у нас все время была сторона  $OA$  четырехугольника. Можно за неподвижную ось взять какую-нибудь другую прямую, напр., среднюю линию  $MM$  (черт. 9). В таком случае можно деформировать данный четырехугольник так, чтобы обе средние линии были перпендикулярны между собой.

При параллельной деформации основной угол меняется. Будем искать деформацию, при которой основной угол остается постоянным. Обе деформации вместе дадут самую общую деформацию.

При неизменности основного угла меняться могут основные стороны и координаты четвертой вершины. Обозначим новые основные стороны через  $a_1, b_1$  и новые относительные<sup>2)</sup> координаты четвертой вершины через  $\alpha_1, \beta_1$ .

Задачу формулируем таким образом:

Дан четырехугольник (черт. 3) и дано, что прямая  $PR$  отсекает площадь  $q$  по принципу пропорциональности (множитель  $= \mu$ ). Сохраняя

<sup>1)</sup> Это преобразование состоит в изменении масштабов абсцисс и ординат.

<sup>2)</sup> Относительно новых сторон  $a_1, b_1$ .

основной угол  $O$ , надо искать новые величины  $a_1, b_1, \alpha_1, \beta_1$ , так чтобы площадь  $Q$  четырехугольника осталась без изменения и чтобы новая прямая  $P_1 R_1$  отсекала ту же площадь  $q$ , как и прямая  $PR$ , и притом по принципу пропорциональности с тем же множителем  $\mu$ . Чтобы удовлетворялось второе требование, координаты точки  $R_1$ , а следовательно и площадь  $Q$  должны выражаться формулами (4) и (4') с заменой старых величин  $a, b, \alpha, \beta$  новыми  $a_1, b_1, \alpha_1, \beta_1$ . Обоим требованиям удовлетворим, если напомним такие равенства

$$a_1 b_1 (\alpha_1 + \beta_1) = ab (\alpha + \beta) \quad (23)$$

$$a_1 b_1 [\alpha_1 + 1 - \mu (1 - \beta_1)] = ab [\alpha + 1 - \mu (1 - \beta)]$$

Деление одного равенства на другое приводит к соотношению

$$\alpha_1 + \beta_1 + \alpha\beta_1 = \alpha + \beta + \alpha_1\beta \quad (24)$$

Это уравнение, связывающее относительные координаты, и уравнение (23), в которое входят и основные стороны и решают задачу о деформации четырехугольника с сохранением основного угла.

Рассмотрим несколько частных случаев.

$$I. \quad \underline{b_1 = b} \quad \underline{a_1 \neq a}$$

Замена основной стороны  $a$  новой стороной  $a_1$  с сохранением другой основной стороны  $b$ .

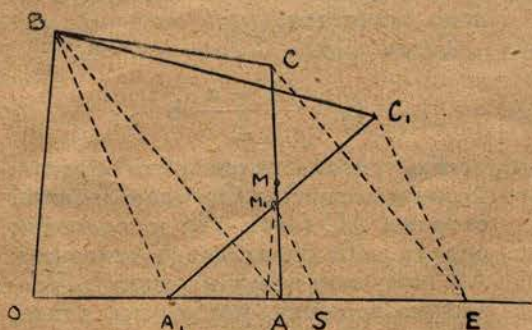
В этом случае для относительных координат  $\alpha_1, \beta_1$  получаем выражения:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{a}{a_1} (\alpha + 1) - 1 \\ \beta_1 &= 1 - \frac{a}{a_1} (1 - \beta) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Эти формулы решают вопрос аналитически. Самую деформацию четырехугольника легко выполнить геометрически.

Заметим предварительно, что при данном основном треугольнике и данной площади четырехугольника геометрическое место четвертой вершины есть прямая линия. В самом деле, при таких условиях согласно формуле (1).

$$\alpha + \beta = \frac{2Q}{ab} = \text{const.}$$



Черт. 13.

Но координаты  $(x, y)$  точки  $C$  суть  $(\alpha a, \beta b)$ , поэтому,

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2Q}{ab}$$

Назовем эту прямую прямой равных площадей.

Строим сначала такую прямую для данного основного треугольника  $OAB$  с основными сторонами  $a, b$  (чертеж 13)—прямую  $CE$ , параллельную диагонали  $AB$ .

Прямой равных площадей для новой основной стороны  $OA_1$ , будет прямая  $ES_1$  параллельная линии  $A_1B$ . Вот на этой прямой и должна лежать четвертая вершина  $C_1$  четырехугольника. Для построения ее заметим, что первое равенство (25) можно переписать в таком виде

$$a_1 (\alpha + 1) = a (\alpha + 1)$$

Это соотношение показывает, что при рассматриваемой деформации  $a(\alpha + 1)$  является инвариантом. Но это выражение есть двойная абсцисса середины  $M$  стороны  $AC$ . Заключаем отсюда, что середины всех правых сторон  $A_1C_1$  лежат на перпендикуляре к оси  $x$ , переходящем через середины  $M$  стороны  $AC$ . Это обстоятельство позволяет легко построить четвертую вершину  $C_1$ : надо только через середину  $S$  отрезка  $A_1E$  провести прямую, параллельную диагонали  $A_1B_1$  до пересечения с упомянутым перпендикуляром и соединить точку пересечения  $M_1$  с новой вершиной  $A_1$ . В результате на прямой  $ES$  и получим четвертую вершину  $C_1$ .

Применяя параллельную деформацию и два раза только что рассмотренную деформацию (один раз меняем сторону  $a$ , другой раз сторону  $b$ ), можем данный четырехугольник заменить четырехугольником с наперед заданным основным треугольником. Заметим, что при рассмотренной деформации геометрическое место четвертых вершин (для любых величин  $a_1$ ) есть гипербола

$$\begin{aligned} xy - bx - (1 + \alpha) ay + (\alpha + \beta) ab &= 0 \\ (x = \alpha_1 a_1, y = \beta, b) \end{aligned}$$

$$\text{II} \quad \underline{\alpha_1 = 1}$$

Преобразование данного четырехугольника в трапецию с параллельными сторонами  $OB_1$  и  $A_1C_1$ .

В этом случае уравнение (24) дает величину

$$\beta_1 = \frac{\alpha + 2\beta - 1}{1 + \alpha}$$

Формула же (23) дает только произведение основных сторон

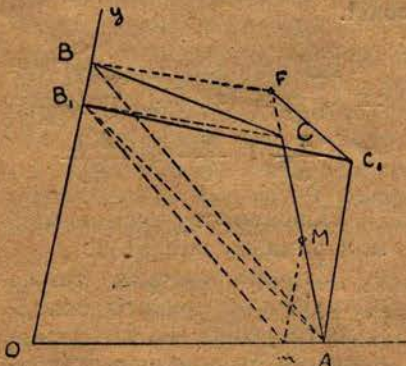
$$a_1 b_1 = \frac{1 + \alpha}{2} ab$$

так что есть возможность наложить еще одно условие на величины новых сторон  $a_1$  и  $b_1$ . Пусть этим условием будет  $a_1 = a$ , т.е., пусть сторона  $a$  остается.

Тогда

$$b_1 = \frac{1 + \alpha}{2} b$$

Построение ведем таким образом. Строим абсциссу  $Om$  от середины  $M$  стороны  $AC$  (черт. 14) и проводим прямую  $mB_1$  параллельно диагонали  $AB$ . Получаем новую вершину  $B_1$ . Четвертую вершину можно построить, заметив что ордината ее



Черт. 14

$$\beta_1 b_1 = \frac{\alpha + 2\beta - 1}{2} b$$

есть полуразность отрезка  $(\alpha + \beta)b^1$  отсекаемого прямой, проходящей через вершину С параллельно диагонали АВ, и разности  $(b - \beta b)$  ординат вершин В и С. Но лучше четвертую вершину  $C_1$  строить таким образом: преобразуем четырехугольник  $ACBB_1$  в треугольник  $AFB_1$  (проведя  $BF \parallel B_1G$ ) и проведем прямую  $FC_1$  параллельную  $AB_1$  до пересечения с прямой  $AC_1$  параллельной АВ. Получаем искомую трапецию  $OAC_1B_1^1$ ).

$$\text{III:} \quad a_1 \neq a; \quad b_1 \neq b$$

Замена обеих основных сторон наперед заданными  $a_1, b_1$ . Здесь

$$\alpha_1 = \frac{ab}{a_1 b_1} (\alpha + 1) - 1$$

$$\beta_1 = 1 - \frac{ab}{a_1 b_1} (1 - \beta)$$

$$\text{IV:} \quad a_1 = b_1; \quad \alpha_1 = \beta_1$$

У деформированного четырехугольника стороны попарно равны между собою. В этом случае

$$a_1 = b_1 = \sqrt{\frac{\alpha - \beta + 2}{2} ab}$$

$$\alpha_1 = \beta_1 = \frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta + 2}$$

Будем теперь искать деформации, при которых не изменяется угол между средними линиями четырехугольника (черт. 9). Инвариантность  $q'$  и множителя  $\mu$  дает согласно формуле (16)

$$(2 - p\mu) MN = (2 - p_1\mu) M_1 N_1$$

где  $p_1$  — новое значение величины  $p$ ,  $M_1, N_1$  — половины новых средних линий

Инвариантность площади  $Q$  дает равенство

$$M_1 N_1 = MN.$$

След.—при рассматриваемой деформации остаются без изменения величина  $p$  и произведение  $MN$ .

В частном случае можно сделать средние линии равными между собой

$$M_1 = N_1 = \sqrt{MN}$$

Если еще сделать  $m = p$ , то деформированный четырехугольник будет иметь по две стороны соответственно равных ( $OA = OB, AC = BC$ )

<sup>1)</sup> Величина  $(\alpha + \beta)b$  получается делением удвоенной площади ( $2Q$ ) четырехугольника на  $a \cdot \sin \omega$  (см. формулу 1).

<sup>2)</sup> К той же трапеции (без построения) пришел весьма искусственным путем В.И. Киркор; относительно этой трапеции справедливо сказанное на стр. 178 (строка 8—10).

и, кроме того, вершина С будет лежать на биссектрисе угла между средними линиями. Можно, кроме того, сделать предварительно этот угол прямым.

### 5. Свойства четырехугольника.

Положим, две стороны четырехугольника ОАСВ (черт. 3) делятся прямой PR на пропорциональные отрезки так, что

$$OP = \mu \cdot a \quad BR = \mu \cdot c$$

Будем искать геометрическое место середин отрезка PR для всех значений числа  $\mu$ .

Координаты точки R даются формулами (4). Поэтому уравнение прямой PR таково

$$[1 - \mu(1 - \beta)] \frac{x}{a} + \mu(1 - \alpha) \frac{y}{b} = \mu[1 - \mu(1 - \beta)]$$

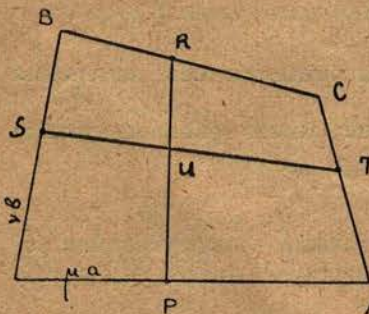
Координаты середины отрезка PR суть

$$x = \frac{(1 + \alpha)\mu a}{2} \quad y = \frac{[1 - \mu(1 - \beta)]b}{2}$$

Исключая отсюда  $\mu$  получаем уравнение

$$(1 - \beta) \frac{x}{a} + (1 + \alpha) \frac{y}{b} = \frac{1 + \alpha}{2}$$

А это—уравнение средней линии MM (см. уравнение 11). Следовательно, геометрическое место середин отрезков PR, делящих пропорционально две противоположные стороны четырехугольника, есть средняя линия четырехугольника. Можно доказать, что, если середина отрезка PR лежит на средней линии четырехугольника и один из концов отрезка делит сторону четырехугольника в каком-нибудь отношении, то в том же отношении делит и другой конец отрезка противоположную сторону. Следовательно, средняя линия четырехугольника является средней линией не для всех отрезков между двумя противоположными сторонами четырехугольника, делит пополам не все эти отрезки, а только те из них (за то все), которые делят стороны пропорционально. Исключение составляет только та средняя линия трапеции, которая параллельна основаниям трапеции—она делит все отрезки пополам.



Черт. 15.

Доказанное свойство является частным случаем более общего свойства, к выяснению которого сейчас переходим.

Положим, прямая ST (черт. 15) делит две стороны OB и AC пропорционально, т.е., пусть

$$OS = \nu \cdot OB \quad AT = \nu \cdot AC$$

В таком случае координаты точек S и T выражаются таким образом:

$$S(\alpha, \nu b) \quad T([1 - (1 - \alpha)\nu]a, \beta \nu b)$$

а уравнение прямой ST таково:

$$\nu(1 - \beta) \frac{x}{a} + [1 - (1 - \alpha)\nu] \frac{y}{b} = \nu[1 - (1 - \alpha)\nu]$$

Введем для сокращения письма обозначения

$$A = 1 - \alpha \quad B = 1 - \beta$$

Прямые PR и ST пересекаются в точке

$$U [(1 - A\nu) \mu_a, (1 - B\nu) \nu_b]$$

Сравнивая координаты этой точки с координатами точек P и R, S и T находим, что

$$SU = \mu \cdot ST \quad PU = \nu \cdot PR$$

т.е., прямые PR и ST делят друг друга в тех же отношениях, в каких они делят основные стороны. Можно доказать, что, если прямая PR делит пропорционально две противоположные стороны четырехугольника и какую-нибудь прямую ST, то эта прямая ST в свою очередь делит пропорционально другие две противоположные стороны и прямую PR.

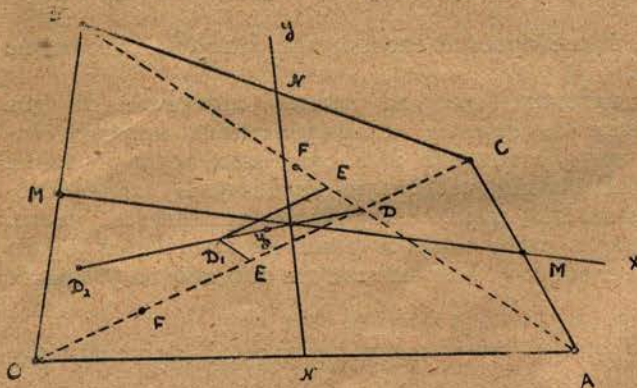
Вообразим всевозможные прямые, пересекающие две стороны OA и BC четырехугольника. Из этих прямых одни делят стороны пропорционально (множители =  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots$ ), а другие делят их непропорционально. Выделим семейство прямых, делящих стороны OA и BC пропорционально. Точно также выделим семейство прямых, делящих пропорционально (множители =  $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \dots$ ) две другие стороны OB и AC.

В результате устанавливаем такой взаимный отбор: Все прямые одного семейства, и только они, делят пропорционально все прямые другого семейства, и только их.

В заключение этого § заметим что, оба семейства прямых PR и ST можно рассматривать, как проекции на одну и ту же плоскость обоих семейств прямолинейных образующих гиперболического параболоида. Одно из простейших уравнений этого параболоида получим, если за оси x, y возьмем средние линии четырехугольника (черт. 9), а плоскость xy направим параллельно двум плоскостям, проходящим через те две прямые; проекциями которых являются стороны OA и BC четырехугольника. Если поместим плоскость xy на равных расстояниях (= c) от обеих плоскостей, то уравнение гиперболического параболоида напишется в виде:

$$mz^2 + cn \cdot \frac{x}{M} z - cm \cdot \frac{y}{N} z + c^2 \cdot \frac{y}{N} - cz = 0$$

## 6. Центр тяжести четырехугольника.



Черт. 16.

По центрам тяжести треугольника ACB (черт. 16).

$$\left( \frac{m+1}{3} M, \frac{n+1}{3} N \right)$$

и треугольника OAB

$$\left( \frac{m-1}{3} M, \frac{n-1}{3} N \right)$$

и площадям этих треугольников  $2(1-m-n)MN$  и  $2(1+m+n)MN$  находим центр

тяжести данного четырехугольника  $OACB$

$$Ц \left( -\frac{nM}{3}, -\frac{mN}{3} \right)$$

Сравнение координат центра тяжести четырехугольника с координатами точки пересечения диагоналей его

$$D (nM, mN)$$

указывает способ построения центра тяжести четырехугольника,

Чтобы найти центр тяжести четырехугольника, надо через точку пересечения диагоналей и точку пересечения средних линий провести прямую, разделить отрезок между точками на три равные части и отложить одну такую часть на прямой от точки пересечения средних линий. Расположение точек  $D$ ,  $Ц$  указывается схемой:

$$Ц \overset{\circlearrowleft}{-} \overset{\circlearrowright}{-} \overset{\circlearrowleft}{-} \overset{\circlearrowright}{-} D$$

Для построения точки пересечения средних линий нет надобности проводить самые средние линии. Достаточно найти середины ( $E$  и  $E'$ ) диагоналей и разделить расстояние между ними ( $EE'$ ) пополам. Это видно из того, что координаты середин диагоналей суть

$$E (mM, nN) \text{ и } E' (-mM, -nN)$$

То обстоятельство, что середина отрезка между серединами диагоналей совпадает с точкой пересечения средних линий позволяет высказать следующее предложение: „если достроить треугольник  $EDE'$  до параллелограмма  $EE'DE_1$  то центр тяжести данного четырехугольника совпадает с центром тяжести треугольника  $EE'D_1$ “.

Кроме того получаем второй способ построения центра тяжести четырехугольника: ищем сначала середины  $E$  и  $E'$  диагоналей; затем для трех точек—середин диагоналей  $E$  и  $E'$  и точки  $D$  пересечения диагоналей строим четвертую точку  $D_1$  так, чтобы все четыре точки были вершинами параллелограмма<sup>1)</sup>; делим, наконец, диагональ  $DD_1$  параллелограмма на три равные части. Точка деления, наиболее удаленная от точки пересечения диагоналей и будет центром тяжести четырехугольника.

Второй способ проще первого, так как при первом способе надо искать середины четырех линий, а при втором—середины только двух линий.

Укажем третий еще более простой способ, при котором совсем не придется искать середин.

Точка пересечения диагоналей дает на каждой диагонали по два отрезка. Отложим начиная от вершин четырехугольника меньшие отрезки на больших. Получим две точки  $F$  и  $F'$ . Для этих точек и точки  $D$  пересечения диагоналей строим четвертую вершину  $D_2$  параллелограмма<sup>2)</sup> и делим диагональ  $DD_2$  параллелограмма на три равные части. Точка деления ближайшая к точке пересечения диагоналей и будет центром тяжести четырехугольника<sup>3)</sup>. В правильности построения убедимся

1) Четвертая точка  $D_1$ —противоположная вершина для точки  $D$  пересечения диагоналей.

2) Посредством двух дуг.

3) В частном случае, когда одна из диагоналей делится другой диагональю пополам (тогда  $m = n$ ), параллелограмм обращается в свою собственную диагональ.

или воспользовавшись доказательством правильности одного из предыдущих построений и заметив, что точки  $E$  делят отрезки  $DF$  пополам, или непосредственно, найдя координаты точек

$$F [(2m - n)M, (2n - m)N] \text{ и } F [-(2m + n)M, -(2n + m)N]$$

а по ним координаты точки

$$D_2 [-3mM, -3mN]$$

Положим теперь, что данный четырехугольник  $OACB$  (черт. 3) разделен прямыми  $PR$  на полосы по принципу пропорциональности. Для системы координат чертежа (3) координаты центра тяжести данного четырехугольника выразятся таким образом

$$\bar{x} = \frac{\alpha^2 + \alpha\beta + \beta}{3(\alpha + \beta)} a \quad \bar{y} = \frac{\beta^2 + \alpha\beta + \alpha}{3(\alpha + \beta)} b$$

Пользуясь этими формулами, легко показать, что геометрическое место центров тяжести всех полос есть прямая

$$(1 - \beta) \frac{x}{a} + (1 + \alpha) \frac{y}{b} = \frac{2\alpha + 1}{3}$$

параллельная средней линии  $MM$ . Эта прямая одна и та же для всех множителей  $\mu$ .

### 7. Кривые равных площадей.

В случае деления площади четырехугольника на полосы по принципу пропорциональности мы для площади отсеченного четырехугольника  $OPRB$  (черт. 3) получили выражение

$$q = \frac{1}{2} \mu ab \sin \omega [\alpha + 1 - \mu(1 - \beta)] \quad (4')$$

Построим параллелограмм  $OAKK$ , равновеликий площади отсеченного четырехугольника ( $= q$ ).

Если обозначим ординату точки  $K$  через  $y$ , то

$$q = a \cdot y \cdot \sin \omega$$

Проведем прямую  $PL$  параллельно оси  $y$  до пересечения с прямой  $KK$  и обозначим координаты точки  $L$  через  $(x, y)$

Тогда

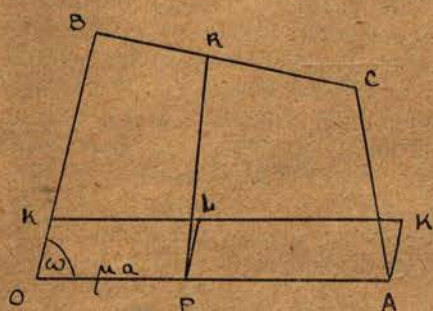
$$x = \mu a \quad y = \frac{q}{a \sin \omega} \quad (26)$$

Исключив из этих двух соотношений и соотношения (4') величины  $q$  и  $\mu$ , получим уравнение геометрического места точек  $L$

$$2a^2y = bx [\alpha + 1 - (1 - \beta)x]$$

—параболу с вершиной в точке

$$\left( \frac{\alpha + 1}{2(1 - \beta)} a, \frac{(\alpha + 1)^2}{8(1 - \beta)} b \right)$$



Черт. 17.

Назовем эту параболу кривой равных площадей.

Если бы имели эту кривую, то проведя для данного  $q$  прямую КК параллельную оси  $x$ , мы получили бы точку  $L$ , а, значит, и точку  $P$ . Для каждого четырехугольника пришлось бы строить отдельную параболу.

Но нетрудно введением новых переменных заменить все эти параболы одной параболой. В самом деле, положим

$$x = \frac{(1 + \alpha)a}{1 - \beta} \xi \quad y = \frac{(1 + \alpha)^2 b}{2(1 - \beta)} \zeta \quad (27)$$

Получаем параболу

$$\zeta = \xi(1 - \xi) \quad (28)$$

Прямая КК преобразовывается в прямую

$$\zeta = \frac{2(1 - \beta)}{(1 + \alpha)^2 ab \sin \omega} \cdot q = \frac{(1 - \beta)(\alpha + \beta)}{(1 + \alpha)^2 Q} \cdot q \quad (29)$$

Таким образом для решения задачи о делении четырехугольника на полосы по принципу пропорциональности сначала вычисляем для данных величин  $q$  выражения (29) и накладываем линейку параллельно оси  $\xi$  на параболу (28). Находим абсциссу  $\xi$  точки пересечения, а затем по формуле (27) находим  $x$ , т. е. положение точки  $P^1$ .

Параболу (28) надо чертить на небольшом протяжении. Именно при  $\alpha$  и  $\beta$  меньших единицы параболу нужно обыкновенно только для значений  $\xi$  между нулем и половиной. В самом деле наибольшее значение для  $x$  есть  $a$ , след., наибольшее значение для  $\xi$  есть  $\frac{1 - \beta}{1 + \alpha}$ . Если у четырехугольника нет входящего угла при  $C$ , то  $\alpha + \beta > 1$ , а потому

$$\xi < \frac{\alpha}{1 + \alpha} \quad \text{или} \quad \xi < \frac{1}{2}$$

Если за оси координат примем среднюю линию  $MM$  и сторону  $OB$  (черт. 6), то строим параллелограмм так, чтобы  $MM$  было его средней линией. Формулы будут такие:

$$x = \mu d \quad y = \frac{q}{2d \sin \omega} \quad (26')$$

$$x = \frac{d}{1 - \beta} \xi \quad y = \frac{B}{2(1 - \beta) \sin \omega} \zeta \quad (27')$$

$$\zeta = \xi(2 - \xi) \quad (28')$$

$$\zeta = \frac{1 - \beta}{dB \sin \omega} \cdot q = \frac{1 - \beta^2}{Q} \cdot q \quad (29')$$

Из других кривых равных площадей укажем только кривую для трапеции ( $OB \nparallel AC$ ); эта кривая получается, если искать геометрическое место точек пересечения прямых  $PR$  и  $ST$  (черт. 15) отсекающих равные площади (пл.  $OPRB =$  пл.  $OATS$ ) и делящих стороны  $OA$  и  $BC$ ,  $OB$  и  $AC$  пропорционально. Если соответствующие множители равны  $\mu$  и  $\nu$ , равенство отсеченных площадей (формула 4' для  $\alpha = 1$ ) дает уравнение

<sup>1)</sup> Вторая точка пересечения прямой с параболой, соответствующая второму значению  $\mu$  (формула 6) дает точку  $P$  вне данного четырехугольника—правее точки пересечения сторон  $BC$  и  $OA$  (положительная площадь до этой точки и отрицательная дальше ее дают данную величину  $q$ ).

$$\mu(2 - B\mu) = \nu(2 - B\nu)$$

где  $B = 1 - \beta$ . Координаты точки пересечения прямых  $PR$  и  $ST$  даются формулами

$$x = \mu a \quad y = (1 - B\mu)\nu b$$

Исключая из трех последних соотношений множители  $\mu$  и  $\nu$ , получаем уравнение кривой равных площадей.

$$(2 - B)a^2y = bx(a - Bx)(2a - Bx)$$

Если положим

$$x = \frac{a}{B} \xi \quad y = \frac{b}{B(2 - B)} \zeta \quad (30)$$

то уравнение кривой примет вид

$$\zeta = \xi(1 - \xi)(2 - \xi) \quad (31)$$

а уравнение прямой  $ST$

$$\xi + \frac{\zeta}{\frac{B(2 - B)}{Q} q} = 1 \quad (32)$$

где  $B(2 - B) = 1 - \beta^2$

На практике сначала вычисляем величины  $\frac{B(2 - B)}{Q} q$  для всех значений  $q$ . Затем накладываем на кривую (31) линейку так, чтобы она давала на осях отрезки 1 и  $\frac{B(2 - B)}{Q} q$ . Найдя последовательно абсциссы кривой, вычисляем  $x$  по формуле (30).

Примечание к § 2 (стр. 178).

Можно вращать сторону  $AC$  не только около ее середины  $M$ , но и около любой ее точки. Если напр. будем вращать  $AC$  около вершины  $A$  (сохраняется сторона  $OA$ ) до тех пор, пока она не станет параллельной стороне  $OB$ , то можем получить ту же трапецию, которая получена на стр. 184. Для сохранения отношения  $\beta$  (формула 15) точка  $C$  должна передвигаться параллельно средней линии  $MM$ . Пусть эта прямая пересекается с прямой  $As_1$  (черт. 14) в точке  $C'$ . Для нового четырехугольника  $OAC'B$  отношение  $\beta$  будет то же, но он будет больше площади  $OACB$ . Требуется новый четырехугольник  $OAC_1B$  сократить так, чтобы площадь его сделалась равной  $Q$  и чтобы притом отношение  $\beta$  не изменилось. Этого достигаем таким образом: строим новую вершину  $B_1$  так как это сделано на чертеже 14 и соединяем эту вершину с точкой пересечения прямой  $BC'$  со средней линией  $MM$ . В результате на параллели  $AC'$  получим четвертую вершину  $C_1$  и след. искомую трапецию  $OAC_1B_1$ .

И. Богоявленский.

<sup>1)</sup> Можно заранее пересечь кривую (31) лучами из точки (1, 0).

## Teilung des Vierecks in Streifen Eigenschaften des Vierecks.

Der Hauptzweck dieses Artikels besteht in der, verzugsweise graphischen, Lösung der Aufgabe über die Teilung von Vierecken in Streifen von gegebenem Flächeninhalt nach dem Proportionalitätsprinzip d. h. so, dass die beide gegenüberliegenden Seiten in proportionale Teile geteilt würden. Im engen Zusammenhange mit dieser Aufgabe werden auch verschiedene Transformationen des Vierecks und dessen Eigenschaften betrachtet.

*I. Bogojawlensky.*



Рассмотрим сначала случай, когда функции взяты от двух независимых друг от друга периодов. В общем виде они представляются так:

$$\begin{aligned}
 y_k &= a_0 + a_1 \sin \{ k\alpha_1 + \varphi_1 \} + a_2 \sin \{ k\alpha_2 + \varphi_2 \} \\
 y_{k+1} &= a_0 + a_1 \sin \{ (k+1)\alpha_1 + \varphi_1 \} + a_2 \sin \{ (k+1)\alpha_2 + \varphi_2 \} \\
 y_{k+2} &= a_0 + a_1 \sin \{ (k+2)\alpha_1 + \varphi_1 \} + a_2 \sin \{ (k+2)\alpha_2 + \varphi_2 \} \dots \quad (2) \\
 &\dots \dots \dots \\
 y_{k+6} &= a_0 + a_1 \sin \{ (k+6)\alpha_1 + \varphi_1 \} + a_2 \sin \{ (k+6)\alpha_2 + \varphi_2 \},
 \end{aligned}$$

где  $k$  принимает целые положительные значения: 1, 2, 3, . . .

Для определения периодов, следовательно  $\alpha_1, \alpha_2$ , проф. Мышкиным в его работе „Законности в строении планетной системы солнца<sup>1)</sup>” предложен способ, в общем случае заключающийся в том, что  $\cos \alpha_1, \cos \alpha_2, \dots$  определяются, как неизвестные из системы ур-ний следующего вида:

$$\begin{aligned}
 S_k^n - 2\rho_1 S_{k+1}^{n-1} + 2^2 \rho_2 S_{k+2}^{n-2} - \dots + (-1)^n 2^n \rho_n \Delta_{k+n} &= 0 \\
 S_{k+1}^n - 2\rho_1 S_{k+2}^{n-1} + 2^2 \rho_2 S_{k+3}^{n-2} - \dots + (-1)^n 2^n \rho_n \Delta_{k+n+1} &= 0 \\
 S_{k+2}^n - 2\rho_1 S_{k+3}^{n-1} + 2^2 \rho_2 S_{k+4}^{n-2} - \dots + (-1)^n 2^n \rho_n \Delta_{k+n+2} &= 0 \quad (3) \\
 \dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

где  $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots$  представляют собою суммы произведений  $\cos \alpha_1, \cos \alpha_2, \cos \alpha_3, \dots$ , взятые по одному, по два, по три, . . . ;  $\Delta$ —конечные разности функций, так что

$$\begin{aligned}
 \Delta_k &= y_{k+1} - y_k \\
 \Delta_{k+1} &= y_{k+2} - y_{k+1} \text{ и т. д.}
 \end{aligned}$$

$S^1$ —суммы  $\Delta$ , взятых через одну

$$\begin{aligned}
 S'_k &= \Delta_k + \Delta_{k+2} \\
 S'_{k+1} &= \Delta_{k+1} + \Delta_{k+3} \\
 \dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

$S^2$ —суммы от  $S'$ , взятых также через одну:

$$\begin{aligned}
 S^2_k &= S'_k + S'_{k+2} \\
 S^2_{k+1} &= S'_{k+1} + S'_{k+3} \\
 \dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> 2-й том „Записок Белорусской С.-Х. Академии. 1926 г.

Таким же порядком, как и  $S^2$ , составляются  $S^3, S^4 \dots$

В нашем случае, когда мы берем функции от двух независимых друг от друга периодов, обозначив сумму  $\cosinus'$ ов через  $p$ , их произведение через  $q$ , система ур-ний (3) напишется

$$\begin{aligned} S_k^2 - 2S_{k+1}^1 p + 4\Delta_{k+2} q &= 0 \\ S_{k+1}^2 - 2S_{k+2}^1 p + 4\Delta_{k+3} q &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

или напишем их в таком виде

$$\begin{aligned} 2S_{k+1}^1 p - 4\Delta_{k+2} q &= S_k^2 \\ 2S_{k+2}^1 p - 4\Delta_{k+3} q &= S_{k+1}^2 \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (5)$$

Решая эти ур-ния относительно  $p$  и  $q$  и пользуясь тем, что  $p$  равняется сумме, а  $q$  произведению корней  $\cos \alpha_1$  и  $\cos \alpha_2$ , из квадратного уравнения

$$\cos^2 x - p \cos x + q = 0$$

определяются  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ .

Путем исключения  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  из ур-ний (1) определяются амплитуды  $a_0, a_1$  и  $a_2$  и фазы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ .

Зная их, можем найти искомые функции  $y_{k+7}, y_{k+8}$  и т. д.

Так:

$$y_{k+7} = a_0 + a_1 \sin \left\{ (k+7) \alpha_1 + \varphi_1 \right\} + a_2 \sin \left\{ (k+7) \alpha_2 + \varphi_2 \right\}.$$

Не приводя решений для вычисления амплитуд и фаз, приведем только конечные формулы, по которым они определяются для того случая, когда имеем функции от двух независимых периодов.

$$a_0 = \frac{\Sigma_1^2 - 2\Sigma_2^1 p + 4y_3 q}{4(1-p+q)} \dots \dots \dots \quad (I)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_1^2 - 2y_3 \cos \alpha_2 - 2a_0(1 - \cos \alpha_2) &= \\ = 2a_1 \sin(3\alpha_1 + \varphi_1)(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (II)$$

$$\begin{aligned} \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4 - 2(\Delta_2 + \Delta_3) \cos \alpha_2 &= \\ = 4a_1 \cos(3\alpha_1 + \varphi_1)(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \sin \alpha_1 \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (III)$$

где:

$$\Sigma^1 = y_1 + y_3, \quad y_2 + y_4 \dots \dots \dots$$

$$\Sigma^2 = \Sigma_1^1 + \Sigma_3^1, \quad \Sigma_2^1 + \Sigma_4^1 \dots \dots \dots$$

Произведя в уравнениях (II и III) замену  $\alpha_2$  на  $\alpha_1$ ,  $a_1$  на  $a_2$ , и  $\varphi_1$  на  $\varphi_2$  получим еще два уравнения. Все эти уравнения и дают возможность определить  $a_0, a_1, a_2, \varphi_1$  и  $\varphi_2$ .

Подставляя их значения в искомую функцию, находим значения функций  $y_{k+7}, y_{k+8}$  и т. д.

Обратимся теперь к определению числовой величины искомым функций непосредственно.

Функции  $y_k, y_{k+1}, \dots, y_{k+7}, y_{k+8}, \dots$  имеют одни и те же значения  $\text{Sinus}'\text{ов}$   $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , входящих в них. Значения  $\text{Cos}$   $\alpha_1$  и  $\text{Cos}$   $\alpha_2$  также постоянны. Следовательно, ур-ния (5), справедливые для некоторого  $k$ , будут справедливы и для  $k+1$ , где  $1$  любое целое число. Отсюда можем написать ур-ния:

$$\begin{aligned} 2S_{k+2}^1 \rho - 4\Delta_{k+3} q &= S_{k+1}^2 \\ 2S_{k+3}^1 \rho - 4\Delta_{k+4} q &= S_{k+2}^2 \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (6)$$

Решая ур-ния (5) относительно  $\rho$  и  $q$ , находим, что

$$\rho = \frac{\begin{vmatrix} S_k^2 & -4\Delta_{k+2} \\ S_{k+1}^2 & -4\Delta_{k+3} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2S_{k+1}^1 & -4\Delta_{k+2} \\ 2S_{k+2}^1 & -4\Delta_{k+3} \end{vmatrix}} = 1/2 \quad \frac{\begin{vmatrix} S_k^2 & \Delta_{k+2} \\ S_{k+1}^2 & \Delta_{k+3} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} S_{k+1}^1 & \Delta_{k+2} \\ S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \end{vmatrix}} \dots \dots \dots \quad (7)$$

$$q = \frac{\begin{vmatrix} 2S_{k+1}^1 & S_k^2 \\ 2S_{k+2}^1 & S_{k+1}^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2S_{k+1}^1 & -4\Delta_{k+2} \\ 2S_{k+2}^1 & -4\Delta_{k+3} \end{vmatrix}} = -1/4 \quad \frac{\begin{vmatrix} S_k^2 & S_{k+1}^1 \\ S_{k+1}^2 & S_{k+2}^1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} S_{k+1}^1 & \Delta_{k+2} \\ S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \end{vmatrix}} \dots \dots \dots \quad (7')$$

Точно также, решая относительно  $\rho$  и  $q$  ур-ния (6), находим, что

$$\rho = 1/2 \quad \frac{\begin{vmatrix} S_{k+1}^2 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+2}^2 & \Delta_{k+4} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \end{vmatrix}} \quad (8) \quad q = -1/4 \quad \frac{\begin{vmatrix} S_{k+1}^2 & S_{k+2}^1 \\ S_{k+2}^2 & S_{k+3}^1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \end{vmatrix}} \quad (8')$$

Так как в уравнениях (7) и (8)  $\rho$  и  $q$  тождественно будут равны, то приравнявая выражения для  $\rho$  или для  $q$ , что одно и то же, получим:

$$\frac{\begin{vmatrix} S_k^2 & \Delta_{k+2} \\ S_{k+1}^2 & \Delta_{k+3} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} S_{k+1}^1 & \Delta_{k+2} \\ S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} S_{k+1}^2 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+2}^2 & \Delta_{k+4} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \end{vmatrix}} \quad \text{или}$$

$$\begin{aligned} & (S_{k+3}^2 \Delta_{k+3} - S_{k+1}^2 \Delta_{k+2}) (S_{k+2}^1 \Delta_{k+4} - S_{k+3}^1 \Delta_{k+3}) = \\ & = (S_{k+1}^2 \Delta_{k+4} - S_{k+2}^2 \Delta_{k+3}) (S_{k+1}^1 \Delta_{k+3} - S_{k+2}^1 \Delta_{k+2}) \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} & \Delta_{k+3} S_{k+2}^2 S_{k+1}^1 \Delta_{k+4} - S_{k+1}^2 S_{k+2}^1 \Delta_{k+2} \Delta_{k+4} - \Delta_{k+3} S_{k+2}^2 S_{k+3}^1 \Delta_{k+3} + \\ & + \Delta_{k+3} S_{k+1}^2 S_{k+3}^1 \Delta_{k+2} = \end{aligned}$$

$$= \Delta_{k+3} S_{k+1}^2 S_{k+1}^1 \Delta_{k+4} - S_{k+1}^2 S_{k+2}^1 \Delta_{k+2} \Delta_{k+4} - \Delta_{k+3} S_{k+2}^2 (S_{k+1}^1 \Delta_{k+3} - S_{k+2}^1 \Delta_{k+2}).$$

Отбрасывая от обеих частей по одинаковому члену  $S_{k+1}^2 S_{k+2}^1 \Delta_{k+2} \Delta_{k+4}$  и сокращая оставшиеся члены уравнения на  $\Delta_{k+3}$ , получим

$$\begin{aligned} & S_{k+2}^2 (S_{k+2}^1 \Delta_{k+4} - S_{k+3}^1 \Delta_{k+3}) + S_{k+1}^2 (S_{k+3}^1 \Delta_{k+2} - S_{k+1}^1 \Delta_{k+4}) = \\ & = S_{k+2}^2 (S_{k+2}^1 \Delta_{k+2} - S_{k+1}^1 \Delta_{k+3}) \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (9)$$

Откуда

$$S_{k+2}^2 = \frac{S_{k+2}^2 \begin{vmatrix} S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \\ S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} \end{vmatrix} + S_{k+1}^2 \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} \\ S_{k+1}^1 \Delta_{k+2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \\ S_{k+1}^1 \Delta_{k+2} \end{vmatrix}}$$

Замечая, что  $S_{k+2}^2 = S_{k+2}^1 + S_{k+4}^1$ ,  $S_{k+4}^1 = \Delta_{k+4} + \Delta_{k+6}$ ,

$$\Delta_{k+6} = y_{k+7} - y_{k+6},$$

последовательно находим:

$$S_{k+4}^1 = S_{k+2}^2 - S_{k+2}^1, \quad \Delta_{k+6} = S_{k+4}^1 - \Delta_{k+4} \quad \text{и} \quad y_{k+7} = \Delta_{k+6} + y_{k+6}$$

или окончательно

$$y_{k+7} = S_{k+2}^2 - S_{k+2}^1 - \Delta_{k+4} + y_{k+6} = y_{k+6} - (\Delta_{k+4} + S_{k+2}^1) + S_{k+2}^2$$

Таким образом, значение функции  $y_{k+7}$  определено. Чтобы найти значение функции  $y_{k+8}$ , находим

$$S_{k+3}^2 = \frac{S_{k+1}^2 \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} \\ S_{k+4}^1 \Delta_{k+5} \end{vmatrix} + S_{k+2}^2 \begin{vmatrix} S_{k+4}^1 \Delta_{k+5} \\ S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} \\ S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \end{vmatrix}}$$

где входящие сюда  $S^2$ ,  $S^1$  и  $\Delta$  — известны.

$$y_{k+8} = y_{k+7} - (\Delta_{k+5} + S_{k+3}^1) + S_{k+3}^2$$

Таким же порядком можно найти числовое значение для любой из функций  $y_{k-9}$ ,  $y_{k+10}$ ,

Придадим ур—нию (9) более простую форму и покажем, что для определения значения соответствующей функции эта форма является общей для какого угодно числа независимых друг от друга периодов.

Ур—ние (9) перепишем так:

$$S_k^2 (S_{k+2}^1 \Delta_{k+4} - S_{k+3}^1 \Delta_{k+3}) - S_{k+1}^2 (S_{k+1}^1 \Delta_{k+4} - S_{k+3}^1 \Delta_{k+2}) + \\ + S_{k+2}^2 (S_{k+1}^1 \Delta_{k+3} - S_{k+2}^1 \Delta_{k+2}) = 0$$

или

$$S_k^2 \begin{vmatrix} S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \\ S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} \end{vmatrix} - S_{k+1}^2 \begin{vmatrix} S_{k+1}^1 \Delta_{k+2} \\ S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} \end{vmatrix} + S_{k+2}^2 \begin{vmatrix} S_{k+1}^1 \Delta_{k+2} \\ S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \end{vmatrix} = 0$$

Замечая, что левая часть последнего ур—ния представляет собою определитель третьего порядка, разложенный по элементам столбца или строки  $S_k^2$ ,  $S_{k+1}^2$ ,  $S_{k+2}^2$  — можем написать это ур—ние в таком простом виде:

$$\begin{vmatrix} S_k^2 & S_{k+1}^1 \Delta_{k+2} \\ S_{k+1}^2 & S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \\ S_{k+2}^2 & S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} \end{vmatrix} = 0 \dots \dots \dots (10),$$

из которого неизвестное  $S_{k+2}^2$  определяется как коэффициент соответствующего минора.

Докажем теперь, что закон, по которому составляется ур—ние, определяющее искомый элемент, является одинаковым и для определения значений функций от трех периодов.

Пусть функция задана от трех независимых друг от друга периодов и даны 10 их значений ( $3 \cdot 3 + 1$ ), так что

$$y_k = a_0 + a_1 \sin(k\alpha_1 + \varphi_1) + a_2 \sin(k\alpha_2 + \varphi_2) + a_3 \sin(k\alpha_3 + \varphi_3) \dots (11),$$

где  $k$  принимает последовательно ряд целых значений от 1 до 10.

Поступая с ур—ниями (11), точно так же, как с ур—ниями (2) получаем, что в этом случае ур—ние (11) принимает следующий вид:

$$S_k^3 - 2S_{k+1}^2 (\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2 + \cos\alpha_3) + \\ + 4S_{k+2}^1 (\cos\alpha_1 \cos\alpha_2 + \cos\alpha_1 \cos\alpha_3 + \cos\alpha_2 \cos\alpha_3) - 8\Delta_{k+3} \cos\alpha_1 \cos\alpha_2 \cos\alpha_3 = 0$$

$$S_{k+1}^3 - 2S_{k+2}^2 (\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2 + \cos\alpha_3) + \\ + 4S_{k+3}^1 (\cos\alpha_1 \cos\alpha_2 + \cos\alpha_1 \cos\alpha_3 + \cos\alpha_2 \cos\alpha_3) - 8\Delta_{k+4} \cos\alpha_1 \cos\alpha_2 \cos\alpha_3 = 0$$

$$S_{k+2}^3 - 2S_{k+3}^2 (\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2 + \cos\alpha_3) + \\ + 4S_{k+4}^1 (\cos\alpha_1 \cos\alpha_2 + \cos\alpha_1 \cos\alpha_3 + \cos\alpha_2 \cos\alpha_3) - 8\Delta_{k+5} \cos\alpha_1 \cos\alpha_2 \cos\alpha_3 = 0,$$

где

$$S_k^3 = S_k^2 + S_{k+2}^2, \quad S_{k+1}^3 = S_{k+1}^2 + S_{k+3}^2, \quad S_{k+2}^3 = S_{k+2}^2 + S_{k+4}^2.$$

Обозначив для краткости сумму корней через  $\rho$ , сумму их произведений по два через  $q$ , произведение через  $r$ , перепишем эти уравнения:

$$\begin{aligned} 2S_{k+1}^2 \rho - 4S_{k+2}^1 q + 8\Delta_{k+3} r &= S_k^3 \\ 2S_{k+2}^2 \rho - 4S_{k+3}^1 q + 8\Delta_{k+4} r &= S_{k+1}^3 \\ 2S_{k+3}^2 \rho - 4S_{k+4}^1 q + 8\Delta_{k+5} r &= S_{k+2}^3 \end{aligned} \quad (13)$$

Решая эти уравнения относительно  $\rho$ ,  $q$  и  $r$ , получаем:

$$\rho = \frac{\begin{vmatrix} S_k^3 & -4S_{k+2}^1 & 8\Delta_{k+3} \\ S_{k+1}^3 & -4S_{k+3}^1 & 8\Delta_{k+4} \\ S_{k+2}^3 & -4S_{k+4}^1 & 8\Delta_{k+5} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2S_{k+1}^2 & -4S_{k+2}^1 & 8\Delta_{k+3} \\ 2S_{k+2}^2 & -4S_{k+3}^1 & 8\Delta_{k+4} \\ 2S_{k+3}^2 & -4S_{k+4}^1 & 8\Delta_{k+5} \end{vmatrix}} = \frac{1}{2} \frac{\begin{vmatrix} S_k^3 & S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+1}^3 & S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+2}^3 & S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} S_{k+1}^2 & S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+2}^2 & S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+3}^2 & S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix}} \quad (14)$$

$$q = \frac{\begin{vmatrix} 2S_{k+1}^2 & S_k^3 & 8\Delta_{k+3} \\ 2S_{k+2}^2 & S_{k+1}^3 & 8\Delta_{k+4} \\ 2S_{k+3}^2 & S_{k+2}^3 & 8\Delta_{k+5} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2S_{k+1}^2 & -4S_{k+2}^1 & 8\Delta_{k+3} \\ 2S_{k+2}^2 & -4S_{k+3}^1 & 8\Delta_{k+4} \\ 2S_{k+3}^2 & -4S_{k+4}^1 & 8\Delta_{k+5} \end{vmatrix}} = \frac{1}{4} \frac{\begin{vmatrix} S_k^3 & S_{k+1}^2 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+1}^3 & S_{k+2}^2 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+2}^3 & S_{k+3}^2 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} S_{k+1}^2 & S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+2}^2 & S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+3}^2 & S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix}} \quad (14')$$

$$r = \frac{\begin{vmatrix} 2S_{k+1}^2 & -4S_{k+2}^1 & S_k^3 \\ 2S_{k+2}^2 & -4S_{k+3}^1 & S_{k+1}^3 \\ 2S_{k+3}^2 & -4S_{k+4}^1 & S_{k+2}^3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2S_{k+1}^2 & -4S_{k+2}^1 & 8\Delta_{k+3} \\ 2S_{k+2}^2 & -4S_{k+3}^1 & 8\Delta_{k+4} \\ 2S_{k+3}^2 & -4S_{k+4}^1 & 8\Delta_{k+5} \end{vmatrix}} = \frac{1}{8} \frac{\begin{vmatrix} S_k^3 & S_{k+1}^2 & S_{k-2}^1 \\ S_{k+1}^3 & S_{k+2}^2 & S_{k+3}^1 \\ S_{k+2}^3 & S_{k+3}^2 & S_{k+4}^1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} S_{k+1}^2 & S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+2}^2 & S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+3}^2 & S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix}} \quad (14'')$$

Присоединяя к системе ур—ний (13) последовательно еще два равносильных ур—ния из последних трех находим, что

$$\rho = \frac{1}{2} \left| \begin{array}{ccc} S_{k+1}^3 & S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+2}^3 & S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \\ S_{k+3}^3 & S_{k+5}^1 & \Delta_{k+6} \\ \hline S_{k+2}^2 & S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+3}^2 & S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \\ S_{k+4}^2 & S_{k+5}^1 & \Delta_{k+6} \end{array} \right|$$

Приравнивая его выражению для  $\rho$  (14), получаем:

$$\left| \begin{array}{ccc} S_k^3 & S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+1}^3 & S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+2}^3 & S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{array} \right| - \left| \begin{array}{ccc} S_{k+1}^3 & S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+2}^3 & S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \\ S_{k+3}^3 & S_{k+5}^1 & \Delta_{k+6} \end{array} \right|$$

$$\left| \begin{array}{ccc} S_{k+1}^2 & S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+2}^2 & S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+3}^2 & S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{array} \right| - \left| \begin{array}{ccc} S_{k+2}^2 & S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+3}^2 & S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \\ S_{k+4}^2 & S_{k+5}^1 & \Delta_{k+6} \end{array} \right|$$

или  $\left\{ S_k^3 \left| \begin{array}{cc} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{array} \right| - S_{k+1}^3 \left| \begin{array}{cc} S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{array} \right| + \right.$

$$+ S_{k+2}^3 \left. \left| \begin{array}{cc} S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \end{array} \right| \right\} \cdot \left\{ S_{k+2}^2 \left| \begin{array}{cc} S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \\ S_{k+5}^1 & \Delta_{k+6} \end{array} \right| - S_{k+3}^2 \left| \begin{array}{cc} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+5}^1 & \Delta_{k+6} \end{array} \right| + \right.$$

$$+ S_{k+4}^2 \left. \left| \begin{array}{cc} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{array} \right| \right\} = \left\{ S_{k+1}^2 \left| \begin{array}{cc} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{array} \right| - S_{k+2}^2 \left| \begin{array}{cc} S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{array} \right| + \right.$$

$$+ S_{k+3}^2 \left. \left| \begin{array}{cc} S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \end{array} \right| \right\} \cdot \left\{ S_{k+1}^3 \left| \begin{array}{cc} S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \\ S_{k+5}^1 & \Delta_{k+6} \end{array} \right| - S_{k+2}^3 \left| \begin{array}{cc} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+5}^1 & \Delta_{k+6} \end{array} \right| + \right.$$

$$\left. + S_{k+3}^3 \left| \begin{array}{cc} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{array} \right| \right\}$$

Перемножив,—после упрощения и приведения в порядок, получаем:

$$\begin{aligned}
 & S_k^3 \left\{ S_{k+2}^2 \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \\ S_{k+5}^1 & \Delta_{k+6} \end{vmatrix} - S_{k+3}^2 \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+5}^1 & \Delta_{k+6} \end{vmatrix} \right\} + \\
 & + S_{k+4}^2 \left\{ \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix} \right\} - S_{k+1}^3 \left\{ S_{k+1}^2 \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \\ S_{k+5}^1 & \Delta_{k+6} \end{vmatrix} - \right. \\
 & - S_{k+3}^2 \left( \begin{vmatrix} S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+5}^1 & \Delta_{k+6} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \\ S_{k+5}^1 & \Delta_{k+6} \end{vmatrix} \right) + \\
 & + S_{k+4}^2 \left\{ \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix} \right\} + S_{k+2}^3 \left\{ S_{k+1}^2 \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+5}^1 & \Delta_{k+6} \end{vmatrix} - \right. \\
 & - S_{k+2}^2 \left( \begin{vmatrix} S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+5}^1 & \Delta_{k+6} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \\ S_{k+5}^1 & \Delta_{k+6} \end{vmatrix} \right) + \\
 & + S_{k+4}^2 \left\{ \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \end{vmatrix} \right\} - S_{k+3}^3 \left\{ S_{k+1}^2 \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix} - \right. \\
 & \left. - S_{k+2}^2 \begin{vmatrix} S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix} + S_{k+3}^2 \begin{vmatrix} S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \end{vmatrix} \right\} = 0
 \end{aligned}$$

Преобразуем выражение, заключающееся в малых скобках.

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix} S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+5}^1 & \Delta_{k+6} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \\ S_{k+5}^1 & \Delta_{k+6} \end{vmatrix} = \\
 & = (S_{k+2}^1 \Delta_{k+5} - S_{k+4}^1 \Delta_{k+3}) (S_{k+3}^1 \Delta_{k+6} - S_{k+5}^1 \Delta_{k+4}) - (S_{k+2}^1 \Delta_{k+4} - \\
 & - S_{k+3}^1 \Delta_{k+3}) (S_{k+4}^1 \Delta_{k+6} - S_{k+5}^1 \Delta_{k+5}) = S_{k+2}^1 \Delta_{k+5} S_{k+3}^1 \Delta_{k+6} + \\
 & + S_{k+4}^1 \Delta_{k+3} S_{k+5}^1 \Delta_{k+4} - S_{k+2}^1 \Delta_{k+4} S_{k+4}^1 \Delta_{k+6} - S_{k+3}^1 \Delta_{k+3} S_{k+5}^1 \Delta_{k+5} = \\
 & = S_{k+2}^1 \Delta_{k+6} (S_{k+3}^1 \Delta_{k+5} - S_{k+4}^1 \Delta_{k+4}) - S_{k+5}^1 \Delta_{k+3} (S_{k+3}^1 \Delta_{k+5} - S_{k+4}^1 \Delta_{k+4}) = \\
 & = (S_{k+3}^1 \Delta_{k+5} - S_{k+4}^1 \Delta_{k+4}) (S_{k+2}^1 \Delta_{k+6} - S_{k+5}^1 \Delta_{k+3}) =
 \end{aligned}$$

$$= \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} & S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \\ S_{k+4}^1 \Delta_{k+5} & S_{k+5}^1 \Delta_{k+6} \end{vmatrix}.$$

Подставляя это в уравнение и сокращая на общего множителя

$$\begin{vmatrix} S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} \\ S_{k+4}^1 \Delta_{k+5} \end{vmatrix},$$

получим

$$\begin{aligned} & S_k^3 \left\{ S_{k+2}^2 \begin{vmatrix} S_{k+4}^1 \Delta_{k+5} & S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} \\ S_{k+5}^1 \Delta_{k+6} & S_{k+5}^1 \Delta_{k+6} \end{vmatrix} - S_{k+3}^2 \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} & S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \\ S_{k+5}^1 \Delta_{k+6} & S_{k+5}^1 \Delta_{k+6} \end{vmatrix} + S_{k+4}^2 \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} & S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \\ S_{k+4}^1 \Delta_{k+5} & S_{k+4}^1 \Delta_{k+5} \end{vmatrix} \right\} - \\ & - S_{k+1}^3 \left\{ S_{k+1}^2 \begin{vmatrix} S_{k+4}^1 \Delta_{k+5} & S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} \\ S_{k+5}^1 \Delta_{k+6} & S_{k+5}^1 \Delta_{k+6} \end{vmatrix} - S_{k+3}^2 \begin{vmatrix} S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} & S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \\ S_{k+5}^1 \Delta_{k+6} & S_{k+5}^1 \Delta_{k+6} \end{vmatrix} + S_{k+4}^2 \begin{vmatrix} S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} & S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \\ S_{k+4}^1 \Delta_{k+5} & S_{k+4}^1 \Delta_{k+5} \end{vmatrix} \right\} + \\ & + S_{k+2}^3 \left\{ S_{k+1}^2 \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} & S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \\ S_{k+5}^1 \Delta_{k+6} & S_{k+5}^1 \Delta_{k+6} \end{vmatrix} - S_{k+2}^2 \begin{vmatrix} S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} & S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \\ S_{k+5}^1 \Delta_{k+6} & S_{k+5}^1 \Delta_{k+6} \end{vmatrix} + S_{k+4}^2 \begin{vmatrix} S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} & S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \\ S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} & S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} \end{vmatrix} \right\} - \\ & - S_{k+3}^3 \left\{ S_{k+1}^2 \begin{vmatrix} S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} & S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \\ S_{k+4}^1 \Delta_{k+5} & S_{k+4}^1 \Delta_{k+5} \end{vmatrix} - S_{k+2}^2 \begin{vmatrix} S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} & S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \\ S_{k+4}^1 \Delta_{k+5} & S_{k+4}^1 \Delta_{k+5} \end{vmatrix} + S_{k+3}^2 \begin{vmatrix} S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} & S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \\ S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} & S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} \end{vmatrix} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Замечая, что выражение, стоящее в первых скобках, представляет собою разложение некоторого определителя третьего порядка по элементам столбца  $S_{k+2}^2, S_{k+3}^2, S_{k+4}^2$ , во вторых скобках—разложение определителя по элементам  $S_{k+1}^2, S_{k+3}^2, S_{k+4}^2$ , в третьих—разложение по элементам  $S_{k+1}^2, S_{k+2}^2, S_{k+4}^2$  и в четвертых—по элементам  $S_{k+1}^2, S_{k+2}^2, S_{k+3}^2$ ,—уравнение (15) можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} & S_k^3 \begin{vmatrix} S_{k+2}^2 & S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} \\ S_{k+3}^2 & S_{k+4}^1 \Delta_{k+5} \\ S_{k+4}^2 & S_{k+5}^1 \Delta_{k+6} \end{vmatrix} - S_{k+1}^3 \begin{vmatrix} S_{k+1}^2 & S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \\ S_{k+3}^2 & S_{k+4}^1 \Delta_{k+5} \\ S_{k+4}^2 & S_{k+5}^1 \Delta_{k+6} \end{vmatrix} + \\ & + S_{k+2}^3 \begin{vmatrix} S_{k+1}^2 & S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \\ S_{k+2}^2 & S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} \\ S_{k+4}^2 & S_{k+5}^1 \Delta_{k+6} \end{vmatrix} - S_{k+3}^3 \begin{vmatrix} S_{k+1}^2 & S_{k+2}^1 \Delta_{k+3} \\ S_{k+2}^2 & S_{k+3}^1 \Delta_{k+4} \\ S_{k+3}^2 & S_{k+4}^1 \Delta_{k+5} \end{vmatrix} = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Замечая, точно также, что левая часть ур—ния (16) представляет собой некоторый определитель четвертого порядка, разложенный по элементам столбца  $S_k^3, S_{k+1}^3, S_{k+2}^3, S_{k+3}^3$ , напишем это уравнение в окончательной форме

$$\begin{vmatrix} S_k^3 & S_{k+1}^2 & S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+1}^3 & S_{k+2}^2 & S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+2}^3 & S_{k+3}^2 & S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \\ S_{k+3}^3 & S_{k+4}^2 & S_{k+5}^1 & \Delta_{k+6} \end{vmatrix} = 0 \quad (17)$$

Отсюда неизвестное  $S_{k+3}^3$  определяется как коэффициент соответствующего минора.

Сопоставляя ур—ния (10) и (17), замечаем полную аналогию в составлении определителя, определяющего искомый элемент. Отсюда ясен закон, по которому составляется ур—ние, определяющее искомую величину и для функций от какого угодно числа периодов. Посмотрим, однако, как составляются найденные определители из начальных уравнений.

Вспомним, что  $\Delta$  есть конечные разности между двумя последовательными значениями функций.  $S^1$  представляет собой суммы от двух разностей, взятых через одну.  $S^2$  — суммы  $S^1$ , взятых также через одну и т. д.

Таким образом,

$$\begin{aligned} \Delta &= y_2 - y_1, & y_3 - y_2, & y_4 - y_3, & \dots \\ S^1 &= \Delta_1 + \Delta_3, & \Delta_2 + \Delta_4, & \Delta_3 + \Delta_5, & \dots \\ S^2 &= S_1^1 + S_3^1, & S_2^1 + S_4^1, & S_3^1 + S_5^1, & \dots \\ S^3 &= S_1^2 + S_3^2, & S_2^2 + S_4^2, & S_3^2 + S_5^2, & \dots \end{aligned}$$

Таким же порядком составляются суммы  $S^4, S^5$  и т. д.

Придадим разностям и суммам соответствующий порядок.

Будем считать разности  $\Delta$  нулевого порядка, первые суммы  $S^1$  — первого порядка, вторые суммы  $S^2$  — второго,  $S^3$  — третьего и т. д.

Обратимся теперь к уравнениям, определяющим периоды. (Напр., ур—ние (5) для двух периодов, ур—ние (12) для трех периодов).

Они составляются по следующему закону.

Число членов уравнения равно числу независимых периодов плюс единица.

Порядок суммы старшего члена равен числу независимых периодов.

Суммы, входящие в следующие члены, будут порядка на единицу меньше предыдущего. Последний член содержит разность  $\Delta$  — нулевого порядка.



$$\begin{vmatrix}
 S_k^n & S_{k+1}^{n-1} & S_{k+2}^{n-2} & \dots & S_{k+n-1}^1 & \Delta_{k+n} \\
 S_{k+1}^n & S_{k+2}^{n-1} & S_{k+3}^{n-2} & \dots & S_{k+n}^1 & \Delta_{k+n+1} \\
 S_{k+2}^n & S_{k+3}^{n-1} & S_{k+4}^{n-2} & \dots & S_{k+n+1}^1 & \Delta_{k+n+2} \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 S_{k+n-1}^n & S_{k+n}^{n-1} & S_{k+n+1}^{n-2} & \dots & S_{k+2n-2}^1 & \Delta_{k+2n-1} \\
 S_{k+n}^n & S_{k+n+1}^{n-1} & S_{k+n+2}^{n-2} & \dots & S_{k+2n-1}^1 & \Delta_{k+2n}
 \end{vmatrix} = 0 \quad (21)$$

В этом ур-нии неизвестным является элемент  $S_{k+n}^n$ , который и определяется.

Определив  $S_{k+n}^n$ , находим последовательно  $S_{k+n+2}^{n-1}$ ,  $S_{k+n+4}^{n-2}$ ,  $\dots$ ,  $S_{k+3n-2}^1$ ,  $\Delta_{k+3n-1}$  и искомое значение функции  $y_{k+3n+1}$ .

Выведем теперь общую формулу для определения периодов.

Возьмем опять случай, когда даны функции от двух независимых периодов.

Ур-ние, определяющее их, как уже известно, приводится к виду:

$$\text{Cos}^2 x - p \text{Cos} x + q = 0,$$

где  $p$ —сумма  $\text{Cos}'\text{ов}$   $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ ,  $q$ —их произведение.

Подставляя в это ур-ние значения для  $p$  и  $q$  из (7) и (7') получаем

$$\text{Cos}^2 x - \frac{1}{2} \frac{\begin{vmatrix} S_k^2 & \Delta_{k+2} \\ S_{k+1}^2 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+1}^1 & \Delta_{k+2} \\ S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} S_{k+1}^1 & \Delta_{k+2} \\ S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \end{vmatrix}} \text{Cos} x + \frac{1}{4} \frac{\begin{vmatrix} S_k^2 & S_{k+1}^1 \\ S_{k+1}^2 & S_{k+2}^1 \\ S_{k+1}^1 & \Delta_{k+2} \\ S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} S_{k+1}^1 & \Delta_{k+2} \\ S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \end{vmatrix}} = 0$$

или

$$2^2 \text{Cos}^2 x \begin{vmatrix} S_{k+1}^1 & \Delta_{k+2} \\ S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \end{vmatrix} - 2 \text{Cos} x \begin{vmatrix} S_k^2 & \Delta_{k+2} \\ S_{k+1}^2 & \Delta_{k+3} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} S_k^2 & S_{k+1}^1 \\ S_{k+1}^2 & S_{k+2}^1 \end{vmatrix} = 0$$

Замечая, что левая часть ур-ния представляет собою определитель третьего порядка, разложенный по элементам строки

$$4 \text{Cos}^2 x \quad 2 \text{Cos} x \quad 1,$$

получаем

$$(2 \text{Cos} x - 1) \begin{vmatrix} S_{k+1}^1 & \Delta_{k+2} \\ S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} S_k^2 & \Delta_{k+2} \\ S_{k+1}^2 & \Delta_{k+3} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} S_k^2 & S_{k+1}^1 \\ S_{k+1}^2 & S_{k+2}^1 \end{vmatrix} = 0$$

Точно также в случае трех периодов, зная сумму корней  $\text{Cos}$  ов— $\rho$ , сумму произведений их по два— $q$ , произведений их— $r$ ,— можем написать для определения  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ , ур—ние третьей степени:

$$\text{Cos}^3 x - \rho \text{Cos}^2 x + q \text{Cos} x - r = 0$$

Подставляя сюда значение  $\rho, q$ , и  $r$  из (14), (14'), (14''), получаем

$$\begin{aligned}
 & 2^3 \text{Cos}^3 x \begin{vmatrix} S_{k+1}^2 & S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+2}^2 & S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+3}^2 & S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix} - 2^2 \text{Cos}^2 x \begin{vmatrix} S_k^3 & S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+1}^3 & S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+2}^3 & S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix} + \\
 & + 2 \text{Cos} x \begin{vmatrix} S_k^3 & S_{k+1}^2 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+1}^3 & S_{k+2}^2 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+2}^3 & S_{k+3}^2 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} S_k^3 & S_{k+1}^2 & S_{k+2}^1 \\ S_{k+1}^3 & S_{k+2}^2 & S_{k+3}^1 \\ S_{k+2}^3 & S_{k+3}^2 & S_{k+4}^1 \end{vmatrix} = 0 \quad (23)
 \end{aligned}$$

Видим опять, что левая часть ур—ния есть определитель четвертого порядка, разложенный по элементам строки

$$(2 \text{Cos} x)^3 \quad (2 \text{Cos} x)^2 \quad 2 \text{Cos} x \quad (2 \text{Cos} x)^0$$

Отсюда

$$\begin{vmatrix} (2 \text{Cos} x)^3 & (2 \text{Cos} x)^2 & (2 \text{Cos} x) & 1 \\ S_k^3 & S_{k+1}^2 & S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+1}^3 & S_{k+2}^2 & S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+2}^3 & S_{k+3}^2 & S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \end{vmatrix} = 0 \quad (24)$$

и т. д.

В общем виде для определения  $n$  независимых друг от друга периодов, или, что одно и то же,  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ , имеем ур—ние  $n$ —ой степени:

$$\text{Cos}^n x - \rho_1 \text{Cos}^{n-1} x + \rho_2 \text{Cos}^{n-2} x - \dots + (-1)^n \rho_n = 0,$$

где  $\rho_1, \rho_2, \dots$  суммы произведений  $\text{Cos} \alpha$ , взятых по одному, по два и т. д.

Подставляя сюда значения  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ , получаем ур—ние для определения  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  в форме определителя  $(n+1)$ -го порядка:

$$\begin{vmatrix} (2 \text{Cos} x)^n & (2 \text{Cos} x)^{n-1} & (2 \text{Cos} x)^{n-2} & \dots & (2 \text{Cos} x) & 1 \\ S_k^n & S_{k+1}^{n-1} & S_{k+2}^{n-2} & \dots & S_{k+n-1}^1 & \Delta_{k+n} \\ S_{k+1}^n & S_{k+2}^{n-1} & S_{k+3}^{n-2} & \dots & S_{k+n}^1 & \Delta_{k+n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{k+n-1}^n & S_{k+n}^{n-1} & S_{k+n+1}^{n-2} & \dots & S_{k+2n-2}^1 & \Delta_{k+2n-1} \end{vmatrix} = 0 \quad (25)$$

Этот определитель, представляющий собою ур—ние, определяющее значения  $\text{Cosinus'ов}$ , дает вместе с тем условие необходимое и достаточное для того, чтобы система (1) имела бы решения, почему является ее дискриминантом.

Практическое решение изложенного вопроса не представляет собою особых затруднений. При вычислении удобно пользоваться следующей таблицей:

$y$	$y_k$	$y_{k+1}$	$y_{k+2}$	$y_{k+3}$	$y_{k+4}$	$y_{k+5}$	$y_{k+6}$	$y_{k+7}$	$y_{k+8}$	$y_{k+9}$
$\Delta$	$\Delta_k$	$\Delta_{k+1}$	$\Delta_{k+2}$	$\Delta_{k+3}$	$\Delta_{k+4}$	$\Delta_{k+5}$	$\Delta_{k+6}$	$\Delta_{k+7}$	$\Delta_{k+8}$	
$S^1$	$S_k^1$	$S_{k+1}^1$	$S_{k+2}^1$	$S_{k+3}^1$	$S_{k+4}^1$	$S_{k+5}^1$	$S_{k+6}^1$			
$S^2$	$S_k^2$	$S_{k+1}^2$	$S_{k+2}^2$	$S_{k+3}^2$	$S_{k+4}^2$					
$S^3$	$S_k^3$	$S_{k+1}^3$	$S_{k+2}^3$							

$$\begin{vmatrix} S_k^3 & S_{k+1}^2 & S_{k+2}^1 & \Delta_{k+3} \\ S_{k+1}^3 & S_{k+2}^2 & S_{k+3}^1 & \Delta_{k+4} \\ S_{k+2}^3 & S_{k+3}^2 & S_{k+4}^1 & \Delta_{k+5} \\ S_{k+3}^3 & S_{k+4}^2 & S_{k+5}^1 & \Delta_{k+6} \end{vmatrix} = 0$$

Определив  $S_{k+3}^3$ , находим  $S_{k+5}^2$ ,  $S_{k+7}^1$ ,  $\Delta_{k+9}$  и искомое  $y_{k+10}$ , или непосредственно

$$y_{k+10} = y_{k+9} - (\Delta_{k+7} + S_{k+5}^1 + S_{k+3}^2) + S_{k+3}^3$$

Строки определителей записываются из таблицы непосредственно, как показано точками (по диагоналям снизу вверх) при составлении ур—ния (17) для функций от трех периодов.

Упрощения, какими обычно пользуются при вычислении определителей, не приносят значительных облегчений в вычислительную работу, так как практически приходится иметь дело с разнообразными числами. Но существенно сокращает вычисление то обстоятельство, что миноры, на какие обычно раскладываются определители, начиная с определителя 4-го порядка, повторяются. Так, определитель 4-го порядка, разложенный по минорам 2-го порядка, имеет их по два подобными; определитель 5-го порядка, разложенный на определители 3-его порядка, — имеет также их по два подобными и т. д.

Для того, чтобы убедиться, что в вычислении не сделано ошибки, нет надобности поверять каждое вычисление или вводить для этого новые контрольные формулы. Достаточно, найдя первое, второе и т. д. искомые значения функций, на основании ур—ния (20), составить новый

определитель из любых строки таким образом, чтобы, кроме прежних элементов, вошли бы найденные элементы. Если этот определитель окажется равным нулю, — вычисления произведены правильно.

Точно также порядок строк при составлении определителя не играет роли, т. к. изменение их порядка равносильно в отдельных случаях перемене знака у определителя. Но правая часть уравнения равна 0. Следовательно, для определения искомого элемента не имеет значения изменится или не изменится знак у определителя. Это обстоятельство дает возможность для определения последующих значений пользоваться уже ранее вычисленными определителями. Кроме того, можно непосредственно, не пользуясь уравнением (25), определить имеет или не имеет система (1) решения. Так, если найденные значения для каких-нибудь  $S$ , будучи подставлены в определитель с другими строками, не обращают его в нуль — значит система решений не имеет.

В заключение приведем пример, из которого можно будет видеть каким образом производится вычисление.

Пусть имеем численные значения функций от двух периодов.

Берем семь последовательных значений этих функций  $y_1, y_2, \dots, y_7$  и вычислим значение для  $y_8, y_9, y_{10}, \dots$

Пусть данные значения представляют собою ряд чисел 41,1; 45,7, 43,7; 38,2; 37,3; 44,9; 45,6<sup>1)</sup>

Составляем таблицу:

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$	$y_9$	$y_{10}$
	41,100000	45,700000	43,700000	38,200000	37,300000	44,900000	45,600000	(39,628672)	(37,363218)	(40,98180)
$\Delta$	4,600000	-2,000000	-5,500000	-0,900000	7,600000	0,700000	(-5,971328)	(-2,265454)	(3,618587)	
$S^1$	-0,900000	-2,900000	2,100000	-0,200000	(1,628672)	(-1,565454)	(-2,352741)			
$S^2$	1,200000	-3,100000	(3,728672)	(-1,765454)	(-0,724069)					

Напишем сначала уравнения для определения периодов. Согласно (22) имеем:

$$\begin{vmatrix} 4\cos^2 x & 2\cos x & 1 \\ 1,2 & -2,9 & -5,5 \\ -3,1 & 2,1 & -0,9 \end{vmatrix} = 0$$

или

$$4 \begin{vmatrix} -2,9 & -5,5 \\ 2,1 & -0,9 \end{vmatrix} + \cos^2 x - 2 \begin{vmatrix} 1,2 & -5,5 \\ -3,1 & -0,9 \end{vmatrix} + \cos x + \begin{vmatrix} 1,2 & -2,9 \\ -3,1 & 2,1 \end{vmatrix} = 0$$

$+ 14,16$ 
 $- 18,13$ 
 $- 6,47$

<sup>1)</sup> Числа эти представляют собою средние значения из наблюдений по барометру за каждые 5 дней в течение 35 суток.

или  $56,64 \cos^2 x + 36,26 \cos x - 6,47 = 0$   
 $\cos^2 x + 0,640184 \cos x - 0,114230 = 0$

Решая это уравнение, находим

$$\cos \alpha_1 = 0,145407 \quad \cos \alpha_2 = 0,785590$$

Откуда  $\alpha_1 = 81^\circ 38' 21''$   $\alpha_2 = 141^\circ 46' 31''$ .

(Углы определены в соответствии со знаками амплитуд).

Периоды:  $T_1 = \frac{2\pi}{\alpha_1} = \frac{2\pi}{81,64} = 4,4$   $T_2 = \frac{2\pi}{\alpha_2} = \frac{2\pi}{141,78} = 2,5$ .

Определим теперь значение для  $u_8$ . Ищем сначала  $S_3^2$

Для его определения имеем ур-ние

$$\begin{vmatrix} 1,2 & -2,9 & 5,5 \\ -3,1 & 2,1 & -0,9 \\ S_3^2 & -0,2 & 7,6 \end{vmatrix} = 0$$

или

$$1,2 \begin{vmatrix} 2,1 & -0,9 \\ -0,2 & 7,6 \end{vmatrix} + 3,1 \begin{vmatrix} -2,9 & -5,5 \\ -0,2 & 7,6 \end{vmatrix} + S_3^2 \begin{vmatrix} -2,9 & -5,5 \\ 2,1 & -0,9 \end{vmatrix} = 0$$

+ 15,78                      - 23,14                      + 14,16

или

$$18,936 - 71,734 + 14,16 S_3^2 = 0$$

$$-52,798 + 14,16 S_3^2 = 0$$

Откуда  $S_3^2 = 3,728672$

Теперь последовательно находим

$$S_5^1 = S_3^2 - S_3^1 = 3,728672 - 2,100000 = 1,628672$$

$$\Delta_7 = S_5^1 - \Delta_5 = 1,628672 - 7,600000 = -5,971328$$

$$u_8 = \Delta_7 + u_7 = -5,971328 + 45,600000 = 39,628672$$

Вычисленные значения в таблице взяты в скобки.

Точно также найдем  $u_9$ . Для этого ищем сначала  $S_3^2$

Пишем уравнение

$$\begin{vmatrix} -3,1 & 2,1 & -0,9 \\ 3,728672 & -0,2 & 7,6 \\ S_3^2 & 1,628672 & 0,7 \end{vmatrix} = 0$$

$$-3,1 \begin{vmatrix} -0,2 & 7,6 \\ 1,628672 & 0,7 \end{vmatrix} - 3,728672 \begin{vmatrix} 2,1 & -0,9 \\ 1,628672 & 0,7 \end{vmatrix} + S_1^2 \begin{vmatrix} 2,1 & -0,9 \\ -0,2 & 7,6 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{array}{ccc} -12,517907 & + 2,935805 & + 15,78 \end{array}$$

$$38,805512 - 10,946654 + 15,78 S_1^2 = 0$$

$$15,78 S_1^2 = -27,858858$$

$$S_1^2 = -1,765454$$

По предыдущему находим

$$S_0^2 = -1,565454 \quad \Delta_8 = -2,265454 \quad \text{и} \quad y_9 = 37,363218$$

Можно было бы  $S_1^2$  найти и из след. уравнения:

$$\begin{vmatrix} 1,2 & -2,9 & -5,5 \\ -3,1 & 2,1 & -0,9 \\ S_1^2 & 1,628672 & 0,7 \end{vmatrix} = 0$$

или

$$1,2 \begin{vmatrix} 2,1 & -0,9 \\ 1,628672 & 0,7 \end{vmatrix} + 3,1 \begin{vmatrix} -2,9 & -5,5 \\ 1,628672 & 0,7 \end{vmatrix} + S_1^2 \begin{vmatrix} -2,9 & -5,5 \\ 2,1 & -0,9 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{array}{ccc} + 2,935805 & + 6,927696 & + 14,16 \end{array}$$

$$3,522966 + 21,475858 + 14,16 S_1^2 = 0$$

$$14,16 S_1^2 = -24,998824$$

Откуда также

$$S_1^2 = -1,765454.$$

Для проверки напишем определитель, первым столбцом которого будут известные  $S_0^2$  или  $S_2^2$  и найденные  $S_1^2$  и  $S_2^2$ . Если определитель этот обратится при этих значениях в нуль, значит  $S_0^2$  и  $S_2^2$  вычислены правильно

$$\begin{vmatrix} 1,2 & -2,9 & -5,5 \\ 3,728672 & -0,2 & 7,6 \\ -1,765454 & 1,628672 & 0,7 \end{vmatrix} =$$

$$= 1,2 \begin{vmatrix} -0,2 & 7,6 \\ 1,628672 & 0,7 \end{vmatrix} - 3,728672 \begin{vmatrix} -2,9 & -5,5 \\ 1,628672 & 0,7 \end{vmatrix} - 1,765454 \begin{vmatrix} -2,9 & -5,5 \\ -0,2 & 7,6 \end{vmatrix} =$$

$$= -15,02149 - 25,83111 + 40,85260 = -40,85260 + 40,85260 = 0$$

(с точностью до пятого знака).

Вычисленные таким же порядком

$$S_3^2 = -0,724069$$

$$y_{10} = y_9 - (\Delta_7 + S_3) + S_3^2 = 37,363218 - (-5,971328 + 1,628672) -$$

$$-0,724069 = 40,981805.$$

Для проверки составим определитель, первым столбцом которого будут найденные значения  $S_3$ ,  $S_3^2$  и  $S_3^3$ .

$$\begin{vmatrix} 3,728672 & -0,2 & 7,6 \\ -1,765454 & 1,628672 & 0,7 \\ -0,724069 & -1,565454 & -5,971328 \end{vmatrix} =$$

$$= 3,728672 \begin{vmatrix} 1,628672 & 0,7 \\ -1,565454 & -5,971328 \end{vmatrix} + 1,765454 \begin{vmatrix} -0,2 & 7,6 \\ -1,565454 & -5,971328 \end{vmatrix} -$$

$$-8,629517 \quad + 13,091716$$

$$-0,724069 \begin{vmatrix} -0,2 & 7,6 \\ 1,628672 & 0,7 \end{vmatrix} =$$

$$-12,517907$$

$$= -32,17664 + 23,11282 + 9,06383 = -32,1766 + 32,1766 = 0.$$

При непосредственном определении  $y_8$  необходимо найти значение функции

$$y_8 = a_0 + a_1 \sin(8\alpha_1 + \varphi_1) + a_2 \sin(8\alpha_2 + \varphi_2).$$

Опуская все вычисления, которые для данного случая производятся по формулам (I), (II), (III), напомним только отысканные значения входящих величин:

$$a_0 = 41,491333 \quad a_1 = 4,841761 \quad a_2 = -0,717935$$

$$\alpha_1 = 81^\circ 38' 21'' \quad \alpha_2 = 141^\circ 46' 31'' \quad \varphi_1 = -94^\circ 2' 23'' \quad \varphi_2 = -257^\circ 12' 57''$$

$$8\alpha_1 + \varphi_1 = 559^\circ 4' 25'' - 360^\circ = 199^\circ 4' 25''$$

$$8\alpha_2 + \varphi_2 = 876^\circ 59' 11'' - 720^\circ = 156^\circ 59' 11''$$

$$y_8 = 41,491333 + 4,841761 \operatorname{Sin} 199^\circ 4' 25'' - \\ - 0,717935 \operatorname{Sin} 156^\circ 59' 11'' =$$

$$= 41,491333 + 4,841761 (-0,326783) - 0,717935 (0,390950) =$$

$$= 41,491333 - 1,582205 - 0,280677 = 39,628451.$$

По предыдущему было найдено, что  $y_8 = 39,628672$ . Несовпадение в четвертом знаке объясняется исключительно тем, что при последнем вычислении пользовались только семизначными таблицами логарифмов, которые в конечном результате при исчислении тригонометрических значений функций, ввели соответствующую погрешность.

Для определения  $y_{10}$ , напр., получаем

$$y_{10} = a_0 + a_1 \operatorname{Sin} (10\alpha_1 + \varphi_1) + a_2 \operatorname{Sin} (10\alpha_2 + \varphi_2).$$

$$10\alpha_1 + \varphi_1 = 2^\circ 21' 7'' \quad 10\alpha_2 + \varphi_2 = 80^\circ 32' 13''$$

$$\operatorname{Sin} 2^\circ 21' 7'' = 0,041038 \quad \operatorname{Sin} 80^\circ 32' 13'' = 0,986392.$$

Подставляя, имеем:

$$y_{10} = 41,491333 + 0,198695 - 0,708165 = 40,981863.$$

Несовпадение здесь с найденным ранее значением для  $y_{10} = 40,981805$  в пятом знаке.

Как можно видеть, изложенный способ сводит к минимуму все вычисления при практическом решении поставленного вопроса. Кроме того, эти вычисления могут быть произведены с помощью только арифмометра, при чем совершенно отпадает необходимость пользоваться логарифмическими таблицами, чем увеличивается точность определяемых величин.

*Н. Кавцевич.*



So ist von einem gewissen  $k$

$$\begin{aligned} \Delta_k &= y_{k+1} - y_k, \quad \Delta_{k+1} = y_{k+2} - y_{k+1}, \quad \Delta_{k+2} = y_{k+3} - y_{k+2} \dots \\ S_k^1 &= \Delta_k + \Delta_{k+2}, \quad S_{k+1}^1 = \Delta_{k+1} + \Delta_{k+3} \dots \\ S_k^2 &= S_k^1 + S_{k+2}^1, \quad S_{k+1}^1 = S_{k+1}^1 + S_{k+3}^1 \dots \end{aligned}$$

Nach der Bestimmung  $S_{k+n}^n$  aus der Gleichung (2), finden wir folgerich  $S_{k+n+2}^{n-1}, S_{k+n+4}^{n-2}, \dots, \Delta_{k+3n-1}$  und darnach die gesuchte Bedeutung der Funktion  $y_{k+3n+1}$ .

Oder wir finden direkt

$$y_{k+3n+1} = y_{k+3n} - (\Delta_{k+3n-2} + S_{k+3n-4}^1 + \dots + S_{k+n-2}^{n-1}) + S_{k+n}^n,$$

wo die zum rechten Teil des letzten Ausdrucks gehörenden Elemente bekannt sind.

Zur Bestimmung der Perioden dient der Determinant

$(2 \cos x)^n$	$(2 \cos x)^{n-1}$	$\dots$	$(2 \cos x)^0$	$(2 \cos x)$	
$S_k^n$	$S_{k+1}^{n-1}$	$\dots$	$S_{k+n-1}^1$	$\Delta_{k+n}$	
$S_{k+1}^n$	$S_{k+2}^{n-1}$	$\dots$	$S_{k+n}^1$	$\Delta_{k+n+1}$	$= 0$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$(3)$
$S_{k+n-1}^n$	$S_{k+n}^{n-1}$	$\dots$	$S_{k+2n-2}^1$	$\Delta_{k+2n-1}$	

Dieser Determinant, der eine die Bedeutungen der Cosinuse bestimmende Gleichung vorstellt, gibt uns zugleich die Bedingung, die dazu nötig und dafür genügend ist, damit das System (1) eine Lösung hätte.

Nachdem wir aus dieser Gleichung die Bedeutungen von  $x: \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n'$  bestimmt haben, finden wir die Perioden:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\alpha_1}, \quad T_2 = \frac{2\pi}{\alpha_2}, \quad \dots$$

Bei der Lösung wird auf genannte Weise eine Tabelle zusammengestellt, die uns die Möglichkeit gibt, Gleichungen einfach zu schreiben.

Die Berechnungen selbst werden ohne Hilfe von trigonometrischen Tafeln ausgeführt, wobei diese Berechnungen mit jeder beliebigen Genauigkeit gemacht werden können.

*N. Kavzewitsch.*

## Содержание предыдущих томов.

### ЗАПІСКІ

Беларускае Дзяржаўнае Акадэміі  
Сельскае Гаспадаркі  
імя Кастрычнікавае Рэвалюцыі.

### ЗАПИСКИ

Белорусской Государственной Академии  
Сельского Хозяйства  
имени Октябрьской Революции.

## ANNALEN

der Weisruthenischen Staatlichen Akademie für Landwirtschaft in Gorky.

### TOM—BAND I

- проф. Н. Пелешов*—Изменение состава молока коров под влиянием перехода коров на пастбище и дачи им солей кальция.
- р.с.ф. К. Г. Ренард*—Материалы по изучению ячменя *Hordeum sativum* Jess.
- В. П. Живан*—„Сорт“ шапкой ржи.
- С. Г. Журж*—Аналіз прадукцыйнасьці малочнага скатаводства фэрмы б. Горацкага С.-Г. Інстытуту.
- Проф. В. В. Шкателов*—О подсочке сосны в Белоруссии.
- Проф. В. И. Переход*—Основные черты современного устройства государственных лесов Польши.
- р.с.ф. В. Г. Цераход*—Гаспадаркі па пародах і тыпах насаджэньняў у беларускіх лясах.
- Проф. Я. Н. Афанасьев*—Почвы Белоруссии, как естественные ресурсы производительных сил страны.
- Праф. Г. Г. Красікаў*—Аб выдзяленьні валакна са сьцябла ватачніку.
- К. М. Короткаў*—Хэмічны рэжым прудоваў і крынічнай вады.
- Г. Г. Красікаў і К. М. Короткаў*—Уплыў мінеральных матэрыяў на выхад кіслых прадуктаў пры сухой перагонцы дрэва.
- П. Рагазы*—Глебы Марусіна.
- Праф. А. Г. Кайгародаў*—Аб ахаладжэньні ў паветраным асяродку.

### TOM—BAND II

- Проф. А. Костяев*—Профессор В. В. Шкателов.
- Проф. В. Киржор*—Проектирование полос формы трапеции аналитическим методом.
- Проф. П. Ходорович*—О формулах линейных невязок в угломерных полигонах.
- Проф. Н. Мьшжн*—Законности в строении планетной системы солнца.
- Проф. И. Богоявленский*—Вычисление интегралов от произведения двух функций.
- Проф. В. И. Переход*—К изучению интенсивности лесного хозяйства.
- Праф. С. П. Мельнік*—Лесавадныя фітафенаметрычныя нагляданьні ў Горацкім дэндралагічным гадавальніку (у 1924 г.).
- Ф. Турыцын*—Уплыў акругленьняў пры памерах вышынь і дыяметраў на дакладнасьць вылічэньня аб'ёмаў дрэў.
- А. Ю. Лавіцкі*—Намнажэньне мінеральнай матэрыі ў асобных ворганах аўса ў час росту.
- А. Г. Мядзьведзеў*—Мікрарэльеф лёсавых плято і ўплыў яго на глыбіню пакладу карбанатнага пазему.
- П. С. Трус*—Да пытаньня аб скарыстаньні аэоту і горфу ў сельскай гаспадарцы.
- Г. Красікаў і С. Каржсанейскі*—Гідроліз крухмалу дыстальваная вадою пад ціскам.
- К. М. Короткаў*—Оптымум тэмпературы і вакууму ў працэсе раскладаньня дрэўнага парашку серкаваю кісьляю.

TOM—BAND III

- Проб. В. П. Баранов* — К вопросу о происхождении почвообразования почво.
- Проб. И. Холмогоров* — Материалы по географическому строению В. Г. Андеева Сул. Хол. и строю дачных геоморфического ландшафта.
- Проб. А. В. Колотников и Р. П. Сурганов* — Влияние роста зерновых злаков на продуктивность почвы и реакцию почвы на кислотность почвы разных растений.
- Проб. К. Г. Роджерс* — Сухая атмосфера и некоторые другие условия жизни в пустыне и полупустыне пустыни равнинной Мексиканской (Pecos) Лав.
- Проб. И. Шенников* — К истории изучения сельского хозяйства пустыни дельты и России.
- Р. Роджерс* — Методы исследования сельскохозяйственной почвы в пустыне и полупустыне.
- М. Шенников* — Деятельность иб. улитки улитки на мелководье аральско-каспийского и южного моря и карее.
- В. Шенников* — Об улитке иб. улитки на мелководье аральско-каспийского и южного моря и карее.
- Г. Шенников* — Об улитке иб. улитки на мелководье аральско-каспийского и южного моря и карее.
- Проб. И. Шенников* — Роль улитки иб. улитки на мелководье аральско-каспийского и южного моря и карее.

- Проб. И. Шенников* — Об устойчивости дельты реки Тара.
- Проб. И. Шенников* — Учение К. Маркса, Ф. Энгельса и литературе промышленности.
- В. Шенников* — Спробу исследования почвы практической работы на улитке иб. улитки в Восточной Азии и в связи с анализом почвы аральско-каспийского и южного моря и карее.
- Проб. И. Шенников* — Спробу исследования почвы практической работы на улитке иб. улитки в Восточной Азии и в связи с анализом почвы аральско-каспийского и южного моря и карее.
- Р. Шенников* — Влияние температуры и влажности почвы на развитие растений в пустыне и полупустыне.
- И. Шенников* — Некоторые данные об улитке иб. улитки на мелководье аральско-каспийского и южного моря и карее.
- И. Шенников* — Таранная река и дельта реки Тара в пустыне и полупустыне.
- Проб. А. Шенников* — Сухая атмосфера и некоторые другие условия жизни в пустыне и полупустыне.

TOM—BAND IV

- Проб. А. Г. Роджерс* — Влияние температуры воздуха на продуктивность почвы в пустыне и полупустыне.
- Р. Роджерс* — К вопросу о роли почвы в развитии пустыни.
- В. Шенников* — Деятельность иб. улитки улитки на мелководье аральско-каспийского и южного моря и карее.
- Г. Шенников* — Об улитке иб. улитки на мелководье аральско-каспийского и южного моря и карее.
- Р. Шенников* — Спробу исследования почвы практической работы на улитке иб. улитки в Восточной Азии и в связи с анализом почвы аральско-каспийского и южного моря и карее.
- Проб. В. П. Баранов* — Корреляция (соотношение) между экономическими факторами местного хозяйства.
- Проб. С. П. Колотников* — Влияние температуры воздуха на развитие улитки иб. улитки на мелководье аральско-каспийского и южного моря и карее.
- Р. Шенников* — Спробу исследования почвы практической работы на улитке иб. улитки в Восточной Азии и в связи с анализом почвы аральско-каспийского и южного моря и карее.
- Р. Шенников* — Влияние температуры воздуха на продуктивность почвы в пустыне и полупустыне.
- Проб. И. Шенников* — Учение В. И. Ленин и литературе промышленности.
- В. Шенников* — Спробу исследования почвы практической работы на улитке иб. улитки в Восточной Азии и в связи с анализом почвы аральско-каспийского и южного моря и карее.
- Проб. И. Шенников* — Деятельность иб. улитки улитки на мелководье аральско-каспийского и южного моря и карее.
- Проб. И. Шенников* — Деятельность иб. улитки улитки на мелководье аральско-каспийского и южного моря и карее.
- Проб. И. Шенников* — Деятельность иб. улитки улитки на мелководье аральско-каспийского и южного моря и карее.
- Проб. И. Шенников* — Деятельность иб. улитки улитки на мелководье аральско-каспийского и южного моря и карее.

TOM—BAND V

- Проф. В. И. Переход*—Экономические элементы леса и лесного хозяйства.
- Доц. К. Коротков*—Определения количества активного кислорода при окислении русского скипидара.
- Доц. Б. Я. Липкин*—К вопросу о продолжительности времени сохранения семенами всхожести у различных хвойных древесных пород.
- Проф. К. Г. Ренард*—I. Материалы по экспериментальному изучению т. н. „вырождения льна“.
- II. Водный режим различных линий льна и анатомическое строение листа и стебля.
- Доц. М. М. Высоцкий*—З результататаў досьледаў на Стэбутаўскім дасьледчым полі ў 1924 г.
- Проф. П. К. Богоявленскі*—К теории способа наименьших квадратов.
- Проф. П. К. Богоявленскі*—Интегралы вида  $\int_x^b x^k y dx$ .
- М. Ц. Ляўшэной*—Аб праэктаваньні вучэскаў па прынцыпу прапарцыянальнасьці.
- Р. І. Несьвіцкі*—Сьпіс грыбоў, знойдзеных у лясным гадавальніку № 2 Бел. Цэнтр. Лясн. Дасьл. Станцыі пры Б. Дз. А. С. Г. ў 1926 годзе.
- А. Ю. Ляўцікі*—Да вызначэньня фосфарнай кісьліны па мэтаду Nyssens'a.
- М. М. Міхайлаў*—Адукаваньне дрэўных апілак.

TOM—BAND VI

- Рэктар Акадэміі, праф. М. Ц. Козыраў*—Абгляд дзейнасьці Акадэміі.
- Абгляд дзейнасьці катэдраў.
- Абгляд дзейнасьці вучэбна-дапаможных установаў.
- Абгляд дзейнасьці Навуковых Таварыстваў.
- Проф. В. В. Шкятелов*—Профессор Н. П. Мышкин (к 40-летию его научной деятельности)
- Проф. Н. Т. Козырев*—Учение В. И. Ленина о диктатуре пролетариата (окончание).
- Проф. Н. Пелехов*—К вопросу о восстановлении тонкошерстного овцеводства в СССР.
- Г. Раго*—Матар'ялы па вывучэньню біялягічных асаблівасьцяў розных сартоў жыта пры міжродавай гібрыдызацыі і пры інзук'е ў глебава-кліматычных умовах БССР.
- А. Савельеў*—Кароткі нарыс якасьці насеньня некаторых культурных расьлін Горацкага раёну.
- Проф. А. В. Ключарев і Р. Г. Стэфан*—Реакция почвы и рост овса и проса.
- Проф. К. Г. Ренард і А. І. Ланно*—Матар'ялы па вывучэньні біялёгіі пьвіценьня чырвонай канюшыны (*Trifolium pratense* L.) рознага паходжаньня.
- Проф. В. И. Переход*—Границы государственного лесного хозяйства и лесной экономики.
- Проф. А. А. Кравцов*—Новый графический способ определения изменения моментов инерции плоских фигур при повороте осей и его применение при косом изгибе и для косых напряжений.

TOM—BAND VII.

- Проф. Н. Найденов*. Закономерности в росте молодняка крупного рогатого скота и свиней.
- А. Савельеў*. Крытычная вільготнасьць у жыцці культурных расьлін на розных глебавых тыпах Горацкага раёну.
- П. Пратасевіч*. Уплыў колькасьці малака ў рознага роду выпайках на разьвіццё цялят.
- Проф. Ф. Г. Некрасов*. Нормирование размеров крестьянского землепользования в советском земельном законодательстве.
- Проф. П. Ходоровіч*. Определение истинного азимута из наблюдений быстроты перемещения полярной звезды по зенитному расстоянию.
- М. Л. Лейвікаў*. Табліцы Гауса, як звычайныя табліцы множаньня.
- Доц. К. М. Коротков*. К вопросу об окислении скипидара кислородом воздуха.
- Доц. М. Макаров*. Интенсивность земледелия в крестьянских хозяйствах Белоруссии.
- А. Л. Новікаў*. Аб знаходцы ў Гомельскай акрузе *Allium ursinum*, L. і *Artemisia prosera* (A. paniculata Lam.) (бел. назва: 1) Лаверда. 2) Палын-дрэва.
- Проф. П. Соловьев*. Список литературы по фауне Белоруссии.
- А. Ю. Ляўцікі*. Статыка і дынаміка пажыўнага рэжыму Стэбутаўскага дасьледчага поля.
- Проф. И. Евстигнев*. К изучению о едином государственном земельном фонде.
- Проф. К. И. Богоявленскі*. О моментах инерции.
- Его-же* Центр тяжести трапеции.

- Проф. инж.-мех. А. А. Кравцов. Кривая напряжений, ее уравнение в полярных координатах, построение и исследование.
- Проф. Ю. А. Вэйс. Технічне і агранамічнае дасьледваньне культурна-калёійных плугоў Бранскага заводу.
- Проф. К. Г. Рэнард. Матэрыялы по изучению стебля и его анатомии у различных "чистых линий" льна, выросших при перемене влажности почвы.
- А. І. Ліцага. Новы спосаб ачысткі соку цукровых буракоў.
- Зьвесткі аб абаранёных дыплёмных работ па Беларускай Дзяржаўнай Акадэміі сельскае Гаспадаркі за тэрмін з 1 кастрычніка 1926 г. па 15 кастрычніка 1927 г.
- Пералік насеньня, якое прапануецца да абмену батанічнымі садамі Беларускай Дзяржаўнай Акадэміі сельскае Гаспадаркі (Дадатак).

