

## К ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ ПРОБЛЕМЕ ЖИВОТНОВОДСТВА, СВЯЗАННОЙ С КОНЦЕНТРАЦИЕЙ ТЯЖЕЛЫХ МЕТАЛЛОВ В ПОЧВЕ

М. Н. БОРИСЕВИЧ

*Учреждение образования «Витебская ордена «Знак Почета»  
государственная академия ветеринарной медицины,  
г. Витебск, Республика Беларусь, 210619*

*(Поступила в редакцию 05.03.2021)*

*Влияние тяжелых металлов на почвенный состав грунта, а вместе с ним и растений для питания животных, трудно переоценить. Опаснейшими из них являются свинец, кадмий, хром, никель. Не меньшую угрозу представляют также медь, железо, цинк и марганец.*

*Цель статьи – привлечение в практику обработки экспериментальных данных, связанных с исследованием концентрации тяжелых металлов в почве, математических методов моделирования, основанных на использовании трендовых линий.*

*Содержанием статьи являются полученные в эксперименте зависимости (концентрации в почве, мг/кг в зависимости от расстояния до очага поражения – для железа, марганца, цинка, меди, никеля, свинца, хрома и кадмия совместно с математическими уравнениями трендовых линий, моделирующих эти зависимости. Указаны уравнения только тех трендовых линий, которые наилучшим образом аппроксимируют исходные данные. Приоритет отдан полиномиальным линиям третьей степени. Именно эти кривые точно описывают экспериментальные зависимости, при этом погрешность воспроизведения исходных данных равна нулю. Это следует не только из анализа взаимного расположения кривых, а они практически совпадают, но и из анализа коэффициента аппроксимации  $R^2$ , свидетельствующего о степени сближения трендовых линий с линиями эксперимента. Его значение приведено на графиках для каждого упоминавшегося выше тяжелого металла.*

*Для всех полиномиальных линий коэффициент аппроксимации оказался равным 1. Это означает, что все линии данного рода описывают эксперимент с максимально допустимой точностью в 100 %. Это редкий случай в практике тренд – моделирования, тем не менее, как показывают результаты, он может иметь место и в данной рассматриваемой ситуации.*

**Ключевые слова:** *тяжелые металлы, почва, концентрация, трендовые линии, математическое моделирование.*

*The influence of heavy metals on the soil composition of the soil, and with it the plants for animal nutrition, is difficult to overestimate. The most dangerous of them are lead, cadmium, chromium, and nickel. Copper, iron, zinc, and manganese are also equally dangerous.*

*The purpose of the article is to involve in the practice of processing experimental data related to the study of the concentration of heavy metals in the soil, mathematical modeling methods based on the use of trend lines.*

*The content of the article is the experimental dependences (concentrations in the soil, mg / kg, depending on the distance to the lesion site – for iron, manganese, zinc, copper, nickel,*

lead, chromium and cadmium, together with mathematical equations of trend lines that model these dependences. The equations of only those trend lines that best approximate the initial data are given. Priority is given to third-degree polynomial lines. It is these curves that accurately describe the experimental dependencies, and the error in reproducing the original data is zero. This follows not only from the analysis of the relative position of the curves, and they practically coincide, but also from the analysis of the approximation coefficient  $R^2$ , which indicates the degree of convergence of the trend lines with the experimental lines. Its value is shown in the graphs for each heavy metal mentioned above.

For all the polynomial lines, the approximation coefficient was equal to 1. This means that all lines of this kind describe the experiment with a maximum permissible accuracy of 100 %. This is a rare case in the practice of trend modeling, however, as the results show, it can also take place in this situation under consideration.

**Key words:** heavy metals, soil, concentration, trend lines, mathematical modeling.

**Введение.** Одной из важнейших проблем экологии животноводства является своевременное обезвреживание и утилизация отходов [1], причисленных к загрязнителям окружающей среды и источникам распространения тяжелых металлов в системе «почва – растение» [2].

Роль тяжелых металлов на почвенный состав грунта, а вместе с ним и растений для питания животных, трудно переоценить. Опаснейшими из них являются свинец, кадмий, хром, никель. Не меньшую угрозу представляют также медь, железо, цинк и марганец [3]. До тех пор, пока тяжелые металлы крепко связаны с составными частями почвы и труднодоступны, их негативное влияние на почву и окружающую среду будет незначительным. Однако, если почвенные условия позволяют перейти тяжелым металлам в грунтовый раствор, появляется прямая угроза загрязнения почв, возникает возможность их проникновения в растения, а также в организмы людей и животных, которые потребляют эти растения. Кроме того, тяжелые металлы могут быть загрязнителями растений и водоемов в результате использования ила стоковых вод. Загрязнение территории тяжелыми металлами, в большинстве случаев, носит локальный характер. Высокие концентрации тяжелых металлов отмечаются на сельскохозяйственных территориях, где использовались различные виды органических отходов. В таких местах содержание тяжелых металлов в почвах многократно превышает фоновое, а выращенная здесь растениеводческая продукция может накапливать их в концентрациях выше максимально допустимых уровней.

**Основная часть.** В последнее время в мировой практике охраны окружающей среды активно развиваются экономически эффективные подходы, связанные с оценкой загрязненности различных территорий металлами, радионуклидами и ядовитыми органическими соединениями [5]. При этом к статистическим оценкам экспериментальных дан-

ных все чаще привлекаются математические методы [6]. Они просты в использовании и позволяют установить степень достоверности полученных массивов, их коррелятивные связи, дисперсионные коэффициенты и таким образом количественно подтвердить правомочность руководства данными эксперимента на практике.

Область классических статистических исследований можно значительно расширить, обратившись, например, к методам трендового моделирования, прогнозирования и предвидения. Последние могут стать большим подспорьем классическим приемам, облегчая, например, задачу количественного описания закономерностей и главное, предсказывая ситуацию в динамике на несколько шагов вперед, на так называемую ближнюю или дальнюю перспективу [7].

Цель данной статьи – привлечение в практику обработки экспериментальных данных, связанных, например, с исследованием концентрации тяжелых металлов в почве, математических методов моделирования, основанных на использовании трендовых линий.

Линии тренда или трендовые линии являются одним из древнейших инструментов графического анализа [8]. Они являются главным элементом современного технического подхода и используются в анализе практически всех графических инструментов, реализованных с помощью современных цифровых технологий. Они помогают оценить текущее состояние исследуемых показателей, позволяя при этом судить об их частоте изменения и перспективных значениях на будущее. В конечном счете трендовые линии позволяют выстраивать правильные заключения.

Среди трендовых линий наиболее распространена восходящая линия [9]. Она характеризует устойчивую тенденцию роста некоторых показателей.

Не менее важную роль играют также и пологие трендовые линии [10]. Они говорят о слабости текущей тенденции и, как правило, сигнализируют о том, что в настоящее время требуется коррекция текущих показателей.

Трендовые линии могут быть описаны различными математическими уравнениями – линейными, логарифмическими, степенными, полиномиальными и т.д. [11]. Фактический тип тренда устанавливают на основе подбора его функциональной модели статистическими методами либо методами сглаживания исходного временного ряда. Приоритетными являются статистические методы. Перспективная роль среди них отводится параметрическим исследованиям. Их суть заклю-

чается в следующем. Временной ряд рассматривается как гладкая функция от переменной  $x$ . При этом сначала выявляют один либо несколько допустимых типов функций  $f(x)$ , затем различными методами (например, методом наименьших квадратов, являющимся одним из базовых методов регрессионного анализа [12]) оценивают неизвестных параметры функций по выборочным данным, после чего на основе проверки критериев адекватности выбирают окончательную модель тренда. Для практических приложений, например, важное значение имеют линеаризованные тренды, то есть тренды, приводимые к линейному виду относительно параметров использованием тех или иных алгебраических преобразований.

В основу статьи положены данные [13], являющиеся результатом измерения концентрации тяжелых металлов в почве. Они получены на землях учебно-опытного хозяйства вокруг животноводческого перерабатывающего комплекса – отбирались образцы почвы из верхнего плодородного слоя и определялось содержание подвижных форм тяжелых металлов по методу атомно-абсорбционной спектроскопии в четырех радиусах вокруг объекта загрязнения 100 м, 1 км, 2 км, 3 км.

Приведенные в статье расчеты выполнены методом наименьших квадратов, являющимся в настоящее время наиболее распространенным в построении аналитических соотношений.

Несколько замечаний об используемом подходе.

На практике встречаются задачи, когда измерения некоторой функциональной зависимости не совпадают с истинными значениями функции, образуя при этом заметный разброс. Чаще всего это случается из-за погрешностей приборов, иногда из-за неточных сведений, однако могут быть и другие непредвиденные причины. Поэтому исследователям приходится решать задачу подбора параметров функциональных зависимостей, причем таких, чтобы данная функциональная зависимость наилучшим образом описывала экспериментальные данные.

Для решения такого рода задач и применяется математический аппарат метода наименьших квадратов, основанный на минимизации суммы квадратов отклонений некоторых функций от искомым переменных. Он может использоваться также и для «решения» переопределенных систем уравнений (когда количество уравнений превышает количество неизвестных), для поиска решения в случае обычных (не переопределенных) нелинейных систем уравнений, а также для аппроксимации точечных значений некоторой функции. Кроме того, ме-

тод наименьших квадратов является одним из базовых методов регрессионного анализа, представляя законченный алгоритм для оценки неизвестных параметров регрессионных моделей по выборочным данным.

Сущность метода наименьших квадратов заключается в отыскании параметров модели тренда, которая лучше всего описывает тенденцию развития какого-либо случайного явления во времени или в пространстве (тренд – это линия, которая и характеризует тенденцию этого развития). Задача метода наименьших квадратов сводится к нахождению не просто модели тренда, а к нахождению лучшей или оптимальной модели, которая будет оптимальной, если сумма квадратических отклонений между наблюдаемыми фактическими величинами и соответствующими им расчетными величинами тренда будет минимальной (наименьшей):

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \rightarrow \min$$

где  $(y_i - \bar{y})^2$  – квадратичное отклонение между наблюдаемой фактической величиной и соответствующей ей расчетной величиной тренда,  $y_i$  – фактическое (наблюдаемое) значение величины,  $\bar{y}$  – расчетное значение модели тренда,  $n$  – число наблюдений.

Метод наименьших квадратов самостоятельно применяется довольно редко. Как правило, чаще всего его используют лишь в качестве необходимого технического приема при корреляционных исследованиях. Следует помнить также, что его информационной основой может быть только достоверный статистический ряд, причем число наблюдений не должно быть меньше четырех, иначе сглаживающие процедуры метода наименьших квадратов могут потерять здравый смысл.

Инструментарий метода наименьших квадратов сводится к трем процедурам.

Первая процедура связана с выяснением, существует ли вообще какая-либо тенденция изменения результативного признака при изменении выбранного фактора-аргумента, другими словами, есть ли связь между «у» и «х».

Вторая процедура определяет линию (траекторию), которая способна наилучшим образом описать (или охарактеризовать) эту тенденцию.

Третья процедура основана на расчете параметров регрессионного уравнения, характеризующего данную линию, другими словами, определяется аналитическая формула, описывающая наилучшую модель тренда.

Обратимся теперь к графическому представлению экспериментально снятых в [13] зависимостей (концентрации в почве, мг/кг) – оно приведено на рис.1 для следующей группы тяжелых металлов: железо (а), марганец (б), цинк (в), медь (г), никель (д), свинец (е), хром (ж), кадмий (з). Соответствующие им кривые представлены здесь в виде гладких штриховых линий, соединяющих между собой обозначенные выше точки, заданные в метрах и километрах. На каждом из рисунков приведены также математические уравнения тренд-линий, моделирующих исходные данные. Они получены методом наименьших квадратов, теоретические положения которого приведены выше. При этом указаны уравнения только тех трендовых линий, которые наилучшим образом аппроксимируют исходные данные. Всего же в математическом эксперименте принимало участие восемь линий тренда: линейная, логарифмическая, степенная, экспоненциальная, полиномиальная второй, четвертой, пятой и шестой степеней. Для всех из них степень приближения к реальной кривой оказалась далеко за уровнем математической надежности. Поэтому эти линии не упоминаются далее в статье, приоритет отдан только полиномиальным линиям третьей степени. Расчеты показали, что именно эти кривые точно описывают приведенные экспериментальные зависимости, погрешность воспроизведения равна нулю. Это следует не только из анализа взаимного расположения кривых, а они практически совпадают, но и из анализа коэффициента аппроксимации  $R^2$ , свидетельствующего о степени сближения трендовых линий с линиями эксперимента. Его значение приведено на рис.1 для каждого представленного здесь тяжелого металла. Коэффициент аппроксимации может принимать значения от 0 до 1. Очевидно, что при  $R^2 = 0$  говорить о совпадении трендовых и экспериментальных линий нет смысла, первые никак не приближаются ко вторым, точнее, воспроизводят исходные данные с максимально возможной ошибкой в 100 %, что недопустимо в практике математического моделирования. В противоположном случае, когда  $R^2 = 1$  можно утверждать обратное, причем со 100 % уверенностью – линии тренда точно описывают ли-

нии эксперимента. При этом погрешность воспроизведения данных в точности равна нулю. Следует отметить также, что в математической практике такое случается редко. Чаще всего коэффициент  $R^2$  принимает промежуточные значения между 0 и 1. Поэтому в трендовой методологии принято считать, что при выполнении неравенства  $0,95 \leq R^2 \leq 1$  вполне обоснованно можно утверждать об удовлетворительном согласии кривых. В остальных случаях имеет силу утверждение иного типа – о неудовлетворительном согласии между тренд-линиями и линиями эксперимента. В таком случае трендовыми линиями пренебрегают и не используют в дальнейшем эксперименте.

Как следует из анализа рис.1, для всех представленных здесь полиномиальных линий коэффициент аппроксимации равен 1. Это означает, что все перечисленные здесь кривые описывают данные эксперимента с максимально допустимой точностью в 100 %. Как уже отмечалось, это редкий случай в практике тренд – моделирования, тем не менее, как оказывается, он может иметь место.

**Вывод.** Подводя итог проделанной работе, отметим главное. Описанный в статье подход привлечения трендовых линий к представлению опытных данных вполне оправдан в рассмотренной выше частной ситуации, когда речь идет, например, о концентрации тяжелых металлов в почве. Однако можно с уверенностью утверждать, что такие же оценки можно выполнить и во многих других ситуациях, так или иначе связанных со статобработкой эксперимента в экологии животноводства. Для этого следует лишь воспользоваться известными положениями математического моделирования и умело применить их в своей ситуации.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ларионов, Н. М. Промышленная экология: Учебник для бакалавров / Н. М. Ларионов, А. С. Рябышенков. – М.: Юрайт, 2017. – 495 с.
2. Ксенофонтов, Б. С. Промышленная экология: Уч. пос. / Б. С. Ксенофонтов, Г. П. Павлихин, Е. Н. Симакова. – М.: ИД ФОРУМ, НИЦ ИНФРА-М, 2016. – 208 с.
3. Коробкин В. И. Экология: Учебник для студентов вузов / В. И. Коробкин, Л. В. Передельский. -6-е изд., доп. и перераб. – Ростон н/Д: Феникс, 2007. – 575 с.
4. Зайцев, В. А. Промышленная экология: Учебное пособие / В. А. Зайцев. – М.: БИНОМ. ЛЗ, 2016. – 382 с.
5. Женихов, Ю. Н. Обращение с опасными отходами: Учеб. пос. / Ю. Н. Женихов, В. Н. Иванов. – Тверь: ТГТУ, 2004. – 224с.
6. Мазуркин, П. М. Статистическая экология: Учеб.пос. / П. М. Мазуркин. – ЙошкарОла: МарГУ, 2004. – 308с.
7. Методы анализа и управления эколого-экономическими рисками: Учеб.пос. / Под ред. Н. П. Тихомирова. – М.: Изд-во ЮНИТИ, 2003. – 350с.
8. Афанасьев, В. М. м. □ ..2 р А ов иП С й Й м а х ]

9. Лукашин Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. – М.: Финансы и статистика, 2003.
10. Орлова, И. В. Экономико-математическое моделирование: Практическое пособие по решению задач. – М.: Вузовский учебник, 2004. – 144 с.
11. Голик Е. С. Теория и методы статистического прогнозирования: Учебное пособие / Е. С. Голик, О. В. Афанасьева. – СПб.: Изд-во СЗТУ, 2007. – 182 с.
12. Статистика: Учебник / И. И. Елисева. – М.: Высшее образование, 2009.
13. Бузина И.Н., Пузик В.К. Состояние почв и оценка окружающей среды вокруг полигона твердых бытовых отходов. – Вестник Белорусской сельскохозяйственной академии. – №3. – 2014. – С. 102–106.