

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ,
НАУКИ И КАДРОВОЙ ПОЛИТИКИ

Учреждение образования
«БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ
ОРДЕНОВ ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

В. В. Масич, А. В. Цвыр, И. В. Шараева

ФИЗИКА

СБОРНИК ЗАДАЧ

*Рекомендовано учебно-методическим объединением
в сфере высшего образования Республики Беларусь
по образованию в области сельского хозяйства
в качестве учебно-методического пособия
для студентов учреждений образования, обеспечивающих
получение общего высшего образования по специальностям
6-05-0811-03 Мелиорация и водное хозяйство,
6-05-0532-03 Землеустройство и кадастры*

Горки
Белорусская государственная
сельскохозяйственная академия
2025

УДК 53:536.7(075.8)

ББК 22.3я73

М31

*Одобрено методическими комиссиями
мелиоративно-строительного факультета 23.12.2024 (протокол № 4),
землеустроительного факультета 24.12.2024 (протокол № 4)
и Научно-методическим советом
Белорусской государственной сельскохозяйственной академии
26.12.2024 (протокол № 5)*

Авторы:

доктор педагогических наук, профессор *B. B. Масич*;
старший преподаватель *A. B. Цвыр*;
аспирант *I. B. Шараева*

Рецензенты:

кандидат физико-математических наук *B. Ю. Плавский*;
кандидат физико-математических наук, доцент *E. B. Тимощенко*;
кандидат технических наук, доцент *A. E. Маркевич*

Масич, В. В.

M31 Физика. Сборник задач : учебно-методическое пособие /
B. B. Масич, A. B. Цвыр, I. B. Шараева. – Горки : Белорус. гос.
с.-х. акад., 2025. – 163 с.
ISBN 978-985-882-751-9.

Приведены краткий теоретический материал по всем разделам курса физики, вопросы для теоретической подготовки и самопроверки знаний, примеры решения задач и задачи для самостоятельного решения.

Для студентов учреждений образования, обеспечивающих получение общего высшего образования по специальностям 6-05-0811-03 Мелиорация и водное хозяйство, 6-05-0532-03 Землеустройство и кадастры.

УДК 53:536.7(075.8)

ББК 22.3я73

ISBN 978-985-882-751-9

© Белорусская государственная
сельскохозяйственная академия, 2025

ВВЕДЕНИЕ

Данное издание содержит 19 тем и более 300 задач для домашнего и аудиторного решения, а также приведены примеры решения задач из курса физики. Тематика задач охватывает все разделы курса – от механики до ядерной физики. Перед каждой темой, которая выносится на практическое занятие, приведен вопрос для теоретической подготовки и самопроверки знаний. Примеры решения задач будут полезными при самостоятельном выполнении домашних заданий.

Кроме того, для упрощения расчетов учебно-методическое пособие снабжено приложениями, в которых приведены необходимые справочные материалы: основные единицы и производные величины системы СИ, значения важнейших физических постоянных, характеристики веществ и материалов, массы и энергии элементарных частиц и атомных ядер, а также дополнительные данные для решения задач, прил. 1–11.

Учебно-методическое пособие составлено в соответствии с программой по физике для студентов инженерных специальностей Белорусской государственной сельскохозяйственной академии. Его цель – помочь студентам в самостоятельной подготовке к каждому практическому занятию по данному предмету.

Чтобы занятие достигло цели, студент должен заранее знать его тему, какие вопросы необходимо проработать, на какие вопросы придется отвечать, какие задачи будут предложены для решения на занятии и дома. В связи с этим в структуру методической разработки каждого занятия входят:

- тема занятия;
- перечень вопросов программного материала, который следует проработать;
- вопросы для самопроверки;
- примеры решения задач;
- тексты задач для решения на занятии;
- тексты задач для самостоятельного решения.

1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ, МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕРМОДИНАМИКИ

Занятие 1. Кинематика поступательного и вращательного движения материальной точки

Теоретический материал

Материальная точка и траектория ее движения. Пройденный путь. Система отсчета. Основные кинематические величины: перемещение, скорость, ускорение.

Движение относительно двух систем отсчета. Правило сложения скоростей.

Элементы кинематики движения по окружности. Угловые перемещение, скорость и ускорение. Связь между линейными и угловыми кинематическими величинами.

Кинематические уравнения равномерного и равнопеременного прямолинейного и вращательного движений.

Контрольные вопросы

1. Что называют материальной точкой и абсолютно твердым телом?
2. Что такое система отсчета?
3. Какие из кинематических величин векторные, а какие скалярные? Почему это важно знать?
4. Нарисуйте в прямоугольной системе координат вектор скорости и найдите его составляющие по координатным осям.
5. Сложите вектор длиной 4 см, направленный на восток, с вектором длиной 6 см, направленным на юг. Куда направлен результирующий вектор и чему равна его длина?
6. Дайте определение для перемещения материальной точки.
7. Как определяется направление скорости и ускорения при прямолинейном и криволинейном движении?
8. Как находят средние и мгновенные значения скорости и ускорения?
9. В каком случае ускорение имеет тангенциальную и нормальную составляющие? Привести примеры движения только с одной из составляющих ускорения.
10. Что называют угловым перемещением, угловой скоростью и угловым ускорением? Как эти угловые величины связаны с соответствующими линейными величинами?

11. Записать кинематические уравнения прямолинейного равномерного и равнопеременного движений. Записать аналогичные уравнения для вращательного движения.

12. Как определяется направление угловой скорости и углового ускорения?

13. Как определяется радиус кривизны траектории?

14. С какой скоростью центр Земли движется по орбите вокруг Солнца? Орбиту Земли приближенно принять за окружность радиусом $1,5 \cdot 10^{11}$ м.

15. Чему равна линейная скорость, с которой точка на экваторе поверхности Земли движется относительно центра Земли? Чему равна угловая скорость вращательного движения Земли вокруг ее оси?

16. В чем состоит принцип независимости движений?

17. Сформулировать правило сложения скоростей.

Основные формулы

Прямолинейное движение

Скорость неравномерного движения

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}.$$

Скорость равномерного движения

$$v = \frac{s}{t}.$$

Мгновенное ускорение

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Ускорение равнопеременного движения

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

В случае равнопеременного движения

$$S = v_0 t + \frac{at^2}{2};$$

$$v = v_0 + at;$$

$$a = \text{const.}$$

Криволинейное и вращательное движение

Полное ускорение вычисляется по формуле

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2},$$

где $a_\tau = dt/dt$;

$a_n = v^2/R$, R – радиус кривизны траектории в данной точке.

Угловая скорость при вращательном неравномерном движении

$$\omega = \frac{d\phi}{dt},$$

в случае равномерного вращения

$$\omega = \frac{\phi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n,$$

где T – период вращения;

n – частота вращения, т. е. число оборотов в единицу времени.

Мгновенное угловое ускорение при неравномерном вращении

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt};$$

в случае равнопеременного вращения

$$\varepsilon = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t};$$

$$\phi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2};$$

$$\omega_t = \omega_0 + \varepsilon t;$$

$$\varepsilon = \text{const.}$$

Связь между линейными и угловыми величинами

$$v = \omega R ;$$

$$a_t = \varepsilon R ;$$

$$a_n = \omega^2 R .$$

Примеры решения задач

Задача 1. Скорость лодки относительно воды – 10,8 км/ч, скорость воды в речке – 5,4 км/ч. Под каким углом α необходимо держать курс, чтобы отчалив от пункта A на одном берегу, попасть в противоположный пункт B на другом берегу (рис. 1)?

1.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$v_1 = 10,8 \text{ км/ч}$
$v_2 = 5,4 \text{ км/ч}$
$a - ?$

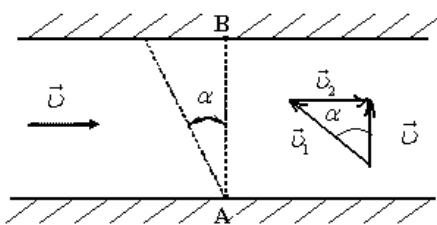


Рис. 1

1.2. Анализ и решение задачи.

Лодка движется со скоростью \vec{v}_1 относительно воды, в то же время вода ее переносит со скоростью \vec{v}_2 относительно берега. Лодку следует направить так, чтобы ее результирующее движение относительно берега происходило в направлении AB . Связем систему отсчета K (неподвижную) с берегом, а систему K' (подвижную) с водой. Тогда по правилу сложения скоростей результирующая скорость v лодки в направлении AB выразится суммой

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 ,$$

которая графически показана на рис. 1 справа. Из прямоугольного треугольника имеем: $\sin \alpha = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{2}$; $\alpha = 30^\circ$.

Ответ: $\alpha = 30^\circ$.

Задача 2. Частичка двигалась по дуге окружности в соответствии с уравнением $S = 4 + t^2 + 0,5t^3$ м. Определить радиус окружности, если известно, что через 2 с после начала движения нормальная составляющая ускорения частички равнялась 10 м/с^2 . Чему равнялось полное ускорение в этот момент времени?

2.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$$\begin{array}{l} S = 4 + t^2 + 0,5t^3 \text{ м} \\ t = 2 \text{ с} \\ a_n = 10 \text{ м/с}^2 \\ \hline R - ? \quad a - ? \end{array}$$

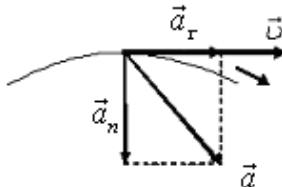


Рис. 2

2.2. Анализ и решение задачи.

При криволинейном движении скорость частички в каждый момент времени направлена по касательной к траектории, а ускорение – под некоторым углом к скорости. В этом случае вектор ускорения раскладываются на две составляющие – нормальную (перпендикулярную к скорости) и тангенциальную (направленную по линии скорости), как показано на рис. 2. Составляющие и полное ускорение находят по формулам: $a_n = v^2/R$, $a_\tau = dv/dt$, $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$, где скорость $v = ds/dt$. Соответственно этим формулам получаем:

$$v = 2t + 1,5t^2 = 4 + 1,5 \cdot 4 = 10 \text{ м/с};$$

$$R = v^2/a_n = 100 / 10 = 10 \text{ м};$$

$$a_\tau = 2 + 3t = 8 \text{ м/с}^2;$$

$$a = \sqrt{10^2 + 8^2} = 12,8 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $R = 10 \text{ м}$; $a = 12,8 \text{ м/с}^2$.

Задача 3. Тяжелое тело бросили под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 . Определить форму траектории его движения и дальность полета.

3.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

α
v_0
$y = f(x) - ?$
$S - ?$

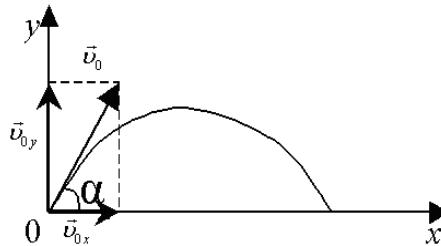


Рис. 3

3.2. Анализ и решение задачи.

Рассмотрим движение тела в системе координат, как показано на рис. 3. Разложим начальную скорость \vec{v}_0 на две составляющие, направленные по координатным осям соответственно на \vec{v}_{0x} и \vec{v}_{0y} . После этого движение тела по криволинейной траектории будем рассматривать как результат его движений по оси y с ускорением g и по оси x по инерции. Эти два прямолинейных движения происходят одновременно и независимо друг от друга по соответствующим законам:

$$y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}; \quad (1)$$

$$x = v_{0x}t. \quad (2)$$

Чтобы получить траекторию, нужно координату y выразить через x , исключив время t из уравнений (1) и (2):

$$y = \frac{v_{0y}}{v_{0x}}x - \frac{g}{2v_{0x}^2}x^2. \quad (3)$$

Для постоянных коэффициентов уравнения (3) введем обозначения:

$$\frac{v_{0y}}{v_{0x}} = a, \quad \frac{g}{2v_{0x}^2} = b.$$

После этого уравнение траектории приобретает вид:

$$y = ax - bx^2, \quad (4)$$

а это уравнение параболы. Таким образом, тело, брошенное под углом к горизонту, движется по параболе.

Дальность полета найдем с помощью уравнения равномерного движения (2), подставив в него время движения. Время движения найдем из условия, что в конце движения координата тела у равна нулю; из уравнения (1) имеем:

$$0 = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2};$$

$$t = 2 \frac{v_{0y}}{g} = 2 \frac{v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Поскольку $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$, то

$$x_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha = s. \quad (5)$$

Из выражения (5) следует, что при заданной начальной скорости дальность полета зависит от угла α . Максимального значения дальность полета приобретает при $\alpha = 45^\circ$, при этом $s_{\max} = v_0^2/g$, если со-противлением воздуха можно пренебречь.

Ответ: $y = ax - bx^2$; $s_{\max} = v_0^2/g$.

Задачи для решения в аудитории

1. Движение точки по дуге радиусом 2 м описывается уравнением $S = A + B + Ct^2$, где $A = 7$ м, $B = 8$ м/с, $C = -1$ м/с². Найти тангенциальное, нормальное и полное ускорения точки через 3 с после начала движения.

2. Мяч, брошенный вертикально вверх, упал на землю через 3 с. С какой скоростью бросили мяч, и на какую высоту он поднялся? Сколько времени падал мяч, и с какой скоростью он приземлился? Сопротивлением воздуха пренебречь.

3. Снаряд вылетает со скоростью 1000 м/с под углом 45° к горизонту. Определить время, дальность полета и максимальную высоту траектории снаряда.

4. Вентилятор вращается с частотой 900 об/мин. После отключения, вращаясь равнозамедленно, он до остановки сделал 75 оборотов. Сколько времени прошло от момента выключения до остановки?

5. Через одну минуту после начала равноускоренного вращения маховик имел угловую скорость 75,36 рад/с. Чему равно в этот момент

времени полное ускорение точек маховика, расположенных на расстоянии 10 см от его оси?

6. Колесо, вращаясь равнозамедленно при торможении, за одну минуту уменьшило частоту оборотов с 300 об/мин до 180 об/мин. Найти угловое ускорение колеса и число оборотов, сделанных за это время.

Домашнее задание

1. Пуля пробила два вертикально закрепленных листа, расстояние между которыми 30 м. Пробоина во втором листе оказалась на 10 см ниже, чем в первом. Определить скорость пули, зная, что к первому листу она подлетела, двигаясь горизонтально. Сопротивлением воздуха пренебречь.

2. Автомобиль движется по закругленному шоссе, радиус кривизны которого 50 м. Закон движения выражается уравнением $S = 10 + 10t + 0,5t^2$ м. Найти скорость автомобиля, его тангенциальное, нормальное и полное ускорения через 10 с после начала движения.

3. Под каким углом к горизонту нужно установить ствол пушки, чтобы попасть в цель на расстоянии 10 км, если начальная скорость снаряда 500 м/с? Сопротивлением воздуха пренебречь.

4. С какой скоростью и по какому курсу должен лететь самолет, чтобы за два часа пролететь точно на север 300 км, если во время полета дует северо-западный ветер под углом 30° к меридиану (направление ветра указывает, откуда он дует) со скоростью 25 км/ч?

5. Вал вращается с частотой 180 об/мин. При торможении он вращается равнозамедленно с угловым ускорением -3 рад/с^2 . Через какое время он остановится и сколько оборотов за это время сделает?

6. Колесо радиусом 10 см вращается с ускорением, при этом угол поворота его радиуса с течением времени изменяется соответственно уравнению $\phi = 1 + 2t + t^3$ рад. Для точек обода колеса найти значения, которые будут иметь через 5 с после начала движения следующие величины: 1) угловую скорость; 2) линейную скорость; 3) угловое ускорение; 4) тангенциальное ускорение; 5) нормальное ускорение.

Занятие 2. Динамика поступательного движения

Теоретический материал

Основные динамические величины. Понятие о силе. Виды сил в механике. Сила тяжести. Закон всемирного тяготения. Сила упругости. Закон Гука. Сила трения скольжения. Принцип независимости действия сил. Инертность. Импульс тела и импульс силы. Законы динамики Ньютона.

Контрольные вопросы

1. Что называют силой? Чем характеризуется эта физическая величина?
2. Как определить количество сил, действующих на теле?
3. Какую силу называют равнодействующей?
4. В чем состоит принцип независимости действия сил?
5. Сформулируйте закон всемирного тяготения.
6. Сформулируйте закон Гука. Какова природа сил упругости?
7. От чего зависит сила трения скольжения?
8. Каким прибором измеряют значение силы?
9. Что называют инертностью тела и какой величиной ее характеризуют?
10. Какую систему отсчета называют инерциальной?
11. Сформулируйте первый закон Ньютона.
12. Что такое импульс тела и импульс силы?
13. Как формулируется второй закон Ньютона? Дайте определение второго закона Ньютона через изменение импульса тела.
14. Сформулируйте третий закон Ньютона. Приведите примеры.
15. Частица движется по криволинейной траектории. Как направлена сила, действующая на частицу? Какова роль нормальной и тангенциальной составляющих силы? Каким будет движение частицы при отсутствии одной из составляющих?
16. Чем отличается вес тела от силы тяжести, действующей на тело?
17. Тело массой m находится на наклонной плоскости. Найти составляющие силы тяжести, которые действуют на тело вдоль плоскости и перпендикулярно к ней.

Основные формулы

Сила тяжести

$$F_m = mg.$$

Сила упругости (закон Гука)

$$F = -kx,$$

где k – коэффициент, численно равный силе, вызывающей деформацию, равную единице;
 x – величина упругой деформации.

Сила трения скольжения

$$F_{\text{тр}} = \mu F_N ,$$

где μ – коэффициент трения скольжения;

F_N – сила давления, прижимающая движущееся тело к поверхности скольжения и направленная к этой поверхности под прямым углом.

Основной закон динамики (второй закон Ньютона):

$$\vec{F} = m\vec{a} ,$$

где \vec{F} – равнодействующая всех сил, действующих на тело массой m ,
т. е. $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$.

Второй закон Ньютона в более общем виде:

$$\Delta\vec{P} = \vec{F}\Delta t ,$$

где $\Delta\vec{P}$ – изменение импульса тела;

$F\Delta t$ – импульс действующей на тело силы.

Третий закон Ньютона:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} .$$

Примеры решения задач

1. Вагон массой 10 т отцепили от подвижного состава. Двигаясь равнозамедленно, он за 20 с прошел путь 20 м и остановился. Найти силу трения, коэффициент трения и начальную скорость вагона.

1.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$m = 10^4 \text{ кг}$
$t = 20 \text{ с}$
$S = 20 \text{ м}$
$F_{\text{тр}} = ?$ $\mu = ?$
$v_0 = ?$

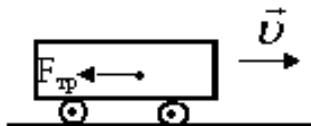


Рис. 4

1.2. Анализ и решение задачи.

Равнозамедленное движение вагона происходит с ускорением $a < 0$ под действием силы трения (рис. 4) По второму закону Ньютона

$F_{\text{тр}} = ma$, а по определению силы трения скольжения $F_{\text{тр}} = \mu mg$. Чтобы найти ускорение, воспользуемся формулами равнозамедленного движения: $v_t = v_0 - at$; $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$. Поскольку $v_t = 0$, то из этих формул имеем: $v_0 = at$; $S = at^2/2$, ведь $a = 2S/t^2$. Теперь можно найти неизвестные величины: $F_{\text{тр}} = 2mS/t^2$, $\mu = a/g = 2S/gt^2$, $v_0 = 2S/t$. После подстановки чисел получим: $F_{\text{тр}} = 10^3$ Н, $\mu = 0,01$, $v_0 = 2$ м/с.

Ответ: $F_{\text{тр}} = 10^3$ Н, $\mu = 0,01$, $v_0 = 2$ м/с.

Задача 2. Участок шоссе имеет склон 1 м на каждые 25 м пути. По шоссе вверх (рис. 5) равномерно движется автомобиль массой 2 т. Какую силу тяги развивает мотор автомобиля, если коэффициент трения равен 0,1?

2.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$$\begin{array}{l} m = 2 \text{ т} \\ h = 1 \text{ м} \\ S = 25 \text{ м} \\ \mu = 0,1 \\ v = \text{const} \\ \hline F - ? \end{array}$$

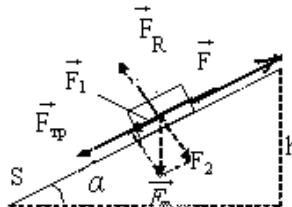


Рис. 5

2.2. Анализ и решение задачи.

На автомобиль кроме силы тяги \vec{F} действуют еще три силы – сила тяжести $m\vec{g}$, реакция опоры \vec{F}_R и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ (рис. 5). По второму закону Ньютона векторная сумма этих сил равна произведению массы автомобиля и его ускорения. Поскольку ускорение равно нулю, то $\vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_R + \vec{F}_{\text{тр}} = 0$. Из этого уравнения можно найти силу тяги F , только следует от векторной суммы перейти к алгебраической. С этой целью разложим силу тяжести на составляющие \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , где \vec{F}_1 – параллельная к шоссе, а \vec{F}_2 – перпендикулярная к нему. Из рисунка и условия равномерного движения вытекает, что $F - F_1 - F_{\text{тр}} = 0$,

$F_2 - F_R = 0$, а поэтому $F = F_1 + F_{tp}$. Таким образом, сила тяги мотора уравновешивается составляющей силы тяжести F_1 и силой трения. Поскольку $F_1 = mg \sin \alpha$, $F_{tp} = \mu F_2 = \mu mg \cos \alpha$, то $F = mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$.

Учитывая, что $\sin \alpha = h/S = 0,04$; $\cos \alpha = 1$, $g = 10 \text{ м/с}^2$, получим $F = 2,1 \cdot 10^3 \text{ Н}$.

Ответ: $F = 2,1 \cdot 10^3 \text{ Н}$.

Задача 3. Грузы 500 г и 250 г, связанные невесомой и нерастяжимой нитью, движутся по горизонтальной поверхности под действием силы 4,5 Н, приложенной к первому из них (рис. 6), коэффициент трения между грузами и поверхностью – 0,2. С каким ускорением движутся грузы, и чему равна сила натяжения нити?

3.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$$\begin{aligned} m_1 &= 500 \text{ г} \\ m_2 &= 250 \text{ г} \\ F &= 4,5 \text{ Н} \\ \mu &= 0,2 \\ a - ? \quad F_H - ? \end{aligned}$$

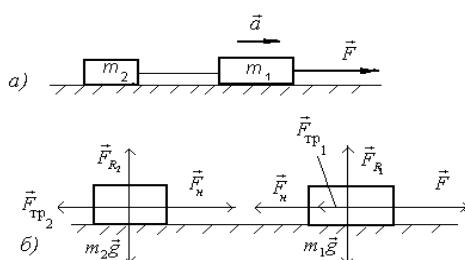


Рис. 6

3.2. Анализ и решение задачи.

Поскольку нить нерастяжимая, то грузы движутся с одинаковыми ускорениями, обусловленными равнодействующей сил, действующей в горизонтальном направлении. Силы, действующие на каждый груз, показаны на рис. 6. Записываем уравнение второго закона Ньютона сначала для каждого из грузов (в горизонтальном и вертикальном направлениях):

$$F - F_H - F_{tp_1} = m_1 a ; \quad (1)$$

$$F_{R_1} - m_1 g = 0 ; \quad (2)$$

$$F_H - F_{tp_2} = m_2 a ; \quad (3)$$

$$F_{R_2} - m_2 g = 0 . \quad (4)$$

Сила трения скольжения равна произведению силы нормального давления и коэффициента трения. Сила нормального давления равна реакции опоры F_R (третий закон Ньютона), а поэтому в соответствии с (2) и (4) имеем:

$$F_{\text{tp}_1} = \mu m_1 g; \quad (5)$$

$$F_{\text{tp}_2} = \mu m_2 g. \quad (6)$$

Из равенств (1), (3), (5) и (6) имеем:

$$F - F_{\text{tp}_1} - F_{\text{tp}_2} = (m_1 + m_2)a;$$

$$a = \frac{F - F_{\text{tp}_1} - F_{\text{tp}_2}}{m_1 + m_2} = \frac{F - \mu g(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2}.$$

$$F_H = m_2 a + F_{\text{tp}_2} = m_2 a + \mu m_2 g = m_2(a + \mu g).$$

После подстановки числовых данных, получим:

$$a = 4 \text{ м/с}^2; F_H = 1,5 \text{ Н.}$$

Ответ: $a = 4 \text{ м/с}^2; F_H = 1,5 \text{ Н.}$

Задачи для решения в аудитории

1. От поезда, движущегося по горизонтальному участку пути с постоянной скоростью v_0 , отцепили $\frac{1}{3}$ состава. Спустя некоторое время скорость отцепленных вагонов уменьшилась в два раза? Считая, что сила тяги после разрыва состава не изменилась, определить скорость головной части поезда в этот момент. Сила трения пропорциональна массе и не зависит от скорости.

2. Блок, массой которого можно пренебречь, установлен на вершине наклонной плоскости с углом наклона 30° . Через блок перекинут шнур, связывающий два одинаковых груза массой по 2 кг, один из которых находится на наклонной плоскости. Найти ускорение, с которым движутся грузы, и натяжение шнура. Трением пренебречь.

3. С какой средней силой давит на плечо ручной пулемет при стрельбе, если масса пули 10 г, ее скорость при вылете 800 м/с, а скорость стрельбы пулемета 600 выстрелов за минуту?

4. Груз массой 100 кг поднимается по наклонной плоскости с углом наклона 20° под действием силы 1 кН, действующей параллельно плоскости. С каким ускорением движется груз, если коэффициент трения равен 0,1?

5. На концах нити, перекинутой через блок, на одном уровне висят два бремени разной массы. Через 2 с после начала движения грузов под действием силы тяжести расстояние между ними по высоте равнялось 1,2 м. Определить массу большего груза, если масса меньшего равна 0,2 кг.

6. Масса лифта с пассажирами 800 кг. Найти с каким ускорением и в каком направлении движется лифт, если известно, что натяжение троса, который поддерживает лифт, равно $1,2 \cdot 10^4$ Н?

Домашнее задание

1. Какую силу требуется приложить к вагону массой 16 т, чтобы он стал двигаться равноускоренно и за 30 с прошел путь 11 м? Во время движения на вагон действует сила трения, равная 0,05 действующей на него силы тяжести.

2. Водитель автомобиля массой 1 т начинает тормозить на расстоянии 25 м до препятствия на дороге. Тормозная сила, действующая на автомобиль, равна $3,84 \cdot 10^3$ Н. При какой наибольшей скорости движения автомобиль успеет остановиться перед препятствием?

3. Через блок перекинута нить с грузами 80 г и 120 г на концах. С каким ускорением будут двигаться грузы? Чему равна сила давления на ось блока? Массой нити и блока, а также трением пренебречь.

4. Молекула массой $4,65 \cdot 10^{-26}$ кг налетает на стенку со скоростью 600 м/с под углом 60° к нормали и под таким же углом упруго отскакивает от нее без потери скорости. Найти импульс силы, который получает стенка за время удара.

5. Тело соскальзывает с плоскости, наклоненной под углом 45° к горизонту. Зависимость пройденного телом пути от времени описывается уравнением: $S = 1,73t^2$ м. Найти коэффициент трения между телом и плоскостью.

6. В лифте на пружинном динамометре висит груз массой 2 кг. Найти ускорение, с которым движется лифт, если динамометр показывает 24 Н.

Занятие 3. Динамика вращательного движения. Законы сохранения импульса и момента импульса

Теоретический материал

Замкнутая система тел и ее импульс. Закон сохранения импульса. Момент импульса тела. Момент силы, плечо силы. Момент инерции тела. Центр инерции системы тел. Теорема о движении центра инерции.

Уравнение моментов. Закон сохранения момента импульса. Основное уравнение динамики вращательного движения. Теорема Штейнера.

Контрольные вопросы

1. Какую систему тел называют замкнутой?
2. Чему равна векторная сумма всех внутренних сил замкнутой системы?
3. Как формулируется закон сохранения импульса.
4. Какое свойство пространства отображает закон сохранения импульса?
5. Как определяется центр инерции системы частиц? Как движется центр инерции замкнутой системы тел?
6. Какую величину называют моментом силы? Как найти плечо силы?
7. Как определяется момент импульса частицы относительно точки или оси?
8. Как формулируется закон сохранения момента импульса?
9. Какое соотношение называют уравнением моментов?
10. Что такое момент инерции материальной точки, твердого тела? Какая роль этой величины во вращательном движении?
11. Что утверждает теорема Штейнера?
12. Как формулируется основной закон динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси? Записать основное уравнение динамики вращательного движения.
13. Привести примеры проявления законов сохранения в природе и технике.

Основные формулы

Момент силы относительно какой-либо оси

$$M = Fl,$$

где l – плечо силы, т. е. длина перпендикуляра, опущенного из центра вращения на линию действия силы \vec{F} .

Момент импульса частицы массой m относительно какой-нибудь оси

$$L = mvl,$$

где v – скорость частицы;

l – плечо импульса, т. е. расстояние от оси до прямой, вдоль которой направлена скорость \vec{v} .

Момент инерции частицы массой m относительно какой-нибудь оси вращения

$$I = mr^2,$$

где r – расстояние от частицы до оси.

Момент инерции некоторых тел:

- сплошного однородного цилиндра (диска) радиусом R относительно оси цилиндра

$$I = \frac{1}{2}mR^2;$$

- однородного шара радиусом R относительно оси, проходящей через центр шара,

$$I = \frac{2}{5}mR^2;$$

- однородного стержня относительно оси, проходящей через его середину перпендикулярно к длине l ,

$$I = \frac{1}{12}ml^2.$$

Момент импульса твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси с угловой скоростью ω ,

$$\vec{L} = I\vec{\omega},$$

где I – момент инерции тела относительно оси вращения.

Основной закон динамики вращательного движения:

$$\vec{M} = I\vec{\epsilon},$$

где $\vec{\epsilon}$ – угловое ускорение, приобретаемое телом под действием вращательного момента \vec{M} .

Уравнение закона сохранения импульса для двух взаимодействующих тел m_1 и m_2 :

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2,$$

где \vec{v}'_1 и \vec{v}'_2 – скорости тел после взаимодействия.

Уравнение закона сохранения момента импульса для двух взаимодействующих тел относительно одной и той же оси вращения:

$$I_1\vec{\omega}_1 + I_2\vec{\omega}_2 = I_1\vec{\omega}'_1 + I_2\vec{\omega}'_2,$$

где $\vec{\omega}'_1$ и $\vec{\omega}'_2$ – угловые скорости тел после взаимодействия.

Примеры решения задач

Задача 1. Маховик массой 4 кг свободно вращался вокруг горизонтальной оси, проходящей через его центр, с частотой 720 об/мин. Масса маховика распределена равномерно по его ободу радиусом 40 см. Через 30 с под действием постоянного тормозного момента маховик остановился. Определить величину тормозного момента и число оборотов, сделанных маховиком до полной остановки.

1.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$m = 4 \text{ кг}$
$R = 40 \text{ см} = 0,4 \text{ м}$
$n = 720 \text{ об/мин} = 12 \text{ об/с}$
$t = 30 \text{ с}$
$M - ? \quad N - ?$

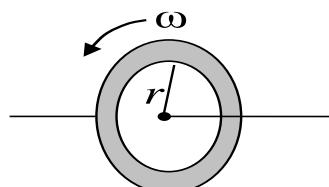


Рис. 7

1.2. Анализ и решение задачи.

Под действием постоянного тормозного момента M маховик вращается равнозамедленно с угловым ускорением ϵ . По основному уравнению динамики вращательного движения $M = I\epsilon$, где I – момент

инерции маховика. Поскольку масса маховика сконцентрирована на его ободе (рис. 7), то $I = mR^2$. Угловое ускорение найдем из уравнения $\omega = \omega_0 - \varepsilon t$, откуда $\varepsilon = \omega_0/t = 2\pi n/t$. Таким образом, $M = 2\pi n m R^2/t ; M = 2 \cdot 3,14 \cdot 12 \cdot 4 \cdot 0,16 / 30 = 1,6 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

Число оборотов $N = \phi/2\pi$, где ϕ – угловое перемещение, совершенное маховиком за время t : $\phi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}$. Поскольку $\varepsilon t = \omega_0$, то $\phi = \omega_0 t/2$, а $N = nt/2$; после подстановки чисел имеем $N = 12 \cdot 30/2 = 180$ оборотов.

Ответ: $M = 1,6 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $N = 180$ оборотов.

2. Граната, летевшая со скоростью 10 м/с, разорвалась на два осколка. Больший осколок, масса которого составляет 60 % массы всей гранаты, продолжал двигаться в первоначальном направлении, но с большей скоростью, равной 25 м/с. Найти скорость меньшего осколка.

2.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$$\begin{array}{l} v = 10 \text{ м/с} \\ m_1 = 0,6m \\ u_1 = 25 \text{ м/с} \\ u_2 = ? \end{array}$$

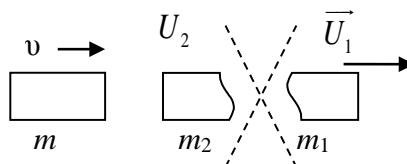


Рис. 8

2.2. Анализ и решение задачи.

Внутренние силы, возникающие в гранате во время ее взрыва, значительно превышают внешние, поэтому последними можно пренебречь и на это очень короткое время считать гранату и ее осколки замкнутой системой тел, для которой действует закон сохранения импульса:

$$m\vec{v} = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2, \quad (1)$$

где \vec{u}_1 и \vec{u}_2 – векторы скорости соответственно большого и меньшего осколков.

Из (1) следует:

$$\vec{u}_2 = \frac{\vec{v} - 0,6\vec{u}_1}{0,4}. \quad (2)$$

Так как \vec{v} и \vec{u} находятся на одной прямой, то и их разность в (2) находится на той же прямой, а поэтому выражение (2) можно записать и в скалярном виде: $u_2 = \frac{v - 0,6u_1}{0,4}; u_2 = \frac{10 - 15}{0,4} = -12,5$ м/с.

Таким образом, скорость второго осколка по направлению противоположна скорости первого осколка.

Ответ: $u_2 = -12,5$ м/с.

Задача 3. Платформа в виде диска вращается по инерции вокруг вертикальной оси (рис. 9) с частотой 15 об/мин. На краю платформы стоит человек массой 70 кг. При переходе человека в центр платформы частота вращения увеличивается до 18 об/мин. Определить массу платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

3.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$n_1 = 15$ об/мин = $0,25$ с ⁻¹
$n_2 = 18$ об/мин = $0,3$ с ⁻¹
$m_{\text{ч}} = 70$ кг
$m_n - ?$

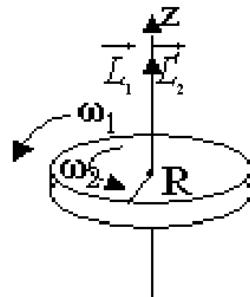


Рис. 9

3.2. Анализ и решение задачи.

Основное уравнение динамики вращательного движения запишем в следующем виде:

$$\Delta L_z = M_z \Delta t, \quad (1)$$

где ΔL_z – изменение проекции на ось Z проекции момента импульса системы за время Δt , в течение которого на систему действовал внешний момент сил M_z относительно оси Z .

Силой трения, которая могла бы тормозить платформу, будем пренебречь. Силы тяжести, действующие на человека и платформу, направлены параллельно оси Z , вокруг которой совершается вращение, а поэтому их моменты относительно оси Z равны нулю. Отсюда следует, что $\Delta L_z = 0$, т. е. проекция L_z остается неизменной:

$$L_{z_1} = L_{z_2}, \quad (2)$$

где $L_{z_1} = I_{z_1}\omega_1$, $L_{z_2} = I_{z_2}\omega_2$, $I_{z_1} = \frac{1}{2}m_nR^2 + m_nR^2$ – момент инерции системы платформа – человек до перехода человека в центр платформы, $I_{z_2} = \frac{1}{2}m_nR^2$ – момент инерции системы после перехода.

Подставляя эти выражения в уравнение (2), получим:

$$\left(\frac{1}{2}m_nR^2 + m_nR^2 \right) 2\pi n_1 = \frac{1}{2}m_nR^2 2\pi n_2.$$

После сокращения на $2\pi R^2$ и простых преобразований найдем массу платформы:

$$m_n = m_n \frac{2n_1}{n_2 - n_1};$$

$$m_n = 70 \frac{2 \cdot 0,25}{0,3 - 0,25} = 700 \text{ кг.}$$

Ответ: $m_n = 700$ кг.

Задачи для решения в аудитории

1. Шкив радиусом 5 см имеет горизонтальную ось вращения. На шкив намотана нить, к свободному концу которой привязана гиря массой 200 г. Найти момент инерции шкива, зная, что гиря опускается с ускорением 96 см/с². Трением на оси пренебречь.

2. Маховое колесо, момент инерции которого 245 кг·м², вращается с частотой 20 об/с. Через одну минуту после того, как на колесо перестал действовать врачающий момент, оно остановилось. Найти момент силы трения и число оборотов, сделанных колесом до полной остановки за указанную минуту.

3. Снаряд массой 100 кг, летевший горизонтально вдоль железнодорожного полотна со скоростью 500 м/с, попал в вагон с песком массой 10 т и застрял в нем. Какую скорость после удара будет иметь вагон в случаях: если вагон стоял неподвижно; вагон двигался со скоростью 36 км/ч в направлении движения снаряда; вагон двигался со скоростью 36 км/ч навстречу снаряду.

4. Два шара массой 3 и 2 кг двигаются навстречу друг другу со скоростями 6 и 2 м/с соответственно. Определить скорость шаров после столкновения. Столкновение было центральным и неупругим.

5. На концах тонкого невесомого стержня находятся два шара массой 30 и 90 г. Длина стержня 40 см. Определить момент инерции данной системы относительно оси, проходящей через центр масс системы перпендикулярно к стержню.

6. Горизонтальная платформа в виде диска массой 100 кг вращается с частотой 10 об/мин вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы. Человек массой 60 кг, который стоял на краю платформы, перешел к ее центру. С какой частотой начнет вращаться платформа?

Домашнее задание

1. Конькобежец массой 70 кг, который стоит на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой 3 кг со скоростью 8 м/с. Найти расстояние, на которое откатится конькобежец, если известно, что коэффициент трения коньков о лед равен 0,02.

2. Человек массой 60 кг, бегущий со скоростью 8 км/ч, догоняет тележку массой 80 кг, движущуюся со скоростью 2,9 км/ч, и прыгает в нее. С какой скоростью будет двигаться тележка с человеком? Найти также скорость при условии, что человек бежал навстречу тележке.

3. Маховик массой 350 кг имеет форму диска радиусом 40 см. К его ободу приложена касательная сила 150 Н. Через какое время после начала действия силы маховик будет иметь угловую скорость 300 об/мин?

4. Нить с привязанными к ее концам грузами массой 50 г и 60 г перекинута через блок диаметром 4 см. Определить момент инерции блока, если известно, что под действием силы тяжести грузов он получил угловое ускорение $1,5 \text{ рад/с}^2$. Трением пренебречь.

5. Чему равен момент импульса (относительно центра орбиты) спутника Земли массой m , который движется по орбите радиусом r ? Результат выразить через величины, входящие в закон всемирного тяготения, описывающий взаимодействие Земли и спутника.

6. Человек стоит в центре скамьи Жуковского, которая вращается по инерции со скоростью 0,5 рад/с. Момент инерции человека относительно оси вращения равен $2,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. В вытянутых руках человек держит две гири массой по 2 кг каждая на расстоянии 1,6 м. С какой частотой будет вращаться скамья с человеком, если человек опустит руки так, что расстояние между гирями станет 0,6 м? Моментом инерции скамьи пренебречь.

Занятие 4. Работа и мощность. Энергия. Закон сохранения и превращения энергии

Теоретический материал

Работа силы. Мощность. Единицы работы и мощности. Кинетическая энергия. Теорема об изменении кинетической энергии. Консервативные силы и потенциальные поля. Потенциальная энергия. Связь между консервативной силой и потенциальной энергией. Энергия тела при плоском движении. Работа при вращательном движении. Закон сохранения механической энергии.

Контрольные вопросы

1. Как определяется элементарная работа меняющейся силы? Записать формулу работы постоянной силы.
2. Чему равна работа силы, под действием которой тело движется по окружности равномерно?
3. Чему равна работа силы упругости во время растяжения пружины?
4. Каков физический смысл мощности? В каких единицах измеряется работа и мощность?
5. Что называют кинетической энергией тела? Доказать теорему об изменении кинетической энергии.
6. Что называют потенциальной энергией? От чего она зависит?
7. Рассчитать потенциальную энергию растянутой пружины.
8. Работу какой силы можно выразить через разность потенциальных энергий?
9. Чему равна работа консервативной силы на замкнутом пути?
10. Чему равна минимальная работа, необходимая для поднятия тела массой 1 кг на высоту 10^4 км над поверхностью Земли? Чему равна потенциальная энергия тела после такого перемещения?

11. Поле каких сил называют потенциальным? Назвать признаки потенциальности поля, привести примеры.

12. Определить кинетическую и потенциальную энергию тела массой 1 кг на высоте 0,5 км, которое свободно падает с высоты 1 км без начальной скорости.

13. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси. Записать формулы работы и кинетической энергии для этого движения.

14. Какое движение тела называют плоским? Записать формулу кинетической энергии плоского движения тела.

15. При каких условиях выполняется закон сохранения механической энергии? Сформулировать этот закон.

16. Выразить консервативную силу через потенциальную энергию.

Основные формулы

Работа постоянной силы \vec{F} , действующей на тело под углом α к перемещению \vec{S} , выражается формулой

$$A = FS \cos \alpha.$$

В случае переменной силы работу на конечном пути S находят путем интегрирования элементарных работ:

$$A = \int_S F_s dS,$$

где F_s – проекция силы на элементарное перемещение $d\vec{S}$, т. е.
 $F_s = F \cos \alpha$;

α – угол между \vec{F} и $d\vec{S}$.

Мощность – величина, характеризующая энергетические возможности механизма, измеряется работой, выполненной за единицу времени:

$$N = \frac{A}{t} \text{ и } N = Fv \cos \alpha,$$

если работа выполняется постоянной силой в процессе равномерного движения со скоростью v .

Кинетическая энергия тела

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Изменение кинетической энергии тела на пути S равно работе сил, действующих на тело (теорема об изменении кинетической энергии):

$$\Delta E_k = A.$$

Потенциальная энергия тела в точке 1 поля консервативных сил определяется работой, которую могут выполнить эти силы, перемещая тело из данной точки 1 в точку (или на уровень), принятую за начало отсчета, т. е. за 0:

$$E_{\text{п}} = A_{10};$$

- для тела в поле силы тяжести $m\vec{g}$ на высоту h :

$$E_{\text{п}} = mgh;$$

- для тела на пружине под действием силы $F = -kx$:

$$E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}.$$

Закон сохранения механической энергии при перемещении тела из точки 1 в точку 2 под действием внутренних консервативных сил записывается так:

$$E_{k_1} + E_{\text{п}1} = E_{k_2} + E_{\text{п}2}.$$

Работа вращающего момента M при повороте тела на угол φ вычисляется по формуле

$$A = M\varphi.$$

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси с постоянной угловой скоростью ω , вычисляется по формуле

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2},$$

где I – момент инерции тела.

Примеры решения задач

Задача 1. Для максимального сжатия пружины приходится прилагать силу в 1,6 кН, при этом длина пружины уменьшается на 20 мм.

Определить потенциальную энергию пружины, сжатой на 15 мм, зная, что возникающая при сжатии сила упругости изменяется по закону Гука.

1.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$F_{\max} = 1,6 \text{ кН}$
$x_{\max} = 20 \text{ мм}$
$x = 15 \text{ мм}$
$E_n - ?$

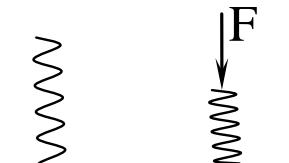


Рис. 10

1.2. Анализ и решение задачи.

По закону Гука сила упругости, возникающая при упругой деформации, прямо пропорциональна величине деформации и направлена противоположно деформации x , т. е. $F_{\text{уп}} = -kx$, где k – коэффициент жесткости пружины. Потенциальная энергия сжатой пружины равна работе силы упругости, выполняемой при уменьшении деформации от значения x до нуля, т. е.

$$E_n = A = \int_x^0 F_{\text{уп}} dx = -k \int_x^0 x dx = \frac{kx^2}{2}.$$

Коэффициент жесткости пружины найдем при условии, что $F_{\max} = kx_{\max}$, откуда $k = F_{\max}/x_{\max}$. Таким образом,

$$E_n = \frac{F_{\max} x^2}{2x_{\max}};$$

$$E_n = \frac{1,6 \cdot 10^3 \cdot (1,5 \cdot 10^{-2})^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 0,9 \cdot 10 = 9 \text{ Дж.}$$

Ответ: $E_n = 0,9 \cdot 10 = 9 \text{ Дж.}$

Задача 2. Железобетонную сваю массой 100 кг забивают в грунт молотом копра. Определить среднюю силу сопротивления грунта, зная, что при каждом ударе свая углубляется в грунт на 5 см, высота поднятия молота над свайей – 1,5 м, а его масса – 400 кг. Удар неупругий.

2.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$$\begin{array}{l} M = 400 \text{ кг} \\ m = 100 \text{ кг} \\ h = 1,5 \text{ м} \\ S = 5 \text{ см} \\ \hline F - ? \end{array}$$

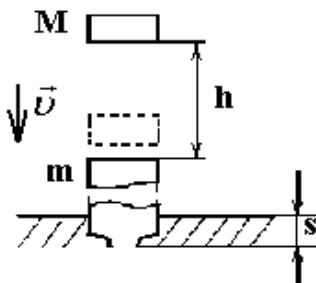


Рис. 11

2.2. Анализ и решение задачи.

В первый момент после удара система, состоящая из молота и сваи, движется как одно целое со скоростью v , имея кинетическую энергию $(M+m)v^2/2$. В этот же момент времени вся система находится выше от конечного положения на расстояние S , а поэтому обладает еще и потенциальной энергией $(M+m)gS$. Работа силы сопротивления на пути S равна изменению полной механической энергии системы $A = E_1 - E_1$ или

$$FS \cos 180^\circ = 0 - \left(\frac{(M+m)v^2}{2} + (M+m)gS \right),$$

откуда имеем

$$F = \frac{M+m}{2S} v^2 + (M+m)g. \quad (1)$$

Скорость v найдем из условия сохранения импульса системы за время удара $Mv_1 = (M+m)v$, где v_1 – скорость молота в момент удара. При свободном падении из высоты h скорость равняется $v_1^2 = 2gh$, поэтому

$$v^2 = \frac{M^2}{(M+m)^2} \cdot 2gh. \quad (2)$$

Подставив выражение (2) в (1), получим

$$F = \left(\frac{M^2}{M+m} \cdot \frac{h}{S} + M + m \right) g,$$

$$F = \left(\frac{1,6 \cdot 10^5}{5 \cdot 10^2} \cdot \frac{1,5}{5 \cdot 10^{-2}} + 5 \cdot 10^2 \right) \cdot 10 \approx 100 \text{ кН.}$$

Ответ: средняя сила сопротивления грунта 100 кН.

Задача 3. Маховик массой 20 кг и радиусом 15 см вращался с частотой 90 об/мин. После прекращения действия вращающего момента маховик, сделав 30 полных оборотов, остановился. Определить среднее значение момента сил трения, действовавших на маховик.

3.1. Краткая запись условия задачи, анализ задачи и ее решение.

$m = 20 \text{ кг}$	Вращение с постоянной частотой n возможно только при условии, что вращающий и тормозной моменты равны между собой и противоположны по направлению, при этом кинетическая энергия маховика равна $I\omega^2/2$, где угловая скорость $\omega = 2\pi n$.
$R = 15 \text{ см} = 0,15 \text{ м}$	
$n = 90 \text{ об/мин} = 1,5 \text{ об/с}$	
$N = 30$	

$$\frac{M_{\text{тр}} - ?}{M_{\text{тр}} - ?}$$

После прекращения действия вращающего момента маховик под действием только тормозного момента через некоторое время останавливается. Работа тормозного момента определяется формулой $A_{\text{тр}} = -M_{\text{тр}}\phi$, где угловое перемещение $\phi = 2\pi N$; знаком минус учитывается, что перемещение ϕ и момент $M_{\text{тр}}$ противоположны по направлению. По теореме об изменении кинетической энергии $\Delta E_k = A$, т. е. $0 - I\omega^2/2 = -M_{\text{тр}}\phi$, откуда

$$M_{\text{тр}} = \frac{I\omega^2}{2\phi} = \frac{mR^2(2\pi n)^2}{4 \cdot 2\pi N} = \frac{mR^2n^2\pi}{2N},$$

$$M_{\text{тр}} = \frac{2 \cdot 10 \cdot (1,5 \cdot 10^{-1})^2 \cdot 1,5^2 \cdot 3,14}{2 \cdot 30} = 5,3 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Ответ: $M_{\text{тр}} = 5,3 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{м.}$

Задачи для решения в аудитории

1. Грузы массой 100 кг медленно и равномерно передвигают по наклонной плоскости на высоту 2 м. Угол наклона плоскости к горизонту – 30° , коэффициент трения – 0,5. Найти силы, действующие на груз, и работу каждой из них в отдельности.

2. Автомобиль массой 1 т движется вверх по наклонному шоссе со скоростью 72 км/ч. Какую мощность развивает при этом двигатель автомобиля, если наклон шоссе составляет 4 м на каждые 100 м пути, а коэффициент трения равен 0,07?

3. Пуля массой 10 г попадает в баллистический маятник массой 5 кг и застrevает в нем. Определить скорость пули, зная, что вследствие удара пули маятник отклонился на угол 30° и что длина подвеса маятника 90 см.

4. Самолет массой 1 т летел горизонтально на высоте 1,2 км со скоростью 50 м/с. Выключив двигатель, пилот перевел самолет на снижение и достиг земли со скоростью 25 м/с. Определить среднюю силу сопротивления воздуха во время спуска, зная, что длина спуска 8 км.

5. Маховик, момент инерции которого $245 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, вращался с частотой 20 об/с. Через одну минуту после того, как на маховик перестал действовать врачающий момент, он остановился. Найти момент силы трения и число оборотов, сделанных маховиком до остановки, т. е. за последнюю минуту.

6. Диск массой 2 кг катился без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью 4 м/с. Найти кинетическую энергию диска.

Домашнее задание

1. Тело массой 1,5 кг, что находится на высоте 4,9 м, бросили вертикально вверх со скоростью 6 м/с. Найти работу сил сопротивления воздуха, зная, что на землю тело упало со скоростью 5 м/с.

2. Самолет для взлета должен иметь скорость 25 м/с. Определить мощность двигателей при взлете, зная, что масса самолета 1 т, длина пробега перед взлетом 100 м, коэффициент трения 0,02, а движение самолета при разгоне равноускоренное.

3. Найти работу силы в 300 Н, поднявшей по наклонной плоскости груз массой 20 кг на высоту 10 м с ускорением $5 \text{ м}/\text{с}^2$; сила направлена перпендикулярно плоскости. Трением пренебречь.

4. Маховик вращается с частотой 10 об/с, его кинетическая энергия 8 кДж. За какое время вращающий момент 50 Н·м, приложенный к маховику, увеличит его угловую скорость в два раза?

5. Какую часть полной кинетической энергии составляет кинетическая энергия вращения шара, катящегося без скольжения по горизонтальной поверхности?

6. На краю платформы, имеющей вид диска, стоит человек. Платформа вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр, с частотой 12 об/мин. Радиус платформы 1,5 м, ее масса 100 кг, масса человека 60 кг. Какую работу выполнит человек, если перейдет в центр платформы?

Занятие 5. Закон всемирного тяготения. Элементы специальной теории относительности

Теоретический материал

Движение планет, законы Кеплера.

Закон всемирного тяготения. Сила тяжести, ускорение свободного падения. Вес тела. Первая, вторая и третья космические скорости.

Постулаты специальной теории относительности. Преобразования Лоренца и следствия из них: сокращение длины, замедление времени, закон сложения скоростей. Масса, импульс и энергия в релятивистской механике.

Контрольные вопросы

1. Сформулировать законы Кеплера.
2. Кто открыл закон всемирного тяготения и как он формулируется?
3. Какой физический смысл гравитационной постоянной, и как она была измерена?
4. Как в лабораторных условиях можно измерить ускорение свободного падения тел? Привести примеры.
5. Какую силу называют весом тела? Может ли сила тяжести уравновесить вес тела?
6. При каких условиях возникает невесомость тел?
7. Что такое первая, вторая и третья космические скорости и чему они равны?
8. Какие системы отсчета называют инерциальными? В чем состоит преимущество инерциальных систем перед неинерциальными?

9. В чем состоит физический смысл принципа относительности в классической и в релятивистской механике?

10. Сформулировать постулаты специальной теории относительности.

11. Записать преобразования Лоренца для координат и времени. При каких условиях они переходят в преобразования Галилея?

12. Записать следствия, вытекающие из преобразований Лоренца относительно длины и промежутков времени.

13. Записать релятивистский закон преобразования скоростей. При каких условиях этот закон переходит в классический?

14. Записать формулы релятивистского импульса и полной энергии свободной частички.

15. Зависит ли масса частицы от ее скорости, от системы отсчета?

16. Записать формулу энергии покоя и кинетической энергии свободной частицы.

Основные формулы

Сила гравитационного взаимодействия двух точечных масс m_1 и m_2 , расположенных на расстоянии r друг от друга (закон всемирного тяготения):

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где G – гравитационная постоянная, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н}\cdot\text{м}^2/\text{кг}^2$. Этот закон справедлив и для однородных шаров, при этом r – расстояние между их центрами.

Потенциальная энергия тела массой m в поле сил тяготения планеты массой M :

$$E_{\text{п}} = -G \frac{Mm}{r},$$

где r – расстояние между телом и центром планеты. Знак минус означает, что уровень нулевой потенциальной энергии выбран не на поверхности планеты, а на бесконечно далеком расстоянии от нее.

Длина l стержня (тела), движущегося со скоростью v относительно наблюдателя, и длина этого же стержня l_0 , когда он неподвижен, неодинаковые и связаны соотношением:

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

где c – скорость света.

Длительность события Δt в системе отсчета, движущейся относительно наблюдателя со скоростью v , и длительность этого же события Δt_0 , когда система неподвижна, неодинаковы и связаны между собой следующим соотношением:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Закон сложения скоростей

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2},$$

где u – скорость частицы относительно неподвижной системы отсчета;

u' – скорость этой же частицы относительно подвижной системы отсчета;

v – скорость самой подвижной системы относительно неподвижной системы отсчета.

Релятивистское выражение полной энергии свободно движущейся частицы

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

а также

$$E = E_0 - E_k,$$

где $E_0 = mc^2$ – энергия покоя частицы;

E_k – кинетическая энергия частицы.

Связь между полной энергией и импульсом \vec{P} релятивистской частицы

$$E^2 = E_0^2 + (\vec{P}c)^2.$$

Примеры решения задач

Задача 1. Определить минимальную скорость, которую надо было бы сообщить ракете на поверхности Земли, чтобы она преодолела тяготение Земли и стала спутником Солнца, т. е. определить вторую

космическую скорость (без учета вращения Земли и сопротивления воздуха).

1.1. Анализ и решение задачи.

По условию задачи вторую космическую скорость v_{II} ракета должна приобрести на поверхности Земли сразу после отработки ее двигателей. За счет полученной кинетической энергии ракета должна преодолеть гравитационное притяжение Земли. Поскольку сила притяжения консервативная, полная энергия ракеты во время полета остается неизменной, т. е.

$$E_{K_1} + E_{n_1} = E_{K_2} + E_{n_2}, \quad (1)$$

где E_{K_1} , E_{n_1} , E_{K_2} , E_{n_2} – кинетическая и потенциальная энергии ракеты возле поверхности Земли и вдали от нее на конечном расстоянии, где земное притяжение практически отсутствует. На этом расстоянии кинетическая и потенциальная энергии ракеты практически равны нулю, а это означает, что и возле поверхности Земли сумма этих энергий равна нулю:

$$E_{K_1} + E_{n_1} = 0. \quad (2)$$

Эти две энергии выражаются формулами

$$E_{K_1} = \frac{mv^2}{2}; \quad E_{n_1} = -G \frac{Mm}{R}, \quad (3)$$

где G – гравитационная постоянная;

M и R – масса и радиус Земли;

m и v_{II}^2 – масса ракеты и ее минимальная начальная скорость (вто-

рая космическая скорость).

Из (2) и (3) находим:

$$v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}. \quad (4)$$

Учитывая, что ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли определяется формулой

$$g = G \frac{M}{R^2}, \quad (5)$$

получим формулу для расчета второй космической скорости относительно Земли:

$$v_{II} = \sqrt{2gR}.$$

Радиус Земли $R = 6,4 \cdot 10^6$ м, $g = 9,8$ м/с²,

$$v_{II} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 6,4 \cdot 10^6} \approx 11,2 \text{ км/с.}$$

Ответ: вторая космическая скорость $v_{II} \approx 11,2$ км/с.

Задача 2. На каком расстоянии от центра Земли находится точка, в которой напряженность результирующего гравитационного поля Земли и Луны равна нулю? Принять к сведению, что масса Земли в 81 раз больше за массу Луны и что расстояние от центра Земли до центра Луны равно 60 радиусам Земли.

2.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

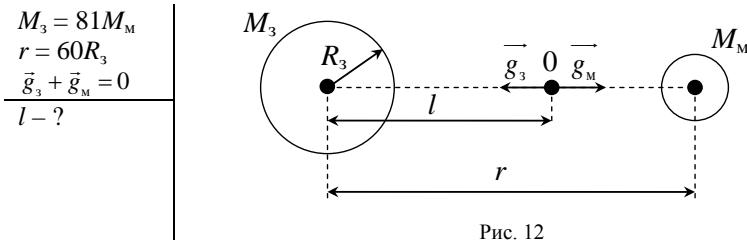


Рис. 12

2.2. Анализ и решение задачи.

Напряженностью \vec{g} гравитационного поля в данной точке пространства называют отношение силы тяжести \vec{F} , действующей на частицу, помещенную в данную точку, к массе частицы m :

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

По закону всемирного тяготения $F = GMm/r^2$, а поэтому $g = GM/r^2$, где M – масса планеты, создающей гравитационное поле. Формула для напряженности совпадает с формулой для ускорения свободного падения. Такое совпадение формул является следствием эквивалентности инерционной и гравитационной масс, которые входят в два закона – во второй закон Ньютона и в закон всемирного тяготения.

Расстояние от точки центра Земли до точки O , где $g_3 = g_m$ найдем из равенства:

$$G \frac{M_3}{l^2} = G \frac{M_m}{(r-l)^2}.$$

После подстановки $M_3 = 81M_m$ и простых преобразований получим: $l = 54R_3$.

Ответ: $l = 54R_3$.

Задача 3. Определить полную энергию, импульс и скорость протона, кинетическая энергия которого равна 1 ГэВ.

3.1. Краткая запись условия задачи.

$E_k = 1 \text{ ГэВ}$ $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ <hr/> $E - ? \quad \vec{P} - ? \quad \vec{v} - ?$	В краткую запись внесены справочные данные: масса протона m_p , элементарный заряд e и скорость света c .
---	---

3.2. Анализ и решение задачи.

Большое значение кинетической энергии протона свидетельствует о его чрезвычайно большой скорости, при которой необходимо учитывать релятивистские эффекты и расчеты вести на основе специальной теории относительности. Согласно этой теории полная энергия частицы состоит из энергии покоя и энергии движения:

$$E = E_0 + E_k. \quad (1)$$

Связь полной энергии с релятивистским импульсом \vec{p} выражается формулой

$$E^2 = (mc^2)^2 + (\vec{p}c)^2. \quad (2)$$

В свою очередь, импульс через энергию выражается так:

$$\vec{p} = \frac{E}{c^2} \vec{v}, \quad (3)$$

где \vec{v} – скорость частицы.

В физике элементарных частиц энергию измеряют в электрон-вольтах (эВ); один электрон-вольт равен энергии, которую приобретает электрон, пройдя разность потенциалов в 1 В. Из этого определения следует, что $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

Найдем энергию покоя протона в джоулях и в электрон-вольтах:

$$E_0 = m_p c^2;$$

$$E_0 = 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} \approx 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ Дж};$$

$$E_0 = \frac{1,5 \cdot 10^{-10}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 938 \text{ МэВ.}$$

Полученное значение энергии покоя протона 938 МэВ придется часто использовать в дальнейшем при изучении основ ядерной физики и физики элементарных частиц.

Найти полную энергию протона:

$$E = E_0 + E_k = 0,938 + 1 = 1,938 \text{ ГэВ} = 3,1 \cdot 10^{-10} \text{ Дж.}$$

Импульс протона найдем по формуле (2)

$$P = \frac{1}{c} \sqrt{E^2 - E_0^2},$$

$$P \approx \frac{1}{3 \cdot 10^8} \sqrt{(3 \cdot 10^{-10})^2 - (1,5 \cdot 10^{-10})^2} = 8,6 \cdot 10^{-19} \text{ кг} \cdot \text{м/с.}$$

Из формулы (3) имеем:

$$\nu = \frac{Pc^2}{E};$$

$$\nu = \frac{8,6 \cdot 10^{-19} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{3 \cdot 10^{-10}} \approx 2,6 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Как видим, скорость протона близка к скорости света.

Ответ: $E = 1,938 \text{ ГэВ}; P = 8,6 \cdot 10^{-19} \text{ кг} \cdot \text{м/с}; \nu \approx 2,6 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$

Задачи для решения в аудитории

1. Искусственный спутник Земли движется по круговой орбите в плоскости экватора с запада на восток. На каком расстоянии от поверхности планеты находится спутник, если он неподвижен относительно наблюдателя на Земле?

2. Во сколько раз кинетическая энергия искусственного спутника Земли, движущегося по круговой орбите, меньше его потенциальной энергии?

3. Найти зависимость ускорения свободного падения от высоты над поверхностью Земли. На какой высоте ускорение в два раза меньше, чем вблизи поверхности Земли?

4. Определить скорость протона, полная энергия которого равна 1 ГэВ.

5. Во сколько раз время существования нестабильной частицы, измеренное в лабораторной системе отсчета неподвижными относительно Земли часами, больше собственного времени энергии этой частицы, если она движется со скоростью $0,98c$ (c – скорость света) относительно лабораторной системы?

6. При какой скорости частицы ее кинетическая энергия равна энергии покоя? Ответ выразить через скорость света c .

7. Кинетическая энергия ускоренного протона равна 10 ГэВ. Чему равно релятивистское сокращение диаметра протона? Ответ выразить в процентах.

Домашнее задание

1. На высоте 300 км над поверхностью Земли по круговой орбите движется спутник. Определить период обращения и линейную скорость спутника.

2. С космического пространства на Землю упал метеорит массой 1,6 кг. Найти работу, выполненную силами гравитационного поля Земли и скорость метеорита при падении. Скоростью метеорита в момент захвата его гравитационным полем Земли пренебречь.

3. Среднее расстояние от Земли до Солнца равно 150 миллионов километров. Принимая это расстояние за радиус орбиты Земли, определить массу Солнца.

4. Ион, вылетевший из ускорителя со скоростью $0,8c$, излучил фотон в направлении своего движения. Определить скорость фотона относительно ускорителя.

5. Определить скорость протона, кинетическая энергия которого равна 10 МэВ.

6. В лабораторной системе отсчета пи-мезон от момента рождения к моменту распада пролетел расстояние 75 м. Скорость этой элементарной частицы равнялась $0,995c$. Определить собственное время жизни пи-мезона.

Занятие 6. Основы молекулярно-кинетической теории газов

Теоретический материал

Модель идеального газа. Опытные законы идеального газа. Уравнение состояния идеального газа. Закон Дальтона.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории. Средняя кинетическая энергия молекулы газа. Закон равнораспределения энергии молекулы по степеням свободы.

Распределение молекул по скоростям – распределение Максвелла. Средняя квадратичная, наиболее вероятная и средняя арифметическая скорости молекул. Распределение Больцмана. Барометрическая формула.

Средняя длина свободного пробега молекул. Вакуум. Явления переноса, диффузия, вязкость, теплопроводность.

Контрольные вопросы

1. Какой газ называют идеальным?
2. Сформулировать основные положения молекулярно-кинетической теории.
3. Сформулировать и записать формулы опытных законов идеального газа: закон Бойля – Мариотта, закон Гей-Люссака и закон Шарля.
4. Записать и объяснить уравнение состояния идеального газа.
5. Дать определение понятию «количество вещества». Как называется единица количества вещества? Что такое число Авогадро?
6. Что называют молярной массой и относительной молярной массой?
7. Назвать параметры газа. Какое состояние газа называется равновесным? Как называется соотношение, связывающее между собой параметры газа в равновесном состоянии? Записать это соотношение.
8. Вывести уравнение Клапейрона – Менделеева, с помощью которого выражается давление газа через постоянную Больцмана.
9. Записать основное уравнение молекулярно-кинетической теории. Какие основные следствия вытекают из этого уравнения?
10. Что понимают под числом степеней свободы молекулы? Какое число степеней свободы имеет одно-, двух- и трехатомная молекула?
11. Записать формулу средней кинетической энергии поступательного движения молекулы. В чем состоит закон равнораспределения

энергии по степеням свободы? Записать формулу средней полной кинетической энергии молекулы.

12. С помощью графика изобразить распределение молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла) и объяснить его.

13. Записать выражения для средней квадратичной, наиболее вероятной и средней арифметической скоростей молекулы и объяснить смысл этих скоростей.

14. Записать барометрическую формулу и объяснить границы ее применения.

15. Записать и объяснить закон распределения Больцмана.

16. Что называют длиной свободного пробега молекул? От чего и каким образом зависит средняя длина свободного пробега?

17. Дать определение явлениям переноса в газах. Записать для них законы, установленные на опытах Ньютона, Фиком и Фурье. Записать выражения для коэффициентов диффузии, внутреннего трения и теплопроводности в газах.

Основные формулы

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона – Менделеева):

$$PV = \frac{m}{M} RT,$$

где P – давление газа;

V – объем газа;

m – масса газа;

M – молярная масса;

T – температура газа;

R – универсальная газовая постоянная:

$R = 8,31 \text{ Дж/моль}\cdot\text{К}$.

Уравнение состояния идеального газа, выраженное через его концентрацию:

$$P = nkT,$$

где n – концентрация, т. е. количество молекул в единице объема газа;

$k = R/N_A$ – постоянная Больцмана: $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$;

N_A – число Авогадро: $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории:

$$P = \frac{2}{3} n \bar{\varepsilon},$$

где $\bar{\varepsilon}$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы;

n – число молекул в единице объема.

Скорости молекул: средняя квадратичная $\bar{v}_{\text{кв}}$, наиболее вероятная $v_{\text{в}}$, средняя арифметическая \bar{v} :

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{3 \frac{RT}{M}};$$

$$v_{\text{в}} = \sqrt{2 \frac{RT}{M}};$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot \frac{RT}{M}}.$$

Барометрическая формула

$$P = P_0 e^{\frac{-Mgh}{RT}},$$

где P – давление газа на высоте h ;

P_0 – давление газа на высоте $h = 0$;

M – молярная масса газа.

Длина свободного пробега молекул газа $\bar{\lambda}$:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 n}},$$

где σ – эффективный диаметр молекулы газа;

n – количество молекул газа в единице объема.

Полная средняя кинетическая энергия движения одной молекулы:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{i}{2} kT,$$

где i – число степеней свободы молекулы.

Явление переноса в газах:

- диффузия. Закон Фика:

$$M = -D \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \Delta S \Delta t,$$

где M – масса газа, перенесенная за время Δt ;

$\Delta \rho / \Delta x$ – градиент плотности в направлении x , перпендикулярном к слою газа площадью ΔS , через которую осуществляется диффузия;

D – коэффициент диффузии;

- внутреннее трение (вязкость). Закон Ньютона:

$$F = -\eta \frac{\Delta v}{\Delta x} \Delta S,$$

где $\Delta v / \Delta x$ – градиент скорости течения газа в направлении, перпендикулярном к слою газа площадью ΔS , через который происходит перенос импульсов молекул;

η – коэффициент внутреннего трения (вязкости);

- теплопроводность. Закон Фурье:

$$Q = -k \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \Delta t,$$

где Q – количество теплоты, переданное вследствие теплопроводности за время Δt через площадку ΔS , перпендикулярную оси x , при градиенте температуры $\Delta T / \Delta x$;

k – коэффициент теплопроводности;

- выражения для коэффициентов D , η и k в законах переноса:

$$D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda}; \quad \eta = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \rho; \quad k = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \rho c_v,$$

где \bar{v} – средняя скорость;

$\bar{\lambda}$ – средняя длина свободного пробега молекул;

ρ – плотность газа;

c_v – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Примеры решения задач

Задача 1. В баллоне объемом 10 л находится гелий при температуре 27 °C и давлении 1 МПа. После того, как из баллона выпустили 10 г гелия, температура в баллоне снизилась до 17 °C. Найти давление оставшегося в баллоне газа.

1.1. Краткая запись условия задачи и дополнение его справочными данными.

$$\begin{aligned}V &= 10 \text{ л} = 10^{-2} \text{ м}^3 \\t_1 &= 27^\circ\text{C}, T_1 = 300 \text{ K} \\P_1 &= 1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па} \\t_2 &= 17^\circ\text{C}, T_2 = 290 \text{ K} \\m &= 10 \text{ г}\end{aligned}$$

$$P_2 - ?$$

Справочные данные:

- молярная масса гелия $M = 4 \text{ г/моль};$
- универсальная газовая постоянная

$$R = 8,31 \text{ Дж/моль}\cdot\text{К}.$$

1.2. Анализ и решение задачи.

По содержанию задачи гелий был переведен из начального состояния m_1, P_1, T_1, V_1 к конечному состоянию m_2, P_2, T_2, V_2 , при этом $V_1 = V_2 = V, m_2 = m_1 - m$. Для каждого из этих состояний запишем уравнение Клапейрона – Менделеева:

$$P_1V = \frac{m_1}{M}RT_1; \quad P_2V = \frac{m_2}{M}RT_2.$$

Из этих уравнений имеем:

$$P_2 = \frac{m_1 - m}{MV}RT_2; \quad m_1 = \frac{MP_1V}{RT_1}.$$

После замены в первом равенстве m_1 на выражение ее из второго равенства и простых преобразований получим

$$P_2 = P_1 \frac{T_2}{T_1} - \frac{m}{MV}RT_2.$$

Подстановка чисел и вычисление:

$$P_2 = \frac{290}{300} \cdot 10^6 - \frac{10}{4 \cdot 10^{-2}} \cdot 8,31 \cdot 290 = 3,64 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Таким образом, давление в баллоне снизилось от 1 МПа до 0,364 МПа.

Ответ: $P_2 = 3,64 \cdot 10^5 \text{ Па}.$

Задача 2. В сосуде объемом 2 м^3 находится смесь 4 кг гелия и 2 кг водорода при температуре 27°C . Определить давление и молярную массу смеси газов.

2.1. Краткая запись условия задачи и справочных данных.

$V = 2 \text{ м}^3$	Справочные данные: • молярная масса гелия $M_1 = 4 \text{ г/моль}$; • молярная масса водорода $M_2 = 2 \text{ г/моль}$.
$m_1 = 4 \text{ кг}$	
$m_2 = 2 \text{ кг}$	
$t = 27^\circ\text{C}$	
$P - ? \quad M - ?$	

2.2. Анализ и решение задачи.

Давление смеси газов, как известно из закона Дальтона, равно сумме парциальных давлений газов, входящих в состав смеси, т. е.

$$P = P_1 + P_2,$$

где P_1 – парциальное давление гелия;

P_2 – парциальное давление водорода.

Парциальные давления найдем из уравнения Клапейрона – Менделеева:

$$P_1 = \frac{m_1}{M_1 V} RT, \quad P_2 = \frac{m_2}{M_2 V} RT.$$

Давление смеси газов

$$P = P_1 + P_2 = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{V}. \quad (1)$$

Чтобы найти молярную массу смеси газов M , надо массу смеси m поделить на общее количество молей смеси газов v ,

$$M = \frac{m}{v} = \frac{m_1 + m_2}{v_1 + v_2}.$$

Поскольку

$$v_1 + v_2 = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2},$$

то

$$M = \frac{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}}. \quad (2)$$

В полученные выражения (1) и (2) подставим значения величин и выполним вычисления:

$$P = \left(\frac{4 \cdot 10^3}{4} + \frac{2 \cdot 10^3}{2} \right) \frac{8,31 \cdot 3 \cdot 10^2}{2} = 2,5 \cdot 10^6 \text{ Па};$$

$$M = \frac{(4+2) \cdot 10^3}{\left(\frac{4}{4} + \frac{2}{2} \right) \cdot 10^3} = \frac{6}{2} = 3 \text{ г/моль} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль.}$$

Ответ: $P = 2,5 \cdot 10^6 \text{ Па}$; $M = 3 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль.}$

Задача 3. Двухатомный идеальный газ массой 1 кг находится под давлением 80 кПа и имеет плотность 4 кг/м³. Определить энергию теплового движения молекул газа при этих условиях.

3.1. Краткая запись условия задачи, основная формула.

$m = 1 \text{ кг}$	
$P = 80 \text{ кПа} = 8 \cdot 10^4 \text{ Па}$	
$\rho = 4 \text{ кг/м}^3$	
$W - ?$	

Основная формула

$$U = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} RT. \quad (1)$$

Это формула внутренней энергии идеально-го газа массой m .

3.2. Анализ и решение задачи.

Энергия каждой молекулы газа состоит из энергии поступательного и вращательного движений. В идеальном газе энергией взаимодействия молекул можно пренебречь, поэтому энергия теплового движения является полной внутренней энергией U газа, которая вычисляется по формуле (1), в которой i – число степеней свободы молекулы; для двухатомной молекулы $i = 5$. Запишем уравнение состояния идеально-го газа, т. е. уравнение Клапейрона – Менделеева:

$$PV = \frac{m}{M} RT,$$

откуда

$$P = \frac{m}{MV} RT = \frac{\rho}{M} RT. \quad (2)$$

Из уравнении (2) имеем: $RT/M = P/\rho$. Теперь легко найти энергию теплового движения молекул газа W :

$$W = U = \frac{i}{2} \cdot m \frac{P}{\rho}.$$

Подставим числа и проведем вычисления:

$$W = \frac{5}{2} \cdot 1 \cdot \frac{8 \cdot 10^4}{4} = 5 \cdot 10^4 \text{ Дж} = 50 \text{ кДж.}$$

Ответ: $W = 50 \text{ кДж.}$

Задача 4. Средняя длина свободного пробега молекул разреженного азота равна 10 см. Определить плотность газа и концентрацию его молекул.

4.1. Краткая запись условия задачи и рабочая формула.

$M = 28 \text{ г/моль}$ $\bar{\lambda} = 10 \text{ см}$ <hr/> $\rho - ?$	Формула для средней длины пробега молекул: $\bar{\lambda} = \frac{1}{\pi \sqrt{2} d^2 n}. \quad (1)$
--	---

4.2. Анализ и решение задачи.

Средняя длина свободного пробега молекул идеального газа определяется по формуле (1), где d – эффективный диаметр молекулы, n – количество молекул в единице объема, т. е. концентрация молекул. В справочнике находим, что для азота $d = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$. Из (1) найдем концентрацию молекул:

$$n = \frac{1}{\pi \sqrt{2} d^2 \bar{\lambda}} = \frac{1}{3,14 \cdot 1,41 \cdot 9 \cdot 10^{-20} \cdot 10^{-1}} = 2,5 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}.$$

Плотность газа выразим через его концентрацию:

$$\rho = nm_0,$$

где m_0 – масса одной молекулы азота.

Как известно, один моль газа содержит N_A молекул, масса моля $M = m_0 N_A$, где N_A – число Авогадро, а поэтому $m_0 = M/N_A$ и $\rho = nM/N_A$; сделаем вычисления:

$$\rho = \frac{2,5 \cdot 10^{19} \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 1,16 \cdot 10^{-6} \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho = 1,16 \cdot 10^{-6} \text{ кг/м}^3$.

Задачи для решения в аудитории

1. Состав сухого воздуха в пределах атмосферы остается постоянным для всех высот. Определить среднюю молярную массу сухого воздуха, зная, что в его состав входят (по массе) 75,60 % азота, 23,10 % кислорода, 1,28 % аргона и 0,046 % углекислого газа. Долей других газов можно пренебречь. Определить также массу одного кубометра воздуха при температуре 20 °C и нормальном атмосферном давлении. Полученные результаты сверить со справочными.

2. Определить энергию теплового движения молекул, содержащихся в 1 м³ сухого воздуха при температуре 20 °C и нормальном атмосферном давлении (воспользоваться данными задачи 1).

3. Давление газа равно $5 \cdot 10^4$ Па, а его плотность – 0,74 кг/м³. Определить среднюю квадратичную и наиболее возможную скорости молекул данного газа.

4. Какая часть молекул азота, находящегося в равновесном состоянии при температуре 27 °C, имеет скорость в интервале от 500 м/с до 520 м/с?

5. Самолет летит на высоте 10 км. Чему равно атмосферное давление на этой высоте, если среднюю температуру можно принять равной нулю градусов?

6. В сферической колбе диаметром 14 см находится азот. При какой плотности азота средняя длина свободного пробега его молекул сравняется с размерами колбы? $\rho = nm_i$; $m_i = M/N_A$; $\bar{\lambda} = 1/(\sqrt{2}\pi d^2 n)$.

7. Самолет летит со скоростью 360 км/ч. Считая, что слой воздуха у крыла самолета, увлекаемый вследствие вязкости, равен 4 см, найти касательную силу, действующую на каждый квадратный метр поверхности крыла. Диаметр молекул воздуха принять равным $3 \cdot 10^{-8}$ см. Температура воздуха 0 °C.

8. При какой температуре средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы газа равна 1 эВ? Чему равна средняя квадратичная скорость молекул азота при этой температуре?

Домашнее задание

1. В смеси двух газов имеется 20 % гелия и 80 % кислорода. Определить плотность смеси при температуре 27 °C и нормальном атмосферном давлении.

2. Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа, который находится в баллоне объемом 2 л под давлением 200 кПа. Масса газа 0,2 г.

3. В баллоне объемом 15 л находился кислород при температуре 300 К под давлением 600 кПа. После того, как из баллона взяли некоторое количество кислорода, давление в нем уменьшилось до 400 кПа, а температура стала 260 К. Какую массу кислорода взяли из баллона?

4. Определить полную кинетическую энергию всех молекул воздуха в аудитории объемом 80 м³ при температуре 22 °C и нормальном атмосферном давлении. Воздух считать однородным газом, состоящим из двухатомных молекул, с молярной массой 29 г/моль. Определить массу воздуха в аудитории.

5. На какой высоте давление воздуха составляет половину давления, существующего на уровне моря? Температуру считать неизменной по высоте и равной 0 °C.

6. Найти коэффициент диффузии и коэффициент внутреннего трения воздуха при температуре 20 °C и нормальном атмосферном давлении. Диаметр молекулы воздуха считать равным $3 \cdot 10^{-10}$ м.

Занятие 7. Термодинамика

Теоретический материал

Термодинамическая система, ее равновесное состояние и равновесный (квазистатический) процесс.

Работа и количество теплоты. Удельная и молярная теплоемкости, связь между ними. Внутренняя энергия термодинамической системы, внутренняя энергия идеального газа.

Первый принцип термодинамики. Изопроцессы в газах. Молярная теплоемкость газа при постоянном объеме и при постоянном давлении. Применение первого принципа термодинамики к газовым процессам. Работа при изобарическом и изотермическом процессах. Адиабатический процесс. Работа в адиабатическом процессе. Уравнение Пуассона.

Тепловая машина и ее КПД. Второй закон термодинамики. Цикл Карно, КПД цикла Карно.

Энтропия термодинамической системы. Вычисление изменения энтропии в различных процессах. Принцип возрастания энтропии.

Контрольные вопросы

1. По какой формуле вычисляется работа в термодинамике?
2. Записать и объяснить формулу для количества теплоты, необходимой для нагревания тела.
3. Что понимают под внутренней энергией системы, и какими способами ее можно изменять?
4. Сформулировать первый закон термодинамики.
5. Что называют удельной и молярной теплоемкостями? Как они связаны между собой?
6. От чего и как зависит внутренняя энергия идеального газа?
7. Записать первый принцип термодинамики для изохорического, изобарического и изотермического процессов.
8. По какой формуле вычисляется работа в изотермическом процессе?
9. Какой процесс называют адиабатическим и как его можно осуществить на практике?
10. Записать уравнение Пуассона и вывести формулу для работы, которая выполняется при адиабатическом процессе.
11. В координатах P - V изобразить графики изотермического и адиабатического процессов.
12. Объяснить принцип действия тепловой машины. Как определяется КПД тепловой машины? На графике P - V изобразить цикл тепловой машины.
13. Какой термодинамический процесс называют обратным? Являются ли реальные процессы обратимыми?
14. Сформулировать второй закон термодинамики.
15. Что представляет собой цикл Карно? Записать формулу КПД цикла Карно.
16. Что называют энтропией термодинамической системы? Как вычисляется изменение энтропии при обратном процессе? В чем ее статистический смысл?
17. Как вычисляется изменение энтропии термодинамической системы?
18. Сформулировать и объяснить принцип возрастания энтропии. Записать и объяснить формулу связи энтропии с термодинамической вероятностью.

Основные формулы

Первый закон термодинамики

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q – количество теплоты, полученное газом;

ΔU – изменение внутренней энергии газа;

A – работа, выполняемая газом.

Внутренняя энергия идеального газа:

$$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT,$$

где m – масса газа;

M – молярная масса;

i – число степеней свободы молекул газа.

Работа, выполненная газом при изменении объема

$$dA = PdV.$$

Работа газа в изотермическом процессе

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Уравнение Пуассона, связывающее давление и объем газа в адиабатическом процессе,

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma,$$

где $\gamma = c_p / c_v$ – отношение удельных (молярных) теплоемкостей газа

при постоянном давлении и постоянном объеме.

Другой вид уравнения Пуассона

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}.$$

Работа газа в адиабатическом процессе

$$A = \frac{m}{M} c_v (T_1 - T_2),$$

где c_v – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме: $c_v = \frac{i}{2} R$.

Количество теплоты, необходимое для нагревания тела от температуры t_1 до t_2 ,

$$Q = cm(t_2 - t_1).$$

Количество теплоты, необходимое для перехода кристаллического тела в жидкое состояние при температуре плавления,

$$Q = m\lambda,$$

где λ – удельная теплота плавления.

Количество теплоты, необходимое для перехода жидкости в пар при температуре кипения,

$$Q = mr,$$

где r – удельная теплота парообразования.

Коэффициент полезного действия тепловой машины

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где Q_1 – теплота, полученная от нагревателя;

Q_2 – теплота, отданная холодильнику.

Коэффициент полезного действия цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 – температура нагревателя;

T_2 – температура холодильника.

Изменение энтропии термодинамической системы при переходе ее из состояния 1 в состояние 2

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T},$$

где dQ – элементарное количество теплоты, полученное или отданное термодинамической системой при неизменной температуре T .

Примеры решения задач

Задача 1. Кислород массой 2 кг под давлением 2 атм занимал объем 1 м³. Нагревая газ при постоянном давлении, его объем довели до 3 м³, после чего нагревание продолжалось без изменения объема до давления 5 атм. Найти изменение внутренней энергии кислорода, выполненную им работу и количество теплоты, переданное газом.

1.1. Краткая запись условия задачи и изображение процесса нагревания на P-V диаграмме.

O_2
 $m = 2 \text{ кг}$
 $P_1 = 2 \text{ атм} = 2 \cdot 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$
 $V_1 = 1 \text{ м}^3$
 $V_2 = 3 \text{ м}^3$
 $P_2 = P_1$
 $P_3 = 5 \text{ атм} = 5 \cdot 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$
 $\underline{V_3 = V_2}$
 $\Delta U - ? A - ? Q - ?$

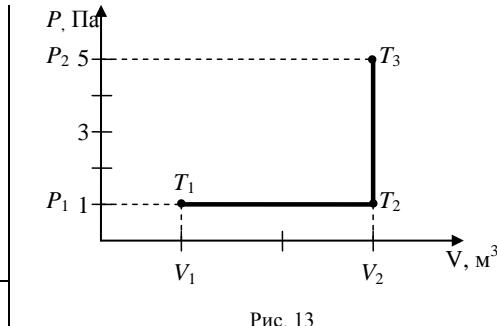


Рис. 13

1.2. Анализ и решение задачи.

Физические свойства кислорода в условиях данной задачи не будут отличаться от свойств идеального газа. Внутренняя энергия идеального газа, как известно, зависит только от его температуры в соответствии с выражением:

$$U = \frac{m}{M} C_V T, \quad (1)$$

а поэтому изменение внутренней энергии определяется только изменением температуры независимо от процессов, которые привели к этим температурным изменениям. В случае данной задачи, как видно из рис. 13, температура газа увеличилась от T_1 до T_3 , соответственно

$$\Delta U = \frac{m}{M} C_V (T_3 - T_1). \quad (2)$$

Начальную температуру T_1 и конечную T_3 найдем из уравнения Клапейрона – Менделеева:

$$\begin{aligned}
 PV &= \frac{m}{M} RT; \quad T = \frac{PV}{\frac{m}{M} R}; \quad T_1 = \frac{P_1 V_1}{\frac{m}{M} R}; \quad T_3 = \frac{P_3 V_2}{\frac{m}{M} R}; \\
 T_3 - T_1 &= \frac{1}{\frac{m}{M} R} (P_3 V_2 - P_1 V_1).
 \end{aligned} \quad (3)$$

После подстановки (3) в выражение (2) получим

$$\Delta U = \frac{C_V}{R} (P_3 V_3 - P_1 V_1) = \frac{i}{2} (P_3 V_2 - P_1 V_1), \quad (4)$$

где i – число степеней свободы (для двухтомных молекул кислорода $i = 5$).

Подставляя в (4) значения величин, найдем:

$$\Delta U = \frac{5}{2} (5 \cdot 1,01 \cdot 10^5 \cdot 3 - 2 \cdot 1,01 \cdot 10^5 \cdot 1) = 3,28 \cdot 10^6 \text{ Дж.}$$

Газ выполняет работу только при изменении его объема, т. е. при его расширении в изобарическом процессе, а поэтому

$$A = P_1 \Delta V = P_1 (V_2 - V_1); A = 2 \cdot 1,01 \cdot 10^5 \cdot (3 - 1) = 4,04 \cdot 10^5 \text{ Дж.}$$

Количество теплоты, за счет которой увеличилась внутренняя энергия газа и выполнена газом работа, найдем по первому закону термодинамики:

$$Q = \Delta U + A;$$

$$Q = 3,28 \cdot 10^6 + 0,404 \cdot 10^6 = 3,68 \cdot 10^6 \text{ Дж.}$$

Ответ: $\Delta U = 3,28 \cdot 10^6 \text{ Дж}; A = 4,04 \cdot 10^5 \text{ Дж}; Q = 3,68 \cdot 10^6 \text{ Дж.}$

Задача 2. В цилиндре под поршнем находится 0,02 кг водорода при температуре 27 °C. В процессе адиабатического расширения объем водорода увеличился в 5 раз, после чего газ изотермически сжали до начального объема. Найти температуру, которую газ имел в конце адиабатического расширения и работу, выполненную газом в каждом из двух процессов.

2.1. Краткая запись условия задачи и P-V диаграмма процессов.

H_2
$m = 0,02 \text{ кг}$
$t_1 = 27 \text{ }^{\circ}\text{C}$
$V_2 = 5V_1$
$T_2 = ? \text{; } A_1 = ?$
$A_2 = ?$

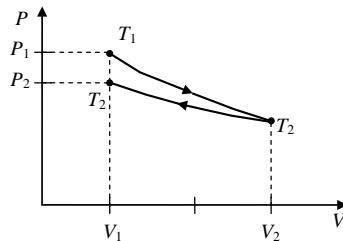


Рис. 14

2.2. Анализ и решение задачи.

Адиабатический процесс описывается уравнением Пуассона, которое можно записать в трех видах:

$$PV^\gamma = \text{const}, TV^{\gamma-1} = \text{const} \text{ и } TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const.}$$

Температуру в конце адиабатического расширения водорода найдем из уравнение:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1};$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1},$$

где $\gamma = C_p / C_V$, для газа, состоящего из двухатомных молекул $\gamma = 1,4$.

После подстановки значений величин получим:

$$T_2 = 300 \cdot (0,2)^{0,4} = 158 \text{ К.}$$

Работа газа в адиабатическом процессе, согласно первому закону термодинамики, равна

$$A_1 = -\Delta U = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = \frac{5}{2} \frac{m}{M} R (T_1 - T_2);$$

$$A_1 = 2,5 \cdot \frac{0,02}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 (300 - 158) = 2,95 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

Работа газа в изотермическом процессе определяется формулой

$$A_2 = \frac{m}{M} R T_2 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Подставляя значения величин, получим:

$$A_2 = \frac{0,02}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot 158 \cdot \ln \frac{1}{5} = -2,1 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

Знак минус означает, что работу A_2 выполнили внешние силы.

Ответ: $T_2 = 158 \text{ К}; A_1 = 2,95 \cdot 10^4 \text{ Дж}; A_2 = -2,1 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$

Задача 3. Айсберг массой 10^9 кг , имевший температуру 0°C , дрейфует в Гольфстриме, температура воды в котором 20°C . Через несколько недель от айсберга осталась лишь вода с температурой 20°C . Чему равно изменение энтропии планеты, обусловленное исчезновением айсберга?

3.1. Краткая запись условия задачи и график изменения температуры со временем.

$$\begin{aligned}
 m &= 10^9 \text{ кг} \\
 C_v &= 4,18 \text{ кДж/кг}\cdot\text{К} \\
 t_1 &= 0^\circ\text{C} \\
 t_2 &= 20^\circ\text{C} \\
 \Delta S - ? &
 \end{aligned}$$

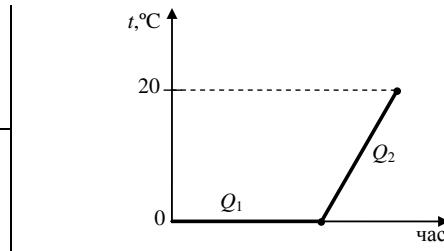


Рис. 15

3.2. Анализ и решение задачи.

Течение Гольфстрим можно считать огромным резервуаром тепла, температура которого не может измениться потому, что в нем расплавился айсберг. График плавления айсберга и нагревания его воды показан на рис. 15. Количество теплоты, необходимой для расплавления, обозначено буквой Q_1 , а количество теплоты, необходимое для нагревания полученной воды от 0°C до 20°C , обозначено Q_2 , при этом

$$Q_1 = \lambda m, Q_2 = cm(T_2 - T_1),$$

где λ – удельная теплота плавления льда, равная $332,4 \text{ кДж/кг}\cdot\text{К}$;

c – удельная теплоемкость воды.

Энтропия системы лед – вода в процессе исчезновения айсберга увеличилась на ΔS_1 , при этом

$$\Delta S_1 = \Delta S_{\text{л}} + \Delta S_{\text{в}},$$

где $\Delta S_{\text{л}}$ – увеличение энтропии в процессе таяния льда;

$\Delta S_{\text{в}}$ – увеличение энтропии в процессе нагревания воды, полученной из растаявшего льда.

В это же время энтропия Гольфстрима, вследствие передачи теплоты от него айсбергу, изменилась на величину ΔS_2 . Изменение энтропии Земли ΔS равно сумме изменений ΔS_1 и ΔS_2 , т. е.:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2.$$

Для вычисления этих величин воспользуемся соотношением

$$\Delta S = \int dQ/T,$$

при этом

$$\Delta S_a = \frac{1}{T_1} \int dQ = \frac{Q_1}{T_1} = \frac{\lambda m}{T_1};$$

$$\Delta S_b = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} = cm \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = cm \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Знак изменения энтропии определяется знаком теплоты. Теплота, которую получает тело, имеет положительный знак, а теплота, отдаваемая телом, имеет отрицательный знак. Очевидно, что изменение энтропии Гольфстрима будет иметь знак минус, при этом

$$\Delta S_2 = \frac{1}{T_2} \int dQ = \frac{Q}{T_2},$$

$$\text{где } Q = -(Q_1 + Q_2); \quad \Delta S_2 = -\frac{Q_1 + Q_2}{T_2}.$$

Таким образом, изменение энтропии планеты определяется следующим выражением:

$$\Delta S = \frac{\lambda m}{T_1} + cm \ln \frac{T_2}{T_1} - \frac{\lambda m + cm(T_2 - T_1)}{T_2}$$

или

$$\Delta S = m \left(\frac{\lambda}{T_1} + c \ln \frac{T_2}{T_1} - \frac{\lambda + c(T_2 - T_1)}{T_2} \right).$$

После подстановки чисел и вычислений получим:

$$\Delta S = 10^9 \left(4,18 \left(\ln \frac{293}{273} - \frac{20}{293} \right) + 332,4 \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{293} \right) \right) \approx 8 \cdot 10^7 \text{ кДж/К.}$$

Ответ: энтропия планеты увеличится на $8 \cdot 10^7$ кДж/К.

Задачи для решения в аудитории

1. Объем водорода вследствие нагревания при постоянном давлении увеличился вдвое. Найти, какое количество теплоты было передано водороду, изменение его внутренней энергии и выполненную работу, зная, что масса водорода 8 г, его начальная температура равна 300 К.

2. Работа изотермического расширения 10 г газа, объем которого увеличился вдвое, равна 575 Дж. Найти наиболее возможную скорость молекул этого газа при температуре расширения.

3. Для некоторого двухатомного газа разность удельных теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме равна 295 Дж/кг·К. Определить молярную массу этого газа и удельные теплоемкости c_p и c_v .

4. Кислород массой 250 г, имевший температуру 200 К, был адиабатически сжат. При этом была выполненная работа 25 кДж. Определить конечную температуру кислорода.

5. Воздух в цилиндрах двигателя внутреннего сгорания сжимается адиабатически и его давление возрастает от 1 атм до 35 атм. Начальная температура воздуха 40 °С. Определить температуру воздуха в конце сжатия.

6. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, за один цикл выполняет работу $7,35 \cdot 10^4$ Дж. Температура нагревателя 100 °С, температура холодильника 0 °С. Найти: а) КПД машины; б) количество теплоты, которую машина получает от нагревателя за один цикл; в) количество теплоты, которую машина отдает холодильнику за один цикл.

7. Вода массой 1 кг при температуре 0 °С приведена в контакт с большим тепловым резервуаром с температурой 100 °С. Как изменится энтропия воды после нагревания ее до температуры резервуара? Как при этом изменится энтропия резервуара и энтропия полной системы, состоящей из воды и резервуара?

Домашнее задание

1. В цилиндре находится газ, который при температуре 17 °С и давлении 200 кПа занимает объем 5 л. Газ при нагревании в условиях изобарического расширения выполнил работу 196 Дж. На сколько градусов нагрели газ?

2. Кислород массой 10 г находится при температуре 273 К и давлении 10^5 Па. Газ сжимают до объема 1,4 л.

Найти давление и температуру газа после сжатия, если оно осуществляется:

- а) изотермически;
- б) адиабатически.

Найти работу сжатия в каждом из этих случаев.

3. Газ массой 2,5 кг при температуре 207 °С занимает объем 0,8 м³. Удельная теплоемкость газа при постоянном давлении равна 519 Дж/кг·К, а отношение удельной теплоемкости при постоянном давлении к удельной теплоемкости при постоянном объеме равна 1,67. Определить давление газа.

4. При адиабатическом расширении 8 кг кислорода, взятого при 20 °С, была выполнена работа 200 кДж. Найти температуру кислорода после расширения.

5. В баллоне объемом 10 л находится воздух под давлением 10⁵ Па. Какое количество теплоты нужно передать воздуху, чтобы его давление возросло в 5 раз?

6. Тепловая машина, работающая по циклу Карно, получает теплоту от нагревателя при температуре 200 °С. Холодильник имеет температуру 100 °С. За некоторое время машина получила от нагревателя 10⁴ Дж энергии.

Определить:

- а) КПД машины;
- б) выполненную машиной работу;
- в) количество теплоты, переданное холодильнику.

7. Найти приращение энтропии, которое происходит при превращении вследствие нагревания 1 кг льда, взятого при температуре 0 °С, в водяной пар при 100 °С.

2. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ. ФИЗИКА КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН

Занятие 1. Закон Кулона. Электрическое поле и его характеристики. Принцип суперпозиции

Теоретический материал

Электрический заряд. Дискретность заряда. Закон сохранения заряда. Закон Кулона. Единица электрического заряда. Принцип суперпозиции кулоновских сил. Роль электрических сил в природе.

Электрическое поле. Напряженность электрического поля. Единица напряженности. Напряженность поля точечного заряда. Принцип суперпозиции электрических полей. Поле электрического диполя. Силовые линии электрического поля. Поток вектора напряженности \vec{E} . Теорема Остроградского – Гаусса и ее применение для расчета электрических полей равномерно заряженных бесконечных плоскости и нити.

Потенциал электростатического поля. Единица потенциала. Потенциал поля точечного заряда и системы точечных зарядов. Разность потенциалов. Работа сил электростатического поля по перемещению заряда. Связь между напряженностью и потенциалом.

Контрольные вопросы

1. Из каких частиц состоит атом, и какие из этих частиц являются носителями электрического заряда?
2. Почему заряд атомных частиц называют элементарным? Чему равен элементарный заряд?
3. Сформулировать закон сохранения заряда.
4. Как взаимодействуют заряженные частицы? Сформулировать закон Кулона. Какой заряд можно считать точечным?
5. В чем состоит принцип суперпозиции кулоновских сил?
6. Какова роль электрических сил в природе?
7. Какими величинами характеризуют электрическое поле? Дать определение этих величин и указать единицы их измерения.
8. В чем заключается принцип суперпозиции электрических полей и как математически он выражается?

9. Записать формулы напряженности и потенциала поля точечного заряда.

10. Что называют электрическим диполем? Как найти напряженность поля диполя?

11. Как графически найти вектор напряженности поля, созданного тремя произвольно расположеннымми точечными зарядами?

12. Что называют силовой линией электрического поля? Почему силовые линии не пересекаются? Как принято проводить силовые линии при графическом изображении?

13. Какую величину называют потоком вектора напряженности электрического поля? Как поток изображают графически?

14. Сформулировать теорему Остроградского – Гаусса для электрического поля в вакууме. С помощью этой теоремы найти формулу для вычисления напряженности поля равномерно заряженной бесконечной нити.

15. Записать формулы для напряженности полей, созданных равномерно заряженными плоскостью, двумя параллельными плоскостями и сферой.

16. Почему электрическое поле называют потенциальным? Каковы признаки потенциальности поля?

17. Как вычисляется работа по перемещению заряда в электрическом поле?

18. Записать соотношение, выражающее связь между напряженностью и потенциалом поля.

Основные формулы

Сила взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2 , расположенных в вакууме на расстоянии r друг от друга, определяется законом Кулона:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где k – коэффициент пропорциональности. В СИ этот коэффициент равен $9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2$ и выражается формулой

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0},$$

где ϵ_0 – электрическая постоянная, равная $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$.

В среде с диэлектрической проницаемостью ϵ сила взаимодействия зарядов уменьшается в ϵ раз, т. е.

$$F = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}.$$

Напряженность электрического поля в данной точке определяется отношением силы, действующей на положительный пробный заряд, помещенный в эту точку, к величине пробного заряда:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Заряд, находящийся в электрическом поле, обладает электрической потенциальной энергией W . Отношение электрической потенциальной энергии положительного пробного заряда, помещенного в данную точку поля, к величине пробного заряда называется потенциалом поля в этой точке:

$$\phi = \frac{W}{q}.$$

Напряженность и потенциал поля точечного заряда q выражаются формулами

$$E = k \frac{q}{r^2}, \quad \phi = k \frac{q}{r},$$

где r – расстояние от заряда q до точки, в которой E и ϕ определяются.

Принцип суперпозиции кулоновских сил:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n,$$

где $\vec{F}_1, \dots, \vec{F}_n$ – силы, действующие на данный заряд со стороны каждого из n остальных зарядов в отдельности;

\vec{F} – равнодействующая всех сил.

Принцип суперпозиции электрических полей:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n,$$

где $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_n$ – напряженности полей, создаваемых каждым из n зарядов в отдельности;

\vec{E} – напряженность результирующего поля.

Напряженность поля равномерно заряженных бесконечно протяженных плоскостей, двух параллельных плоскостей и нити (цилиндра) определяется соответственно формулами

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}, \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}, \quad E = \frac{\tau}{2\pi r \epsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда плоскости;

τ – линейная плотность заряда нити;

r – расстояние от нити.

Примеры решения задач

Задача 1. Заряд $1,5 \cdot 10^{-8}$ Кл равномерно распределен вдоль тонкого стержня длиной 5 см. С какой силой этот заряд будет действовать на точечный заряд $3 \cdot 10^{-11}$ Кл, расположенный на расстоянии 1 см от одного из его концов? Чему равна напряженность поля в месте расположения точечного заряда?

1.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$q_1 = 5 \cdot 10^{-8}$ Кл $q_2 = 3 \cdot 10^{-11}$ Кл $l = 5$ см $r = 1$ см $F - ?$ $E - ?$
--

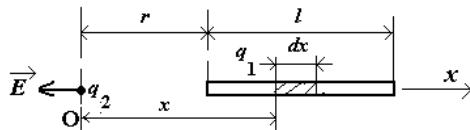


Рис. 16

1.2. Анализ и решение задачи.

Силу взаимодействия точечных зарядов находят с помощью закона Кулона. Но заряд q_1 не точечный. Чтобы воспользоваться законом Кулона, необходимо стержень разделить на элементарные отрезки dx , заряды которых можно считать точечными. Введем вспомогательную величину $\tau = q_1/l$, которая является линейной плотностью заряда на стержне; тогда элементу отрезка dx будет соответствовать точечный заряд τdx . Этот заряд будет действовать на заряд q_2 с силой

$$dF = k \frac{q_2 \tau dx}{x^2}, \quad (1)$$

где x – расстояние заряда q_2 до элемента dx (рис. 16).

Чтобы найти всю силу действия заряда q_1 на заряд q_2 нужно найти векторную сумму всех элементарных сил $d\vec{F}$. Поскольку при переходе от одного элемента к другому направление сил не меняется, то задача сводится к интегрированию выражения (1) в границах от $x_1 = r$ до $x_2 = r + l$:

$$F = \int_{x_1}^{x_2} k \frac{q_2 \tau dx}{x^2} = k q_2 \tau \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right). \quad (2)$$

После подстановки вместо τ , x_1 , x_2 соответствующих выражений и простых преобразований, получим:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r(r+l)},$$

$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{1,5 \cdot 10^{-8} \cdot 3 \cdot 10^{-11}}{1(1+5) \cdot 10^{-4}} = 6,75 \cdot 10^{-6} \text{ Н.}$$

Чтобы найти напряженность поля, созданного зарядом q_1 в точке O , нужно силу, действующую на пробный положительный заряд, помещенный в эту точку, поделить на величину пробного заряда. Поскольку заряд q_2 во много раз меньше заряда q_1 , то его можно считать пробным, а поэтому:

$$E = \frac{F}{q_2} = \frac{6,75 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-11}} = 2,25 \cdot 10^5 \text{ В/м.}$$

Направление вектора \vec{E} показано на рисунке.

Ответ: $F = 6,75 \cdot 10^{-6} \text{ Н}; E = 2,25 \cdot 10^5 \text{ В/м.}$

Задача 2. Два точечных заряда $2 \cdot 10^{-7}$ Кл и $-4 \cdot 10^{-7}$ Кл расположены на расстоянии 10 см один от другого. Найти напряженность электрического поля этих зарядов в точке, которая находится на расстоянии 20 см от первого и 15 см от второго заряда.

2.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$q_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл $q_2 = -4 \cdot 10^{-7}$ Кл $d = 10$ см $r_1 = 20$ см $r_2 = 15$ см $\vec{E} - ?$

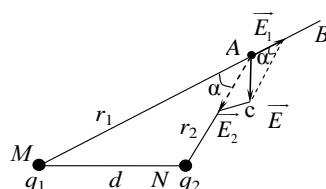


Рис. 17

2.2. Анализ и решение задачи.

На рис. 17 точка, соответствующая условию задачи, обозначена буквой А. Чтобы найти напряженность поля \vec{E} в этой точке, необходимо воспользоваться принципом суперпозиции полей, по которому $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, где \vec{E}_1 и \vec{E}_2 – напряженности полей, образованных зарядами соответственно q_1 и q_2 . Чтобы найти векторы \vec{E}_1 и \vec{E}_2 , в точку А мысленно помещают пробный положительный заряд, после чего отмечают направления сил, действующих на него со стороны зарядов q_1 и q_2 . Направления сил являются и направлениями векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 . Модули напряженностей находят по формулам

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2}, \quad E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2}. \quad (1)$$

Модуль результирующего вектора E можно найти из треугольника ABC по теореме косинусов:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \alpha, \quad (2)$$

для нахождения $\cos \alpha$ надо применить эту же теорему к треугольнику MAN :

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos \alpha. \quad (3)$$

После подстановки выражений для E_1 , E_2 и $\cos \alpha$ получим:

$$E = k \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} - \frac{q_1^2 q_2^2}{r_1^3 r_2^3} (r_1^2 + r_2^2 - d^2)};$$

подставив числовые значения величин и выполнив вычисления, получим:

$$E = \frac{9 \cdot 10^9}{10^{-2}} \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 10^{-7}}{2^2}\right)^2 + \left(\frac{4 \cdot 10^{-7}}{1,5^2}\right)^2 - \frac{2 \cdot 4 \cdot 10^{-14}}{2^3 \cdot 1,5^3} (2^2 + 1,5^2 - 1^2)}.$$

$$E \approx 1,55 \cdot 10^5 \text{ В/м.}$$

Ответ: $E \approx 1,55 \cdot 10^5 \text{ В/м.}$

Задача 3. Частица массой $2 \cdot 10^{-8}$ кг, имеющая заряд 4 нКл, влетела в электрическое поле в направлении силовых линий поля. После прохождения разности потенциалов 200 В частица имела скорость 10 м/с. Какую скорость имела частица в тот момент, когда она влетела в поле?

3.1. Краткая запись условия задачи и выражение для теоремы об изменении кинетической энергии частицы.

$$\begin{aligned} m &= 2 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \\ q_2 &= 4 \text{ нКл} = 4 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} \\ \Phi_1 - \Phi_2 &= 200 \text{ В} \\ v &= 10 \text{ м/с} \\ v_0 - ? & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta E_K &= A; \\ \Delta E_K &= E_{K2} - E_{K1}; \\ A &= q(\Phi_1 - \Phi_2). \end{aligned}$$

3.2. Анализ и решение задачи.

На положительный заряд в электрическом поле действует кулоновская сила, направленная в сторону силовых линий поля, а поэтому движение частицы будет равноускоренным. Увеличение кинетической энергии частицы равно работе кулоновской силы:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = q(\Phi_1 - \Phi_2).$$

Из этого уравнения имеем:

$$v_0 = \sqrt{v^2 - \frac{2q(\Phi_1 - \Phi_2)}{m}},$$

$$v_0 = \sqrt{10^2 - \frac{2 \cdot 4 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^2}{2 \cdot 10^{-8}}} = 4,47 \text{ м/с.}$$

Ответ: $v_0 = 4,47 \text{ м/с.}$

Задачи для решения в аудитории

1. В вершинах квадрата расположено по одинаковому заряду, равному $5 \cdot 10^{10}$ элементарных зарядов. Какой заряд необходимо поместить в центр квадрата, чтобы силы взаимодействия для каждого из зарядов были уравновешены? Будет ли это равновесие устойчивым?

2. Определить напряженность и потенциал поля, созданного ядром атома водорода на расстоянии $0,5 \cdot 10^{-8}$ см от него.

3. Точечные заряды $2 \cdot 10^{-5}$ Кл и $1 \cdot 10^{-5}$ Кл находятся на расстоянии 5 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной от первого заряда на 3 см, а от второго – на расстояние 4 см. Какая сила будет действовать на точечный заряд 2 мКл, если его поместить в указанную точку?

4. На заряд $6 \cdot 10^{-9}$ Кл, расположенный между двумя разноименно заряженными параллельными пластинами, действует сила $2 \cdot 10^{-5}$ Н. Поверхностная плотность заряда на одной из пластин равна $-2 \cdot 10^{-8}$ Кл/м². Расстояние между пластинами достаточно мало по сравнению с размерами пластин. Найти поверхностную плотность заряда на второй пластине. Какая сила будет действовать на заряд, если его расположить с внешней стороны пластин?

5. Между горизонтально расположенными пластинами конденсатора зависла заряженная пылинка массой 10^{-11} г. Разность потенциалов пластин равна 152 В. Под действием ультрафиолетовых лучей пылинка потеряла заряд Δq , и для восстановления ее равновесия пришлось увеличить разность потенциалов пластин на 8 В. Какой заряд потеряла пылинка?

6. Электрон движется в направлении силовых линий электрического поля. В точке с потенциалом 600 В его скорость равнялась $1,26 \cdot 10^7$ м/с. Определить потенциал точки, долетев до которой электрон полностью потеряет скорость.

Домашнее задание

1. Два одинаковых шарика подвешены в одной точке на нитях длиной 40 см. После того как шарики зарядили одинаковыми зарядами, они разошлись, и между нитями образовался угол 60° . Определить заряды шариков.

2. Найти напряженность поля в точке, которая находится посередине между точечными зарядами $4 \cdot 10^{-8}$ Кл и $-4 \cdot 10^{-8}$ Кл. Расстояние между зарядами 20 см.

3. Разность потенциалов двух разноименно заряженных пластин равна 6 кВ. Поверхностная плотность зарядов на пластинах одинакова и равна $3,2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м². Определить расстояние между пластинами и напряженность образованного ими поля, считая, что размеры пластин значительно больше, чем расстояние между ними.

4. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы его скорость достигла 8 км/с?

5. Найти напряженность и потенциал в точке, находящейся на расстоянии 2 см от поверхности шара радиусом 2 см, поверхностная плотность заряда которого равна 20 мкКл/м^2 . Какая работа будет выполнена при переносе заряда 6 мкКл из бесконечности в данную точку поля? Чему равна электрическая потенциальная энергия этого заряда в данной точке?

Занятие 2. Работа и энергия в электростатике. Конденсаторы

Теоретический материал

Работа сил электрического поля. Циркуляция вектора напряженности электрического поля.

Проводники в электрическом поле. Электростатическая защита. Диэлектрики в электрическом поле. Вектор поляризации. Диэлектрическая проницаемость. Вектор электрического смещения.

Конденсатор, электроемкость конденсатора. Виды конденсаторов. Последовательное и параллельное соединения конденсаторов. Энергия заряженного конденсатора.

Объемная плотность энергии электрического поля. Энергия системы заряженных частиц.

Контрольные вопросы

1. Как доказать, что электростатическое поле потенциальное?
2. Как выражается работа электрических сил через напряженность и разность потенциалов?
3. Каков физический смысл циркуляции вектора напряженности электростатического поля? Чему она равна?
4. Как определить потенциал поля, созданного системой точечных зарядов?
5. Как определяется потенциальная энергия системы точечных зарядов?
6. Чему равна электрическая энергия заряженного конденсатора?
7. Чему равна объемная плотность энергии электрического поля?
8. Как влияет внешнее электрическое поле на проводник и диэлектрик? Проникает ли электрическое поле в эти тела? Дать пояснение.
9. Какую величину называют поляризованностью диэлектрика? Как поляризованность выражается через поверхностную плотность связанных зарядов?
10. Чем вектор электрического смещения отличается от вектора напряженности электрического поля?
11. Что называют электроемкостью конденсатора, и какими единицами она измеряется?
12. От чего зависит электроемкость конденсатора? Привести примеры.

13. Какие особенности последовательного и параллельного соединений конденсаторов?

14. Как влияет диэлектрик между пластинами конденсатора на его электроемкость?

Основные формулы

Работа сил электрического поля по перемещению заряда q из точки поля с потенциалом ϕ_1 в точку с потенциалом ϕ_2 :

$$A = q(\phi_1 - \phi_2).$$

Связь напряженности электрического поля с разностью потенциалов в случае однородного поля

$$E = \frac{\phi_1 - \phi_2}{l},$$

где l – расстояние между точками 1 и 2, находящимися на одной силовой линии.

Определяющая формула электроемкости конденсатора

$$C = \frac{q}{U},$$

где $U = \phi_1 - \phi_2$ – разность потенциалов обкладок конденсатора.

Электроемкость плоского конденсатора

$$C = \epsilon \epsilon_0 \frac{S}{d},$$

где S – площадь пластины конденсатора;

d – расстояние между пластинаами;

ϵ – диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинаами;

ϵ_0 – электрическая постоянная.

Электроемкость единичной проводящей сферы радиуса R :

$$C = 4\pi \epsilon \epsilon_0 R.$$

Электроемкость батареи конденсаторов:

- при последовательном соединении конденсаторов –

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum \frac{1}{C_i};$$

- при параллельном соединении конденсаторов –

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum C_i.$$

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2}.$$

Электрическая потенциальная энергия системы зарядов

$$W = \frac{\sum q_i \phi_i}{2},$$

где ϕ_i – потенциал, создаваемый в той точке, где находится q_i , всеми зарядами, кроме i -го.

Объемная плотность энергии электрического поля

$$w_v = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}.$$

Примеры решения задач

Задача 1. В однородное электрическое поле с напряженностью 100 В/м в направлении силовых линий влетает электрон со скоростью $8 \cdot 10^6$ м/с. Определить расстояние, которое пройдет электрон до точки, в которой его скорость будет равной половине начальной.

1.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$E = 100 \text{ В/м}$
$v_0 = 8 \cdot 10^6 \text{ м/с}$
$v = v_0/2$
$m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
$S - ?$

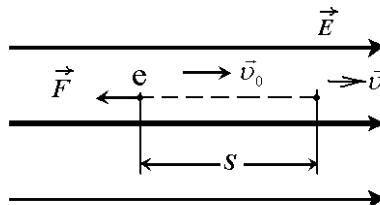


Рис. 18

1.2. Анализ и решение задачи.

На электрон в электрическом поле действует сила, направление которой противоположно направлению силовых линий поля, а поэтому движение электрона будет равнозамедленным. По теореме об изменении кинетической энергии для электрона это изменение равно работе силы, действующей на него:

$$\Delta E_k = A;$$

откуда

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = FS \cos \alpha, \quad (1)$$

где α – угол между направлением силы и направлением перемещения частицы; в данной задаче $\alpha = 180^\circ$. Сила, действующая на электрон в однородном поле, остается неизменной и равной произведению напряженности поля и заряда электрона, т. е. $F = Ee$.

После подстановки значения α и выражения для F в равенство (1) получим:

$$\frac{3mv_0^2}{8} = EeS.$$

Отсюда имеем:

$$S = \frac{3mv_0^2}{8Ee};$$

$$S = \frac{3 \cdot 9 \cdot 10^{-31} \cdot 6,4 \cdot 10^{13}}{8 \cdot 10^2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 13,6 \cdot 10^{-1} = 1,35 \text{ м.}$$

Ответ: $S = 1,35 \text{ м.}$

Задача 2. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено слоем слюды толщиной 0,3 см и слоем парафина толщиной 0,2 см. Конденсатор заряжен до напряжения 600 В. Определить напряженность поля в каждом из диэлектриков. Диэлектрическая проницаемость слюды равна 6, а парафина – 2. Какой была бы напряженность поля, если бы диэлектриком был воздух?

2.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$$\begin{aligned} d_1 &= 0,3 \text{ см} \\ d_2 &= 0,2 \text{ см} \\ U &= 600 \text{ В/м} \\ \epsilon_1 &= 6 \\ \epsilon_2 &= 2 \\ E_1 - ? \quad E_2 - ? \end{aligned}$$

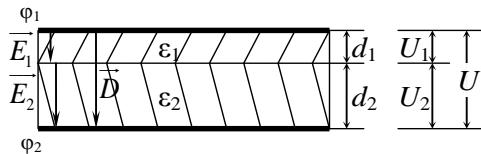


Рис. 19

2.2. Анализ и решение задачи.

Диэлектрик в электрическом поле поляризуется – на поверхностях возникают поляризованные заряды, создающие собственное электрическое поле. Результирующее поле в диэлектрике зависит от его диэлектрической проницаемости. Поскольку слои диэлектриков имеют неодинаковую диэлектрическую проницаемость, то и напряженности поля в них будут разными: $E_1 = E_0/\epsilon_1$, $E_2 = E_0/\epsilon_2$, где E_0 – напряженность поля конденсатора в вакууме. Отсюда следует, что напряженности поля в диэлектриках обратно пропорциональны диэлектрическим проницаемостям:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}. \quad (1)$$

Напряженности E_1 и E_2 можно рассчитать по формулам: $E_1 = U_1/d_1$, $E_2 = U_2/d_2$, U_1 – напряжение на первом слое, а U_2 – напряжение на втором слое, при этом $U_1 + U_2 = U$. Из этих равенств получаем:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{E_1}{E_2} \cdot \frac{d_1}{d_2}, \quad (2)$$

а учитывая (1), найдем и численное значение этого соотношения:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cdot \frac{d_1}{d_2} = 0,5.$$

Таким образом, $U_1 = 0,5U_2$, $U = U_1 + U_2 = 1,5U_2$, а отсюда следует, что

$$U_2 = \frac{600}{1,5} = 400 \text{ В}, U_1 = 200 \text{ В.}$$

$$E_1 = \frac{U_1}{d_1} = \frac{200}{0,3} = 666,7 \text{ В/см}, E_2 = \frac{U_2}{d_2} = \frac{400}{0,2} = 2000 \text{ В/см.}$$

Если бы диэлектриком между пластинами конденсатора был воздух, то напряженность электрического поля равнялось бы E_0 , при этом $E_0 = U/d = 1200 \text{ В/см}$, а это меньше, чем во втором слое диэлектрика.

Из рассмотренного примера следует, что неодинаковость диэлектрической проницаемости приводит к увеличению напряженности электрического поля, а это может привести к пробою диэлектрика. Поэтому на практике избегают применять сложную изоляцию с сильно различающимися диэлектрическими проницаемостями. По той же причине не следует допускать появления в изоляции воздушных пузырей.

Ответ: $E_1 = 666,7 \text{ В/см}$, $E_2 = \text{В/см}$, $E_0 = 1200 \text{ В/м}$.

Задача 3. Металлический шарик радиусом R заряжен до потенциала 600 В. В его поле под действием электрических сил перемещается точечный заряд $4 \cdot 10^{-6}$ Кл вдоль радиальной линии. Найти работу электрических сил по перемещению заряда из точки 1, которая находится на расстоянии $2R$ от поверхности шарика, в точку 2, удаленную от точки 1 на расстояние $3R$.

3.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$\phi_k = 600 \text{ В}$ $q = 4 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$ $l_1 = 2R$ $l_2 = 3R$ <hr/> $A_{12} - ?$
--

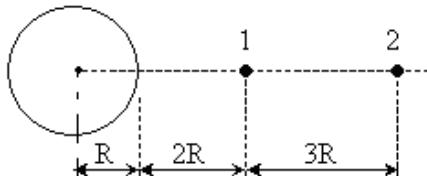


Рис. 20

3.2. Анализ и решение задачи.

Электрическое поле, образованное проводящим заряженным шаром, за его пределами является радиально симметричным, эквивалентным полю точечного заряда, равного заряду шара и расположенного в его центре. В связи с этим потенциал шара ϕ_k и потенциал точек поля определяются формулами:

$$\varphi_k = kq_k/R \text{ и } \varphi = kq_k/r,$$

где k – коэффициент пропорциональности в формуле закона Кулона;

q_k – заряд шара;

r – расстояние от центра шара до соответствующей точки поля.

Выразим потенциал φ через потенциал поля φ_k :

$$\varphi = \varphi_k \frac{R}{r}.$$

Имея выражение для потенциала, легко найти работу:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где $\varphi_1 = \varphi_k R / r_1$, $\varphi_2 = \varphi_k R / r_2$.

По условию задачи $r_1 = R + l_1 = 3R$, $r_2 = r_1 + l_2 = 6R$,

поэтому $\varphi_1 = \varphi_k / 3$, $\varphi_2 = \varphi_k / 6$, а работа

$$A_{12} = q\varphi_k \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right) = q \frac{\varphi_k}{6};$$

$$A_{12} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{600}{6} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

Ответ: $A_{12} = 4 \cdot 10^{-4}$ Дж.

Задачи для решения в аудитории

1. В электрическом поле заряда $2,5 \cdot 10^{-6}$ Кл перемещается частица с зарядом $2 \cdot 10^{-8}$ Кл. Какую работу выполнили электрические силы при перемещении частицы между точками поля с напряженностями $4 \cdot 10^4$ В/м и $4 \cdot 10^2$ В/м?

2. Какую начальную скорость должна иметь α -частица, чтобы она могла приблизиться к ядру атома золота на расстояние 10^{-12} см? Влиянием электронной оболочки золота пренебречь. Масса α -частицы равна $6,65 \cdot 10^{-27}$ кг.

3. Молекулу воды можно рассматривать как диполь, электрический момент которого равен $6,17 \cdot 10^{-30}$ Кл·м. Считая, что этот диполь состоит из положительных и отрицательных зарядов, равных по вели-

чине восьмикратному элементарному заряду, определить электростатическую энергию молекулы.

4. Пространство между пластинами конденсатора заполнено слоем слюды и слоем электрокартона одинаковой толщины. К пластинам подведено напряжение в 1000 В. Диэлектрическая проницаемость слюды равна 6, а электрокартона – 3. Как распределится напряжение между пластинами, и какой будет напряженность поля в данных слоях диэлектрика?

5. Плоский воздушный конденсатор с площадью пластины 100 см^2 подключен к источнику напряжения 100 В. Определить работу внешних сил, необходимую для того, чтобы раздвинуть пластины с расстояния 1 мм до расстояния 25 мм между ними, если источник напряжения перед раздвижением: 1) не отключен, 2) отключен.

6. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора равна 6 кВ, а заряд пластины – $2,13 \cdot 10^{-8}$ Кл. Определить силу взаимодействия между пластинами, энергию конденсатора и объемную плотность энергии электрического поля конденсатора, если расстояние между пластинами – 2,5 см, а площадь пластины – 100 см^2 .

Домашнее задание

1. Два шарика с зарядами $4 \cdot 10^{-19}$ Кл и $8 \cdot 10^{-19}$ Кл находятся на расстоянии 40 см. Какую работу нужно выполнить, чтобы сблизить их до расстояния 10 см?

2. Электрон движется против силовых линий электрического поля. В точке с потенциалом 235 В его скорость равнялась 10^6 м/с. С какой скоростью он достигнет точки с потенциалом 10 В?

3. Металлический шарик радиусом 1 см заряжен до потенциала 90 В. Определить объемную плотность энергии электрического поля на расстоянии 2 см от поверхности шарика.

4. Конденсатор емкостью 3 мкФ зарядили до разности потенциалов 300 В, а конденсатор емкостью 2 мкФ – до 200 В. После зарядки конденсаторы соединили параллельно. Определить количество энергии, которая при этом была израсходована на образование искры и на нагревание соединительных проводов.

5. Батарея из двух конденсаторов емкостью 1 нФ и 5 нФ заряжена до напряжения 2 кВ. Чему равно напряжение на каждом из конденсаторов, если они соединены последовательно?

Занятие 3. Законы постоянного тока

Теоретический материал

Электрический ток. Условия существования тока. Сила тока и плотность тока. Экспериментальные законы постоянного тока – закон Ома и закон Джоуля – Ленца. Сопротивление проводников. Плотность тока в электронной теории проводимости металлов. Закон Ома и закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме. Работа и мощность тока. Принцип действия источника тока. Сторонние силы. Электрические характеристики источника тока. Закон Ома для полной цепи. Соединения источников тока.

Контрольные вопросы

1. Что называется электрическим током? Как определяется направление тока? Каковы условия существования тока?
2. Что называется силой тока и плотностью тока? В каких единицах измеряются эти величины?
3. Сформулировать и записать закон Ома для участка цепи и закон Джоуля – Ленца.
4. Чем объясняется электрическое сопротивление проводников? От чего и как зависит сопротивление проводников?
5. Как объясняется электропроводность металлов, и какими опытами это подтверждается?
6. Чему равна плотность тока по электронной теории?
7. Записать и объяснить закон Ома и закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме.
8. Объяснить общий принцип действия источника тока, роль сторонних сил.
9. Дать определение для электрических характеристик источника тока – для ЭДС, напряжения и мощности.
10. Чему равно напряжение на зажимах разомкнутого и замкнутого на внешнюю цепь источника тока?
11. От чего зависит КПД источника тока?
12. Записать формулу для электрической энергии, вырабатываемой источником тока.
13. Как зависит напряжение на зажимах источника тока от величины нагрузки?

14. Чему равны ЭДС и внутреннее сопротивление батареи, подключенной при последовательном и параллельном соединении одинаковых источников тока?

Основные формулы

Сила тока – величина, равная количеству электричества, проходящему через поперечное сечение проводника за единицу времени. В случае постоянного тока

$$I = q/t,$$

где t – время протекания заряда q через поперечное сечение проводника.

Плотность электрического тока

$$j = I/S,$$

где S – площадь поперечного сечения проводника.

Закон Ома для однородного участка цепи:

$$I = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R} = \frac{U}{R},$$

где $\Phi_1 - \Phi_2 = U$ – разность потенциалов или напряжение на концах участка;

R – сопротивление участка.

Сопротивление проводника зависит от его размеров и материала, из которого он изготовлен:

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где ρ – удельное сопротивление материала проводника;

l длина проводника;

S – площадь поперечного сечения проводника.

Работа тока на участке цепи

$$A = UIt = I^2 Rt,$$

где t – время прохождения тока.

Работа тока численно равна электрической энергии, потребляемой данным участком цепи.

Закон Ома для полной цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

где ε – ЭДС источника тока;

r – внутреннее сопротивление источника тока;

R – внешнее сопротивление цепи.

Напряжение на зажимах источника тока равно ЭДС источника за вычетом падения напряжения на его внутреннем сопротивлении:

$$U = \varepsilon - Ir.$$

Электрическая энергия, выработанная источником тока за время t , определяется формулой

$$W_e = \varepsilon It.$$

Мощность источника тока равна электрической энергии, вырабатываемой им за каждую единицу времени:

$$P_e = \frac{W_e}{t} = \varepsilon I.$$

Примеры решения задач

Задача 1. Электрический чайник имеет две обмотки. При включении одной из них чайник закипает через 10 мин, при включении второй – через 15 мин. Через какое время чайник закипит, если обе обмотки включить параллельно?

1.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$$\begin{array}{l} t_1 = 10 \text{ мин} \\ t_2 = 15 \text{ мин} \\ t_3 - ? \end{array}$$

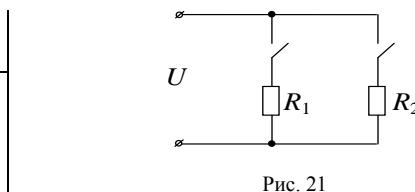


Рис. 21

1.2. Анализ и решение задачи.

Чтобы вскипятить воду в чайнике, требуется электроэнергия W , которая во всех трех случаях включения одна и та же (рассеянием теплоты в окружающее пространство пренебрегаем). Если включить первую

обмотку с сопротивлением R_1 (рис. 21), то электрическая энергия выразится формулой

$$W = U^2 t_1 / R_1, \quad R_1 = \frac{U^2 t_1}{W}, \quad (1)$$

где U – напряжение сети.

При включении только второй обмотки с сопротивлением R_2 :

$$W = U^2 t_2 / R_2, \quad R_2 = \frac{U^2 t_2}{W}. \quad (2)$$

При включении обеих обмоток параллельно потребляемая энергия $W = W_1 + W_2$, где W_1 и W_2 – электрические энергии, которые выделяются соответственно первой и второй обмотками за время t_3 , необходимое для доведения чайника до кипения. При этом

$$W_1 = U^2 t_3 / R_1, \quad W_2 = U^2 t_3 / R_2 \quad \text{и} \quad W = \frac{U^2}{R_1} t_3 + \frac{U^2}{R_2} t_3 = U^2 t_3 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Заменив в этой формуле R_1 и R_2 их выражениями (1) и (2), получим:

$$W = U^2 t_3 \left(\frac{W}{U^2 t_1} + \frac{W}{U^2 t_2} \right) = W t_3 \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right),$$

отсюда следует, что

$$t_3 = \frac{1}{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}} = \frac{t_1 \cdot t_2}{t_1 + t_2} = \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} = 6 \text{ мин.}$$

Ответ: $t_3 = 6$ мин.

Задача 2. Разность потенциалов концов медного проводника длиной 5 м поддерживается на уровне 1 В. Определить плотность тока в проводнике. Удельное сопротивление меди $1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

2.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$l = 10 \text{ м}$ $\Phi_1 - \Phi_2 = 1 \text{ В}$ $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ $j = ?$
--

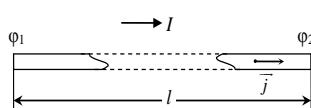


Рис. 22

2.2. Анализ и решение задачи.

По определению плотность постоянного тока равна отношению силы тока к площади поперечного сечения проводника. Поскольку последняя неизвестная, воспользуемся законом Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E}.$$

Напряженность стационарного электрического поля, созданного в проводнике разностью потенциалов, можно найти по формуле $E = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{l}$, а поэтому $j = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\rho l}$; $j = \frac{1}{1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 5} \approx 1,17 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$.

Ответ: $j \approx 1,17 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$.

Задача 3. Электромотор, потребляющий ток 8 А, расположен на расстоянии 2 км от генератора, с которым он соединен алюминиевыми проводами. Определить потерю напряжения в проводах. Масса проводов 120 кг, плотность алюминия $2,7 \text{ кг/cm}^3$, удельное сопротивление алюминия $2,6 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$.

3.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$$\rho_3 = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$$

$$I = 8 \text{ А}$$

$$l = 2 \text{ км}$$

$$m = 120 \text{ кг}$$

$$\rho = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ кг/m}^3$$

$$\Delta U - ?$$

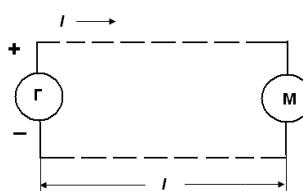


Рис. 23

3.2. Анализ и решение задачи.

Линия электропередачи обладает определенным электрическим сопротивлением R_L . При прохождении тока на сопротивлении R_L происходит падение напряжения, из-за чего напряжение на зажимах мотора будет меньше, чем напряжение генератора. Потеря напряжения равна падению напряжения $I R_L$, т. е.

$$\Delta U = IR_L; \quad (1)$$

$$R_a = \rho, \frac{2l}{S}, \quad (2)$$

где учтено, что длина проводов превышает расстояние l в два раза.

Масса проводов выражается формулой $m = \rho V = \rho \cdot 2l \cdot S$, откуда следует, что

$$S = \frac{m}{2\rho l}. \quad (3)$$

После подстановки (2) и (3) в (1) получим:

$$\Delta U = I \rho, \rho \frac{4l^2}{m};$$
$$\Delta U = 8 \cdot 2,6 \cdot 10^{-8} \cdot 2,7 \cdot 10^3 \frac{4(2 \cdot 10^3)^2}{1,2 \cdot 10^2} = 75 \text{ В.}$$

Ответ: $\Delta U = 75 \text{ В.}$

Задачи для решения в аудитории

1. В лаборатории, удаленной от источника электрической энергии на 150 м, включили нагреватель, потребляющий ток 10 А. На сколько при этом уменьшилось напряжение на электрической лампе, которая горит в этой лаборатории? Электропередача к лаборатории выполнена алюминиевым проводом с поперечным сечением 6 мм^2 .

2. Настольная электрическая лампа была включена под напряжение 200 В на 5 ч. Определить потребляемую мощность, ток и сопротивление лампы по показаниям электросчетчика: перед включением лампы – 186,5 кВт·ч; после выключения – 186,8 кВт·ч.

3. Бак емкостью 100 л имеет электронагреватель мощностью 1,5 кВт при напряжении 220 В. Сколько времени потребуется для нагревания воды от 20 °C до 60 °C, если КПД нагревателя 90 %? Сколько электроэнергии будет потреблено? Определить величину потребляемого тока.

4. Определить массу алюминиевого провода, необходимого для создания двухпроводной линии электропередачи длиной 2 км на напряжение 2,4 кВ и потребляемую мощность 60 кВт. Допустимая потеря напряжения в проводах 8 %, плотность алюминия $2,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, удельное сопротивление $2,53 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м.}$

5. Потребитель электроэнергии с сопротивлением 24 Ом на два часа был подключен к источнику с ЭДС 240 В. Найти полное количество электроэнергии, выработанное источником за это время, и мощность источника, если его внутреннее сопротивление 1,2 Ом. Чему равна мощность потребления электроэнергии?

6. Найти среднюю скорость упорядоченного движения электронов в медном проводнике диаметром 5 мм, если ток в нем 100 А, а концентрация свободных электронов в меди 10^{23} см^{-3} . Чему равна напряженность стационарного электрического поля в данном проводнике?

Домашнее задание

1. Электрическая лампа накаливания потребляет ток 0,2 А. Диаметр вольфрамового волоска 0,02 мм, температура волоска 2000 °С. Определить напряженность стационарного электрического поля в вольфраме при данных условиях, учитывая, что удельное сопротивление вольфрама при температуре 0 °С равно $5 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$, а температурный коэффициент удельного сопротивления – $4,8 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}$.

2. В сеть напряжением 100 В включили последовательно вольтметр и катушку с сопротивлением 2 кОм. Показание вольтметра – 80 В. После замены этой катушки на другую вольтметр показал 60 В. Определить сопротивление второй катушки.

3. Пучок электронов в вакууме создает ток 2 мА, поперечное сечение пучка – 1 мм^2 , средняя скорость электронов – $5 \cdot 10^8 \text{ см}/\text{s}$. Определить концентрацию электронов в пучке.

4. ЭДС аккумулятора 12 В, его КПД при силе тока 4 А равен 60 %. Определить внутреннее сопротивление аккумулятора.

5. Сколько витков никромовой проволоки диаметром 1 мм надо намотать на фарфоровый цилиндр радиусом 2,5 см, чтобы получить трубчатую печь с сопротивлением 40 Ом? Удельное сопротивление никрома равно $1,1 \cdot 10^{-6} \text{ Ом}\cdot\text{м}$. Можно ли эту печь включать под напряжение 220 В, если допустимая плотность тока в данном проводе равна $18 \text{ А}/\text{мм}^2$?

Занятие 4. Электрические цепи постоянного тока. Правила Кирхгофа

Теоретический материал

Последовательное и параллельное соединение проводников. Способы измерения сопротивления проводников. Электроизмерительные приборы амперметр и вольтметр. Последовательное и параллельное соединение источников электрической энергии. Закон Ома для неоднородного участка цепи. Разветвленные электрические цепи. Правила Кирхгофа.

Контрольные вопросы

1. Как рассчитывается электрическое сопротивление последовательно и параллельно соединенных проводников?
2. Назвать простейшие способы измерения сопротивления проводников.
3. Какие сопротивления имели бы амперметр и вольтметр в идеальном случае?
4. Что покажет вольтметр, включенный в электрическую цепь последовательно с потребителем?
5. Почему амперметр нельзя включать параллельно потребителю электрической энергии?
6. Что такое шунт? Что такое добавочное сопротивление? Как они рассчитываются?
7. Зачем возле зажимов амперметра и вольтметра ставят значки «плюс» и «минус», т. е. «+» и «-»?
8. С какой целью соединяют между собой источники электрического тока? Какие особенности последовательного и параллельного соединения источников?
9. Записать и объяснить закон Ома для неоднородного участка цепи.
10. Что называют узлом и ветвью разветвленной электрической цепи?
11. Сформулировать правила Кирхгофа.
12. Объяснить правила знаков при записи уравнений по правилам Кирхгофа.

Основные формулы

Формулы для вычисления сопротивления при соединении n резисторов:

- последовательно –

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum R_i;$$

- параллельно –

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum \frac{1}{R_i}.$$

Электроизмерительный прибор постоянного тока, механизм которого рассчитан на очень малый ток, можно превратить в амперметр или в вольтметр. Чтобы получить амперметр, к измерительному механизму параллельно подключают малое сопротивление, которое называется шунтом. Для получения вольтметра к измерительному механизму последовательно подключают добавочное сопротивление. Формулы для расчета шунта $r_{ш}$ и добавочного сопротивления r_d :

$$r_{ш} = \frac{r}{n-1},$$

где r – сопротивление самого измерительного механизма;

n – число, показывающее, во сколько раз увеличивается предел измерения по току или по напряжению.

Закон Ома для неоднородного участка цепи:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \sum \varepsilon_i}{\sum R_i},$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы концов участка;

$\sum \varepsilon_i$ – алгебраическая сумма ЭДС источников тока, включенных на участке;

$\sum R_i$ – сумма всех сопротивлений участка – внутренних и внешних.

Правила Кирхгофа:

- **первое правило:** алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю $\sum I_i = 0$;

- **второе правило:** в любом замкнутом контуре алгебраическая сумма падений напряжений на всех сопротивлениях равна алгебраической сумме ЭДС всех источников тока, включенных в контур
- $$\sum I_i R_i = \sum \varepsilon_i.$$

Чтобы уравнение для контура записать правильно, необходимо:

- на схеме электрической цепи произвольно указать стрелками направления токов возле всех сопротивлений контура;
- выбрать направление обхода контура – по часовой стрелке или против часовой стрелки;
- при обходе контура считаются положительными те токи, направления которых совпадают с направлением обхода, и отрицательными те, направление которых противоположно направлению обхода;
- определить знаки ЭДС: если при обходе контура первым встречается полюс источника со знаком минус, то ЭДС этого источника следует брать со знаком плюс, так как в этом случае переход через источник происходит от «–» к «+», а значит, совпадает с направлением сторонних сил, действующих внутри этого источника; если же первым встречается полюс источника со знаком плюс, то его ЭДС следует брать со знаком минус.

Примеры решения задач

Задача 1. На рис. 24 показана схема электрической цепи, в которой $\varepsilon_1 = 3$ В, $\varepsilon_2 = 1,5$ В, $\varepsilon_3 = 1$ В, $R_1 = R_2 = 1$ Ом, $R_3 = 2$ Ом. Найти значения токов во всех резисторах. Внутренними сопротивлениями источников ЭДС пренебречь.

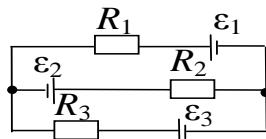


Рис. 24

1.1. Краткая запись условия задачи и рисунок для ее решения.

$\varepsilon_1 = 3$ В
$\varepsilon_2 = 1,5$ В
$\varepsilon_3 = 1$ В
$R_1 = R_2 = 1$ Ом
$R_3 = 2$ Ом
$I_1 - ?$ $I_2 - ?$ $I_3 - ?$

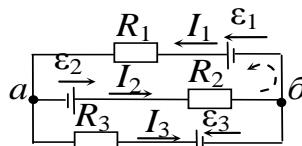


Рис. 24, а

1.2. Анализ и решение задачи.

Данная цепь разветвленная, и в каждой из ветвей имеется источник тока, поэтому для расчетов воспользуемся правилами Кирхгофа. Чтобы записать уравнение по этим правилам, необходимо:

- указать на схеме стрелками направления токов в ветвях и направления ЭДС. Неизвестные направления токов выбирают произвольно, а за направление ЭДС принимают направление действия сторонних сил внутри источников. Принято считать, что сторонние силы перемещают положительные заряды с отрицательного полюса на положительный;

- выбрать направление обхода замкнутых контуров схемы (произвольно). По этому направлению определяют знаки токов и ЭДС для уравнений, составленных по второму правилу Кирхгофа: если направление тока или ЭДС совпадает с направлением обхода, то соответствующую величину берут со знаком плюс, если же направления противоположны, то соответствующую величину берут со знаком минус. Направление обхода на рис. 24, *a* показано кривой стрелкой.

Соответственно принятым на рис. 24, *a* обозначениям для узла *a* получим:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0;$$

для контура $\varepsilon_1 a \varepsilon_2 b \varepsilon_1 -$

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = I_1 R_1 + I_2 R_2;$$

для контура $\varepsilon_1 a \varepsilon_3 b \varepsilon_1 -$

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_3 = I_1 R_1 + I_3 R_3.$$

Чтобы решение было не громоздким, в уравнения подставим числа:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0; \quad (1)$$

$$I_1 + I_2 = 4,5; \quad (2)$$

$$I_1 + 2I_3 = 2. \quad (3)$$

Выразив I_3 из (1) и подставив полученный результат в (3), получим:

$$3I_1 - 2I_2 = 2. \quad (4)$$

Из уравнений (2) и (4) имеем: $5I_1 = 11$, откуда $I_1 = 2,2$ А.

После этого легко найти значения токов I_2 и I_3 : $I_2 = 2,3$ А, $I_3 = -0,1$ А.

Отрицательное значение тока I_3 означает, что его действительное направление противоположно показанному на рис. 24, а. Таким образом, токи I_1 и I_3 сходятся в узле a , а поэтому их сумма должна давать ток I_2 : $I_1 + I_3 = I_2$.

Легко проверить, что полученные значения токов удовлетворяют этому уравнению.

Ответ: $I_1 = 2,2 \text{ А}$; $I_2 = 2,3 \text{ А}$; $I_3 = -0,1 \text{ А}$.

Задача 2. Участок с последовательно соединенными источниками ЭДС ε_1 и ε_2 и сопротивлениями R_1 и R_2 (рис. 25) является частью неизвестной электрической цепи. Вольтметр и амперметр имеют односторонние шкалы, при этом вольтметр показывает 30 В, а амперметр – 2 А. Чему равна ε_2 , если $\varepsilon_1 = 6 \text{ В}$, $R_1 = 8 \text{ Ом}$ и $R_2 = 6 \text{ Ом}$. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

2.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 6 \text{ В} \\ U &= 30 \text{ В} \\ I &= 2 \text{ А} \\ R_1 &= 8 \text{ Ом} \\ R_3 &= 6 \text{ Ом} \\ \varepsilon_2 &- ? \end{aligned}$$

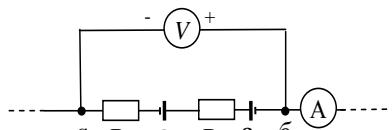


Рис. 25

2.2. Анализ и решение задачи.

Участок цепи на рис. 25 является неоднородным. Закон Ома для подобных участков в общем случае записывается так:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \sum \varepsilon_i}{\sum R_i},$$

где $\varphi_1 - \varphi_2$ потенциалы концов участка;

$\sum \varepsilon_i$ – алгебраическая сумма ЭДС участка.

Чтобы определить знак ЭДС, надо знать направление тока в нем. Направление тока легко определить по полярности вольтметра, указанной на схеме. Через измерительный прибор ток идет от положительного зажима к отрицательному, а значит, от точки b до точки a . Как видим, ЭДС ε_2 действует в этом же направлении, а ЭДС ε_1 – в противоположном направлении, а поэтому знак ε_2 положительный, а ε_1 – отрицательный.

В связи с этим закон Ома для данного участка примет вид:

$$I = \frac{U - \varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R_1 + R_2}.$$

Подставив значения величин, получим:

$$2 = \frac{30 - 6 + \varepsilon_2}{8 + 6} = \frac{24 + \varepsilon_2}{14},$$

откуда следует: $\varepsilon_2 = 4$ В.

Ответ: $\varepsilon_2 = 4$ В.

Задачи для решения в аудитории

1. Найти силу тока во всех участках мостика Уитстона (рис. 26) при условии, что мостик уравновешен, т. е. ток через гальванометр равен нулю. ЭДС источника равна 2 В, $R_1 = 30$ Ом, $R_2 = 45$ Ом и $R_3 = 200$ Ом. Внутренним сопротивлением источника ЕДС пренебречь.

2. Источник тока с ЭДС 4 В и внутренним сопротивлением 1 Ом, показанный на рис. 27, является участком неизвестной электрической цепи. К полюсам источника включили вольтметр таким образом, что зажим вольтметра со знаком плюс соединен с положительным полюсом источника. Вольтметр показывает напряжение 6 В. Определить количество теплоты, которое выделяется за единицу времени на внутреннем сопротивлении источника тока r .

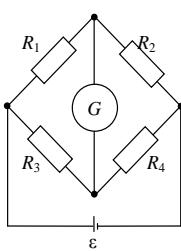


Рис. 26

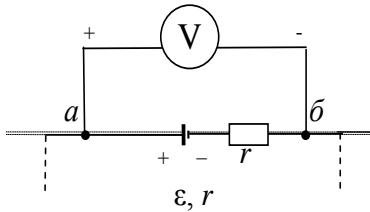


Рис. 27

3. а) для образования более мощного источника тока три одинаковых аккумулятора с ЭДС 24 В и внутренним сопротивлением 1,2 Ом соединили между собой параллельно (рис. 28). Найти внутреннее со-

противление батареи и напряжение на ее зажимах; б) чему равно напряжение на зажимах батареи, составленной из двух неодинаковых источников, в которых $\varepsilon_1 = 1,4$ В, $r_1 = 0,6$ Ом; $\varepsilon_2 = 1,2$ В, $r_2 = 0,4$ Ом? Какой недостаток в этой батарее?

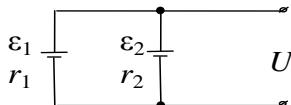


Рис. 28

4. Электроизмерительный прибор имеет равномерную шкалу на 100 делений. Цена деления 10 мкА, внутреннее сопротивление прибора 100 Ом. Как из этого прибора сделать амперметр для измерения тока до 1 А или вольтметр для измерения напряжения до 100 В?

5. Три гальванических элемента с ЭДС 1,8 В; 1,4 В и 1,1 В и с внутренними сопротивлениями соответственно 0,4 Ом, 0,6 Ом и 0,2 Ом соединены между собой одноименными полюсами (рис. 29). Определить силу тока в каждой ветке цепи.

6. В разветвленной цепи, показанной на рис. 30, $\varepsilon_1 = 50$ В, $\varepsilon_2 = 120$ В, $R_1 = 80$ Ом, $R_2 = 200$ Ом; сопротивление вольтметра равно 500 Ом. Определить показания электроизмерительных приборов, включенныхных в цепь. Внутренними сопротивлениями источников ЭДС пренебречь.

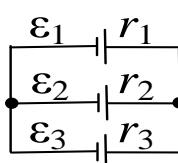


Рис. 29

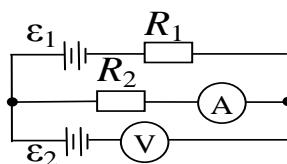


Рис. 30

Домашнее задание

1. Вольтметр с сопротивлением 300 Ом включен в схему, как показано на рис. 31. Определить показания вольтметра при условии, что ЭДС гальванических элементов одинаковы и равны 2,2 В (внутренним сопротивлением пренебречь), а сопротивления резисторов равны: $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 200$ Ом, $R_3 = 400$ Ом, $R_4 = 300$ Ом.

2. Миллиамперметр имеет сопротивление 0,2 Ом и рассчитан для измерения тока до 100 мА. Каким должно быть сопротивление шунта, чтобы с его помощью можно было измерять ток до 5 А? Какое сопротивление будет иметь полученный амперметр?

3. На рис. 32 показан участок неизвестной электрической цепи, в состав которого входят источник с ЭДС 4 В и внутренним сопротивлением 1 Ом и резистор R с сопротивлением 5 Ом. Вольтметр показывает напряжение 2 В, при этом его зажим со знаком плюс подключен к отрицательному полюсу источника. Найти, какое количество теплоты выделяется в резисторе за один час?

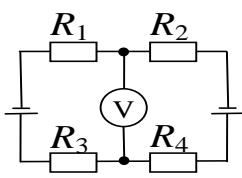


Рис. 31

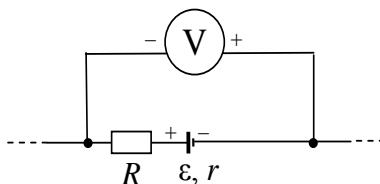


Рис. 32

4. Найти значение токов во всех участках электрической цепи, состоящей из трех источников ЭДС и трех резисторов (рис. 33) при условии, что $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 3$ В, $\varepsilon_3 = 1$ В; $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 3$ Ом, $R_3 = 1$ Ом. Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

5. Что показывает амперметр в электрической цепи, схема которой приведена на рис. 34, если вольтметр показывает 4,1 В, а сопротивления резисторов $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 6$ Ом и $R_3 = 1$ Ом? Сопротивлением амперметра пренебречь.

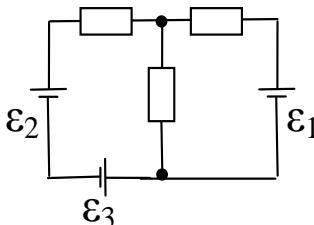


Рис. 33

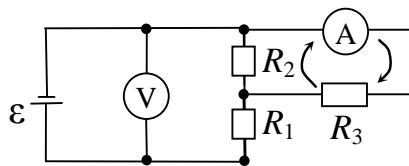


Рис. 34

Занятие 5. Магнитное поле тока

Теоретический материал

Источники магнитного поля. Способы исследования магнитного поля. Вектор магнитной индукции, единицы измерения магнитной индукции. Силовые линии магнитного поля. Вихревой характер магнитного поля.

Закон Био – Савара – Лапласа. Принцип суперпозиции магнитных полей. Магнитное поле прямого и кругового токов. Поток вектора магнитной индукции. Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока (циркуляция вектора \vec{B}). Магнитное поле соленоида. Сила Ампера. Взаимодействие параллельных токов. Сила Лоренца.

Движение заряженных частиц в магнитном поле. Напряженность магнитного поля.

Контрольные вопросы

1. Что является источником магнитного поля?
2. Назвать простейший способ исследования магнитного поля.
3. Какую величину называют магнитным моментом контура с током?
4. Как, основываясь на представлении о пробном контуре с током, дать определение вектора магнитной индукции? Как называется единица измерения индукции магнитного поля?
5. Что называют силовой линией магнитного поля? Как определяется направление силовых линий? Привести примеры магнитных полей.
6. Как определить направление вектора магнитной индукции в заданном магнитном поле?
7. Чем отличается магнитное поле от электростатического?
8. Сформулировать и объяснить закон Био – Савара – Лапласа. Что такое элемент тока? Где используется этот закон?
9. В чем состоит принцип суперпозиции магнитных полей? Привести примеры суперпозиции.
10. Записать и объяснить формулы для магнитной индукции поля, созданного током прямолинейного и кругового проводников.
11. Какую величину называют потоком вектора магнитной индукции? В каких единицах измеряется магнитный поток?

12. Сформулировать и записать формулу теоремы о циркуляции вектора магнитной индукции (закон полного тока). Где используется эта теорема?

13. Что такое соленоид? Как определить магнитную индукцию поля, созданного током соленоида?

14. Записать и объяснить формулу для силы Ампера. Привести примеры использования силы Ампера в электротехнике.

15. Записать и объяснить формулу силы Лоренца. Чему равна рабочая сила Лоренца?

16. Как магнитное поле влияет на движение заряженных частиц в нем?

Основные формулы

Принцип суперпозиции магнитных полей: магнитное поле \vec{B} любого тока равно векторной сумме полей $\Delta\vec{B}$, создаваемых отдельными элементами тока $I\Delta\vec{l}$:

$$\vec{B} = \Delta\vec{B}_1 + \Delta\vec{B}_2 + \dots + \Delta\vec{B}_n.$$

Закон Био – Савара – Лапласа дает формулу для вычисления ΔB :

$$\Delta B = k \frac{I\Delta l}{r^2} \sin \alpha,$$

где k – коэффициент пропорциональности;

r – радиус-вектор, направленный от элемента проводника Δl до точки, в которой определяется поле ΔB ;

α – угол между направлением тока в Δl и радиус-вектором.

В СИ коэффициент

$$k = \mu\mu_0/4\pi,$$

где μ – магнитная проницаемость среды, в которой создается поле;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

Магнитное поле, создаваемое отрезком прямого провода с током:

$$B = k \frac{I}{r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

Магнитное поле, создаваемое током, текущим по прямому проводу бесконечной длины:

$$B = 2k \frac{i}{r_0} = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r},$$

где r_0 – расстояние от провода до точки, в которой поле вычисляется.

Магнитное поле в центре кругового тока:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R},$$

где R – радиус кругового контура.

Магнитное поле внутри соленоида:

$$B = \mu\mu_0 n I,$$

где n – число витков соленоида, приходящихся на единицу его длины.

Сила Ампера – сила, действующая на проводник с током в магнитном поле:

$$F = BIl \sin \alpha,$$

где l – длина проводника;

α – угол между направлением вектора магнитной индукции \vec{B} и направлением тока в проводнике.

Сила взаимодействия двух токов, текущих по параллельным проводникам, расположенным на расстоянии d друг от друга:

$$F = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{II_1}{d} l,$$

где l – длина отрезков, взаимодействие между которыми вычисляется.

Сила Лоренца – сила, действующая со стороны магнитного поля на заряженную частицу, движущуюся в этом поле:

$$F = qBv \sin \alpha,$$

где q – заряд частицы;

v – ее скорость;

α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} .

Магнитный момент контура с током:

$$P_m = IS,$$

где S – площадь, ограниченная контуром.

Индукция однородного магнитного поля и напряженность магнитного поля связаны соотношением

$$B = \mu \mu_0 H.$$

Примеры решения задач

Задача 1. Согнутый проводник имеет вид равностороннего треугольника со стороной 10 см. По проводнику течет ток 12 А. Определить индукцию магнитного поля в центре треугольника.

1.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$$\begin{aligned} a &= 10 \text{ см} \\ I &= 12 \text{ А} \end{aligned}$$

$$B_0 - ?$$

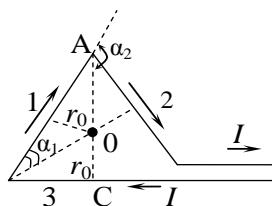


Рис. 35

1.1. Анализ и решение задачи.

Магнитное поле треугольного контура с током можно рассматривать как суперпозицию трех полей, созданных токами трех сторон. Соответственно магнитная индукция \vec{B}_0 результирующего поля в точке O будет равна векторной сумме трех составляющих:

$$\vec{B}_0 = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3, \quad (1)$$

где индексы 1, 2, 3 соответствуют трем сторонам треугольника.

В точке O все три вектора магнитной индукции перпендикулярны к плоскости рисунка и направлены «от нас». Кроме этого, из симметрии расположения токов относительно центра O видно, что модули этих векторов равны между собой, а поэтому из (1) имеем:

$$B_0 = 3B_1. \quad (2)$$

Магнитная индукция поля, образованного отрезком прямолинейного проводника с током, определяется формулой:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (3)$$

где α_1 – угол между направлением тока и радиус-вектором, проведенным от начала отрезка к точке O ;

α_2 – угол между направлением тока и радиус-вектором, проведенным от конца отрезка к точке O .

В равностороннем треугольнике: $r_0 = \frac{1}{3} AC = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $\alpha_1 = 30^\circ$,

$$\alpha_2 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ.$$

После подстановки этих значений в (3), получим:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot 6}{a\sqrt{3}} \cdot 2 \cos 30^\circ;$$

$$B_1 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi} \cdot \frac{12 \cdot 6}{0,1 \cdot \sqrt{3}} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 7,2 \cdot 10^{-5} \text{ Тл.}$$

Ответ: $B_0 = 3B_1 = 2,16 \cdot 10^{-4}$ Тл.

Задача 2. Электрон, влетев в однородное магнитное поле со скоростью 10^6 м/с, стал двигаться по окружности. Определить магнитную индукцию поля и магнитный момент, созданный круговым движением электрона. Радиус круговой траектории равняется 2 см.

2.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m = 9 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$v = 10^6 \text{ м/с}$$

$$R = 2 \text{ см}$$

$$\vec{B} - ? \quad \vec{P}_m - ?$$

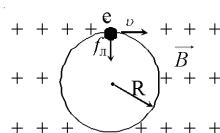


Рис. 36

2.2. Анализ и решение задачи.

Траектория движения электрона в магнитном поле становится круговой тогда, когда его скорость направлена под прямым углом к силовым линиям поля. На рис. 36 поле изображено крестиками, а это означает, что вектор \vec{B} направлен «от нас» перпендикулярно к плоскости рисунка. Двигаясь слева направо, электрон под действием силы Лоренца изменяет направление движения и его траектория становится

круговой. По второму закону Ньютона сила Лоренца сообщает электрону центростремительное ускорение a_n , при этом по закону Ньютона

$$F = ma_n, \quad (1)$$

а по формуле Лоренца

$$F = Bev \sin \alpha. \quad (2)$$

Из (1) и (2) имеем:

$$Bev \sin \alpha = ma_n. \quad (3)$$

В нашем случае $\alpha = 90^\circ$ и $\sin \alpha = 1$, центростремительное ускорение $a_n = v^2/R$, где R – радиус кривизны траектории. Учитывая это, из (3) получим:

$$B = \frac{ma_n}{ev} = \frac{mv}{eR};$$

$$B = \frac{9 \cdot 10^{-31} \cdot 10^6}{1,6 \cdot 10^{-19} 2 \cdot 10^{-2}} = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ Тл} = 0,28 \text{ мТл.}$$

Магнитный момент контура с током P_m определяется по формуле

$$P_m = IS, \quad (4)$$

где S – площадь круга, ограниченного контуром.

По определению сила тока равна заряду, который за одну секунду проходит через поперечное сечение проводника. В нашем случае сила тока будет равна элементарному заряду e , умноженному на частоту его появления в любой из точек траектории, то есть на количество оборотов за единицу:

$$I = en = e \frac{v}{2\pi R}. \quad (5)$$

Подставив (5) и $S = \pi R^2$ в выражение (4), получим:

$$P_m = \frac{ev}{2\pi R} \cdot \pi R^2.$$

$$P_m = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{2} = 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ А} \cdot \text{м}^2.$$

Ответ: $B = 0,28 \text{ мТл}$; $P_m = 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ А} \cdot \text{м}^2$.

Задачи для решения в аудитории

1. В двух параллельных проводниках, расположенных на расстоянии 20 см, текут токи 4 и 10 А. Определить магнитную индукцию результирующего поля в точке, находящейся посередине между проводниками, в случаях, когда: а) токи текут в одном направлении; б) токи текут в противоположных направлениях.

2. Два прямолинейных проводника расположены в координатной плоскости XY , при этом один из проводников совмещен с осью X , а другой – с осью Y . В первом проводнике ток равен 4 А, а во втором – 3 А. Токи текут в направлении осей. Определить индукцию результирующего магнитного поля в точке с координатами $x = 3$ см, $y = 2$ см.

3. В средней части соленоида расположен круговой виток диаметром 4 см, плоскость которого с осью соленоида образовывает угол 60° . Намотка соленоида выполнена проводом с диаметром 0,8 мм в один слой плотно виток к витку. Чему равен магнитный поток через контур, если ток в соленоиде 3 А?

4. Проводник с током 10 А расположен перпендикулярно к силовым линиям однородного магнитного поля с индукцией 0,5 мТл. Найти величину и направление силы Ампера, действующей на проводник, если его длина 60 см. Определить индукцию результирующего магнитного поля в точках, расположенных на линии действия силы Ампера и удаленных от проводника на 1 см в обе стороны от него.

5. Напряженность магнитного поля в центре кругового тока 500 А/м, а его магнитный момент равен $6 \text{ A} \cdot \text{м}^2$. Определить силу тока и радиус витка, по которому идет ток.

6. Электрон влетает в однородное магнитное поле под углом 30° к силовым линиям поля. Скорость электрона $4 \cdot 10^7$ м/с, индукция магнитного поля 10 мТл. Найти радиус и шаг винтовой траектории электрона в магнитном поле.

Домашнее задание

1. По проводнику, согнутому в виде квадратной рамки со стороной 20 см, течет ток 8 А. Определить индукцию магнитного поля в центре рамки. Чему равен магнитный момент рамки?

2. Прямолинейный алюминиевый проводник поперечным сечением 1 mm^2 свободно падает в однородном магнитном поле с ускорением $4,8 \text{ m/s}^2$. Определить индукцию магнитного поля, зная, что во время падения направление проводника перпендикулярно к силовым линиям поля и что ток в проводнике равен 5 А.

3. Обмотка соленоида на каждые 4 см длины имеет 20 витков провода. В средней части соленоида перпендикулярно оси расположен проводник длиной 2 см, по которому идет ток 5 А, при этом на проводник действует сила Ампера 10^{-6} Н. Чему равен ток в обмотке соленоида?

4. Вычислить радиус траектории электрона в магнитном поле с индукцией 20 мТл, если его скорость равна $2 \cdot 10^7$ м/с и направлена перпендикулярно к силовым линиям поля. Чему равен период движения электрона по круговой траектории?

5. По двум параллельным проводникам в одном направлении текут токи 8 А и 16 А. Расстояние между проводниками 5 см. Определить напряженность магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии 3 см от первого и 4 см от второго.

Занятие 6. Действие магнитного поля на проводник с током. Явление электромагнитной индукции. Энергия магнитного поля

Теоретический материал

Действие магнитного поля на плоский контур с током. Работа по перемещению проводника с током и контура с током в магнитном поле.

Открытие Фарадеем явления электромагнитной индукции. Основной закон электромагнитной индукции. Токи Фуко. ЭДС индукции в проводнике, движущемся в магнитном поле. Индуктивность контура и соленоида. Явление самоиндукции. Экстратоки замыкания и размыкания. Энергия магнитного поля тока. Объемная плотность энергии магнитного поля. Явление взаимоиндукции. Электрический колебательный контур, формула Томсона.

Контрольные вопросы

1. Какое действие оказывает магнитное поле на контур с током? Какие технические применения имеет это явление?

2. Записать и объяснить формулу момента сил, действующих на контур с током в магнитном поле.

3. Чему равна сила, действующая на контур с током в неоднородном магнитном поле?

4. Записать и объяснить формулу работы по перемещению контура с током в магнитном поле.

5. В чем заключается явление электромагнитной индукции? Назовите основные технические применения этого явления.

6. Чему равна ЭДС индукции? Как определить направление индукционного тока? Сформулируйте правило Ленца.

7. Что называют токами Фуко? Где токи Фуко используются? Привести примеры отрицательного действия токов Фуко.

8. Чему равна ЭДС электромагнитной индукции в проводнике, движущемся в магнитном поле? Какое практическое применение имеет это явление?

9. На каких явлениях основано действие трансформатора и генератора электрической энергии?

10. От чего зависит индуктивность контура и соленоида? В каких единицах измеряется индуктивность?

11. В чем состоит явление самоиндукции? Что называют экстратоками и когда они возникают?

12. Чему равна энергия магнитного поля тока и объемная плотность этой энергии?

13. Где применяются электрические колебательные контуры? Какие преобразования энергии происходят в контуре?

14. Назвать основные применения явления электромагнитной индукции, имеющие чрезвычайное значение в жизни современного общества.

15. Возникает ли индукционный ток в замкнутом контуре при его поступательном движении в однородном магнитном поле?

16. Объяснить, что происходит в замкнутом контуре при его равномерном вращении в однородном магнитном поле.

Основные формулы

Момент сил Ампера, действующих на плоский контур с током, помещенный в однородное магнитное поле:

$$M = P_m D \sin \alpha,$$

где α – угол между векторами \vec{P}_m и \vec{B} .

Работа по перемещению контура с током в магнитном поле:

$$A = I \Delta \Phi.$$

Поток вектора магнитной индукции \vec{B} через поверхность площадью S в однородном магнитном поле:

$$\Phi = BS \cos \alpha,$$

где α – угол между вектором \vec{B} и нормалью к площадке S .

Поток магнитного поля, созданного током I контура, через поверхность, ограниченную этим контуром, определяется формулой

$$\Phi = LI,$$

где L – индуктивность контура.

Индуктивность соленоида, имеющего n витков на каждой единице его длины и объем V , определяется по формуле

$$L_s = \mu \mu_0 n^2 V.$$

Формула потокосцепления (полного тока) соленоида из N витков:

$$\Psi = N\Phi = L_s I.$$

Основной закон электромагнитной индукции: при изменении магнитного потока, пронизывающего поверхность, ограниченную контуром, в контуре возникает ЭДС индукции ε_i :

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

На концах проводника длиной l , движущегося в магнитном поле со скоростью v , возникает разность потенциалов (ЭДС индукции), определяемая формулой

$$U = \varepsilon_i = Bvl \sin \alpha,$$

где α – угол между векторами \vec{B} и \vec{v} .

В замкнутой электрической цепи при изменении в ней тока возникает ЭДС самоиндукции:

$$\varepsilon_i = -L \frac{dI}{dt},$$

где L – индуктивность цепи.

Энергия магнитного поля контура с током:

$$W_m = \frac{LI^2}{2}.$$

Плотность энергии магнитного поля:

$$w_m = \frac{B^2}{2\mu_0\mu}.$$

Быстрое изменение тока в электрической цепи при ее включении и выключении порождает ЭДС самоиндукции и соответствующие экспрессии, замедляющие процесс установления тока I_0 при замыкании цепи и процесс убывания тока от I_0 до нуля при ее размыкании. В переходной период токи определяются следующими формулами:

- при замыкании цепи –

$$I = I_0(1 - e^{-\frac{R}{L}t});$$

- при размыкании цепи –

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t},$$

где R и L – сопротивление и индуктивность электрической цепи.

Примеры решения задач

Задача 1. В однородном магнитном поле с индукцией 0,2 Тл вращается рамка, на которой намотано 100 витков провода. Площадь рамки 400 см^2 , частота вращения 10 об/с. Определить максимальное значение ЭДС, возникающей в обмотке рамки при условии, что ось вращения перпендикулярна к вектору индукции магнитного поля, как показано на рис. 37.

1.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$$\begin{aligned} B &= 0,2 \text{ Тл} \\ N &= 100 \\ n &= 10 \text{ с}^{-1} \\ S &= 400 \text{ см}^2 \end{aligned}$$

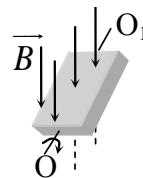


Рис. 37

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt}, \quad (1)$$

поскольку $\Phi = Bs \cos \alpha$, а $\alpha = \omega t$, где $\omega = 2\pi n$ – угловая скорость, то $d\Phi/dt = -Bs\omega \sin \omega t$. Подставив это выражение в (1), получим:

$$\varepsilon_i = NBs\omega \sin \omega t. \quad (2)$$

Очевидно, что максимальное значение будет каждый раз при достижении функцией синуса значения единицы. Из (1) имеем:

$$\varepsilon_{i\max} = NBS\omega = 2\pi n NDBS;$$

$$\varepsilon_{i\max} = 2 \cdot 3,14 \cdot 10^2 \cdot 0,2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 10 = 50,24 \text{ В.}$$

Вывод: при вращении рамки в однородном магнитном поле в ней возникает синусоидальная ЭДС индукции $\varepsilon = \varepsilon_{i\max} \sin \omega t$, максимальное значение которой $\varepsilon_{i\max} = 50,24 \text{ В.}$

Задача 2. Обмотка соленоида имеет 1000 витков, плотно прилегающих друг к другу. Ток 8 А в обмотке создает магнитный поток 4 мкВб. Определить индуктивность соленоида и энергию его магнитного поля.

2.1. Краткая запись условия задачи и основные формулы.

$$N = 1000$$

$$I = 8 \text{ А}$$

$$\Phi = 4 \text{ мкВб}$$

$$L_s - ? \text{ } W - ?$$

Полный поток магнитной индукции соленоида, который принято называть потокосцеплением, определяется формулой

$$\Psi = \sum_{i=1}^N \Phi_i, \quad W = \frac{L_s I^2}{2}. \quad (1)$$

2.2. Анализ и решение задачи.

В случае, когда витки намотаны плотно друг к другу, потокосцепление соленоида равно произведению магнитного потока через площадь одного витка на число витков. В этом же случае потокосцепление прямо пропорционально силе тока в соленоиде:

$$\Psi = \Phi N = L_s I, \quad (2)$$

где L_s – индуктивность соленоида.

Из (2) имеем:

$$L_s = \frac{\Phi N}{I}; \quad L_s = \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3}{8} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Гн.}$$

Энергия магнитного поля находится по формуле (1)

$$W = \frac{L_s I}{2}; \quad W = \frac{5 \cdot 10^{-4} \cdot 64}{2} = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ Дж.}$$

Ответ: $L_s = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Гн}$; $W = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ Дж} = 16 \text{ мДж.}$

Задача 3. Катушка индуктивности, сопротивление обмотки которой 2 Ом, подключается к источнику тока с ЭДС 8 В. Через 0,01 с сила тока в цепи достигла 1 А. Определить индуктивность катушки. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

3.1. Краткая запись условия задачи, формула для переходного тока.

$$R = 2 \text{ Ом}$$

$$\varepsilon = 8 \text{ В}$$

$$t = 0,01 \text{ с}$$

$$I = 1 \text{ А}$$

$$L - ?$$

При наличии индуктивности в цепи ток замыкания зависит от времени и определяется по формуле

$$I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right). \quad (1)$$

3.2. Анализ и решение задачи.

Из-за явления самоиндукции сразу же после замыкания цепи возникает ЭДС самоиндукции, создающая экстраток замыкания. По правилу Ленца экстраток будет препятствовать увеличению тока в цепи, а это значит, что ток не может мгновенно достичь своего установившегося значения I_0 . Записанная выше формула (1) свидетельствует о том, что ток будет приближаться к значению I_0 по экспоненциальному закону. Сила установившегося тока в цепи определяется по закону Ома:

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R}. \quad (2)$$

Из равенств (1) и (2) получаем:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right) \text{ или } \varepsilon - IR = \frac{\varepsilon}{e^{\frac{Rt}{L}}};$$

$$e^{\frac{Rt}{L}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - IR}. \quad (3)$$

После логарифмирования (3) и простых преобразований получим:

$$L = \frac{Rt}{\ln \frac{\varepsilon}{\varepsilon - IR}};$$

$$L = \frac{2 \cdot 0,01}{\ln \frac{8}{8 - 2 \cdot 1}} = 0,07 \text{ Гн.}$$

Ответ: $L = 0,07 \text{ Гн.}$

Задачи для решения в аудитории

1. Катушка, состоящая из 100 витков тонкого провода, намотанного на кольцевой каркас радиусом 2 см, находится в однородном магнитном поле. Плоскость катушки расположена параллельно силовым линиям поля. Определить магнитную индукцию поля, зная, что при токе в катушке 1 мА на нее действует врачающий момент в $3,14 \cdot 10^{-9} \text{ Н}\cdot\text{м}$.

2. Прямоугольная проволочная рамка площадью $0,12 \text{ м}^2$ расположена в однородном магнитном поле с индукцией 0,3 Тл. При каких условиях на рамку будет действовать максимальный врачающий момент и чему равна его величина, если ток в рамке равен 5 А?

3. В витке диаметром 2 см поддерживается ток 10 А. Плоскость витка расположена перпендикулярно к силовым линиям магнитного поля. При перемещении витка из участка поля с индукцией $B_1 = 0,5 \text{ Тл}$ в участок поля с индукцией B_2 была выполнена работа 6,28 мДж. Определить индукцию поля B_2 .

4. Короткозамкнутую катушку, имеющую 100 витков провода, поместим в магнитное поле, индукция которого направлена вдоль оси катушки. Площадь, ограниченная контуром катушки, равна 40 см^2 , сопротивление катушки – 160 Ом. С какой мощностью выделяется теплота в катушке, если индукция магнитного поля равномерно изменяется со скоростью $10^{-3} \text{ Тл}/\text{с}$?

5. Проводники якоря генератора длиной 40 см движутся в магнитном поле с линейной скоростью 30 м/с. Индукция магнитного поля

0,4 Тл. Сколько проводников якоря следует соединить последовательно, чтобы ЭДС генератора равнялась 120 В?

6. Определить время, за которое ток в катушке уменьшится от 6 А до нулю, если индуктивность катушки $8 \cdot 10^{-6}$ Гн, а ЭДС самоиндукции, возникающая при выключении тока, равна $98,6 \cdot 10^{-3}$ В.

7. В соленоиде при силе тока 2 А создается магнитный поток (через один виток) $0,2 \cdot 10^{-3}$ Вб. Определить энергию магнитного поля соленоида, если известно, что его обмотка содержит 800 витков.

Домашнее задание

1. Проволочная прямоугольная рамка площадью $4,5 \text{ см}^2$ расположена в магнитном поле с индукцией 90 мТл. Силовые линии поля пронизывают плоскость рамки под углом 60° к ней. Определить врачающий момент, который начнет действовать на рамку при силе тока в ней 0,1 А.

2. Плоский контур площадью 40 см^2 расположили в магнитном поле с индукцией 0,25 Тл перпендикулярно к силовым линиям. Поддерживая в контуре ток 20 А, его переместили в область пространства, где поле отсутствует. Определить минимальную работу, которую для этого пришлось выполнить.

3. Катушка диаметром 10 см, имеющая 500 витков, находится в магнитном поле, силовые линии которого параллельны оси катушки. Чему равняется среднее значение ЭДС индукции, возникающее в катушке, при возрастании индукции магнитного поля от 0 до 2 Тл за 0,1 с?

4. Самолет летит со скоростью 1080 км/ч. Определить разность потенциалов, возникающую между концами его крыльев, если вертикальная составляющая напряженности магнитного поля Земли равна 40 А/м, а размах крыльев – 25 м.

5. В соленоиде с током индукция магнитного поля равна 8 мТл. Поперечное сечение соленоида – 10 см^2 , число витков равно 800. Определить ЭДС самоиндукции, возникающую в соленоиде при его отключении, если уменьшение тока практически до нуля происходит за время, равное $0,8 \cdot 10^{-3}$ с.

6. В соленоиде под действием тока создается магнитное поле, поток которого через поперечное сечение соленоида равен 0,1 мВб. Поперечное сечение соленоида – 10 см^2 , длина – 60 см. Определить энергию и плотность энергии магнитного поля соленоида.

Занятие 7. Гармонические колебания и волны

Теоретический материал

Основные характеристики колебаний: смещение, амплитуда, период и частота. Гармонические колебания, кинематическое уравнение гармонических колебаний. Угловые характеристики гармонических колебаний: угловой период, угловая частота и фазовый угол (фаза). Скорость и ускорение гармонических колебаний. Сложение двух гармонических колебаний. Метод векторных диаграмм. Амплитуда и фаза результирующего колебания.

Динамика гармонических колебаний. Возвращающая сила. Свободные незатухающие и затухающие колебания, их динамические уравнения. Логарифмический декремент затухания. Простейшие колебательные системы: математический маятник, физический маятник, электрический колебательный контур. Энергия колеблющейся частицы.

Волны. Виды волн. Скорость и длина волны, волновое число. Уравнение плоской бегущей волны. Энергия волнового движения, плотность потока энергии. Принцип суперпозиции волн. Интерференция и дифракция волн.

Контрольные вопросы

1. Дать определения для характеристик колебаний: смещение, амплитуда, период и частота; в каких единицах они измеряются?
2. Записать кинематическое уравнение гармонических колебаний. Дать определение угловым величинам, входящим в уравнение; какими единицами измеряются эти величины?
3. Как определить скорость и ускорение гармонических колебаний? Записать соответствующие формулы.
4. Какие существуют способы графического изображения гармонических колебаний? Что представляет собой метод векторных диаграмм?
5. Записать формулы для амплитуды и фазового угла колебаний частицы, которая принимает участие одновременно в двух гармонических колебаниях одного направления и одинаковой частоты.
6. Какой будет траектория результирующего движения, если частица находится одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях одинаковой частоты? Что называют фигурами Лиссажу?

7. Записать формулы для кинетической и потенциальной энергии частицы, совершающей гармонические колебания.
8. Что называется логарифмическим декрементом затухания? По какой формуле его вычисляют?
9. Записать формулы для периода колебаний математического и физического маятников.
10. Что представляет собой электрический колебательный контур? Записать формулу Томсона для периода колебаний. Благодаря какому явлению происходят электромагнитные колебания в контуре?
11. Какие колебания называются свободными и вынужденными? Записать динамические уравнения этих колебаний. При каких условиях наступает резонанс?
12. При каких условиях возникает волновое движение? Какие волны называются продольными и поперечными?
13. Что называется длиной волны и волновым числом? Записать уравнение бегущей плоской волны.
14. Записать и объяснить формулу для плотности потока энергии волнового движения.
15. При каких условиях наблюдается интерференция волн и в чем состоит это явление?
16. Что называют дифракцией волн? Сформулировать принцип Гюйгенса для дифракции.
17. Записать и объяснить условия максимумов и минимумов в явлении интерференции волн.

Основные формулы

Кинематическое уравнение гармонических колебаний:

$$x = A \sin(\omega t + \phi_0),$$

где x – смещение колеблющейся точки от положения равновесия в момент времени t ;

A – амплитуда колебаний;

$\omega t + \phi_0 = \phi$ – фазовый угол;

$\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$ – угловая частота;

ϕ_0 – начальный фазовый угол.

Скорость колеблющейся точки

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \phi_0).$$

Ускорение колеблющейся точки

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi_0) = -\omega^2 x.$$

Возвращающая сила, под действием которой совершаются гармонические колебания частицы с массой m :

$$F = ma = -m\omega^2 x = -kx,$$

где k – коэффициент упругой (квазиупругой) силы, в случае пружины – коэффициент ее жесткости.

Период гармонических колебаний частицы массой m :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Период колебаний математического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Период электромагнитных колебаний в колебательном контуре – формула Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

где L – индуктивность катушки;

C – электроемкость конденсатора.

Кинетическая энергия колебательного движения частицы с массой m :

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2} \cos^2(\omega t + \phi_0).$$

Потенциальная энергия колеблющейся частицы:

$$W_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2} \sin^2(\omega t + \phi_0).$$

Полная энергия колеблющейся частицы:

$$W = W_{\kappa} + W_{\pi} = \frac{mA^2\omega^2}{2}.$$

При сложении двух гармонических колебаний одинакового направления и одинаковой частоты результирующая амплитуда колебаний A и результирующий угол начальной фазы ϕ_0 находятся по следующим формулам:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\phi_2 - \phi_1);$$

$$\operatorname{tg}\phi_0 = \frac{A_1 \sin \phi_1 + A_2 \sin \phi_2}{A_1 \cos \phi_1 + A_2 \cos \phi_2},$$

где A_1 и A_2 – амплитуды;

ϕ_1 и ϕ_2 – начальные фазы складываемых колебаний.

При сложении двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаний одинаковой частоты траектория результирующего движения частицы описывается формулой

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2} \cos(\phi_2 - \phi_1) = \sin^2(\phi_2 - \phi_1).$$

Затухающие колебания частицы описываются формулой

$$X = Ae^{-\beta t} \sin(\omega t + \phi_0),$$

где β – коэффициент затухания;

$Ae^{-\beta t}$ – затухающая амплитуда.

Отношение двух соседних амплитуд одного знака показывает, во сколько раз уменьшается амплитуда за время одного периода T , и называется декрементом затухания, а логарифм этого отношения называется логарифмическим декрементом затухания δ :

$$\delta = \beta T.$$

Уравнение гармонической плоской волны, бегущей со скоростью v вдоль оси z :

$$x = A \sin(\omega t - kz),$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число;

$\lambda = vT$ – длина волны;

z – координата частицы, имеющей в данный момент времени t смещение x .

Скорость волны, длина волны и частота колебаний v связаны следующим соотношением:

$$v = \lambda\nu.$$

Примеры решения задач

Задача 1. Гармонические колебания материальной точки совершаются с угловой скоростью 2 рад/с и амплитудой 5 см. Определить скорость точки в тот момент времени, когда ее ускорение равно 4 см/с².

1.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$$\begin{array}{l} \omega = 2 \text{ с}^{-1} \\ A = 5 \text{ см} \\ a = 4 \text{ см/с}^2 \\ \nu - ? \end{array}$$

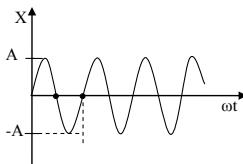


Рис. 38

1.2. Анализ и решение задачи.

Кинематическое уравнение гармонических колебаний (рис. 38), о которых идет речь в задаче, имеет вид: $x = A \sin \omega t$.

Скорость материальной точки равняется производной от смещения x :

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t; \quad (1)$$

ускорения:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \sin \omega t. \quad (2)$$

Из равенств (1) и (2) выразим тригонометрические функции и воспользуемся тригонометрическим уравнением $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$:

$$\cos \omega t = \frac{v}{A\omega}; \quad -\sin \omega t = \frac{a}{A\omega^2};$$

$$\frac{v^2}{(A\omega)^2} + \frac{a_2}{(A\omega^2)^2} = 1.$$

откуда следует

$$v = \frac{1}{\omega} \sqrt{(A\omega^2)^2 - a^2} = 9,8 \text{ см/с.}$$

Ответ: $v = 9,8 \text{ см/с.}$

Задача 2. Определить период колебаний ртути, находящейся в U-образной трубке (рис. 39). Масса ртути 121 г, ее плотность $13,6 \text{ г/см}^3$; поперечное сечение трубки равно $0,3 \text{ см}^2$.

2.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$m = 121 \text{ г}$	$\rho = 13,6 \text{ г/см}^3$ $S = 0,3 \text{ см}^2$ <hr/> $T - ?$
---------------------	---

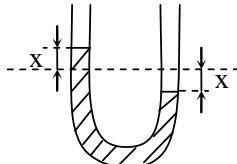


Рис. 39

2.2. Анализ и решение задачи.

Жидкость находится в равновесии, когда уровень ее в обоих коленах трубки одинаковый. Если же уровень в правом колене опустится вниз на x , то в левом колене уровень относительно положения равновесия поднимется на x вверх. В этот момент времени на жидкость будет действовать сила давления столба жидкости высотой $2x$. Сила давления равна произведению гидростатического давления $p = \rho g 2x$ и площади поперечного сечения S :

$$F = 2\rho g S x \text{ или } F = kx,$$

где $k = 2\rho g S$.

Как видим, эта сила прямо пропорциональна смещению x и направлена к положению равновесия, а поэтому жидкость в трубке будет совершать гармонические колебания.

Из динамики гармонических колебаний известно, что коэффициент k в формуле силы равен произведению массы колеблющегося тела

и квадрату угловой частоты — $k = m\omega^2$, а поэтому период колебаний T определяется по формуле

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Применяя эту формулу к нашей задаче, получим:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2\rho g S}} = 6,28\sqrt{\frac{121}{2 \cdot 13,6 \cdot 980 \cdot 0,3}} \approx 0,77 \text{ с.}$$

Ответ: $T \approx 0,77$ с.

Задача 3. От частицы упругой среды, колеблющейся соответственно уравнению $x = 8\cos 45\pi t$ (см), распространяется волна. Найти смещение точки среды, находящейся на расстоянии 66 см от источника волн, через 0,02 с от начала распространения волны. Скорость волны равна 330 м/с.

3.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$x = 8\cos 45\pi t, \text{ см}$
$z_1 = 66 \text{ см}$
$t = 0,02 \text{ с}$
$v = 330 \text{ м/с}$
$x_1 - ?$

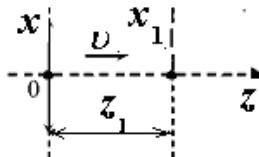


Рис. 40

3.2. Анализ и решение задачи.

Если источник волн колеблется по закону $x = A\cos\omega t$, то уравнение бегущей волны имеет вид:

$$x = A\cos\omega\left(t - \frac{z}{v}\right).$$

По данным задачи $A = 8$ см, $\omega = 45\pi$ рад/с, $v = 3,3 \cdot 10^4$ см/с, поэтому уравнение бегущей волны примет вид:

$$x = 8\cos 45\pi\left(t - \frac{z}{3,3 \cdot 10^4}\right), \text{ см.}$$

Подставив в это уравнение значения t и z , получим:

$$x_1 = 8 \cos 45\pi \left(0,02 - \frac{66}{3,3 \cdot 10^4} \right) \approx 8 \cos 0,81\pi \text{ см};$$

$$\cos (0,81\pi) = \cos 146^\circ = \cos (180^\circ - 34^\circ) = -\cos 34^\circ = -0,829,$$

поэтому

$$x_1 = -8 \cdot 0,829 = -6,63 \text{ см.}$$

Ответ: смещение $x_1 = -6,63$ см.

Задачи для решения в аудитории

1. Колебания частицы массой 5 г описываются уравнением $x = 5 \sin \pi t$ см. Определить период, частоту и полную энергию колебаний. Чему равна сила, действующая на частицу в момент ее максимального смещения от положения равновесия?

2. Определить начальную фазу частицы, если через 0,25 с после начала движения ее смещение равнялось половине амплитуды, а период колебаний равен 6 с.

3. Найти логарифмический декремент затухания математического маятника, если за одну минуту его амплитуда уменьшилась в 2 раза. Длина маятника 1 м.

4. Через упругую среду распространяется волна с амплитудой колебаний 5 мм. Какое смещение будет иметь частица, находящаяся на расстоянии $\lambda / 2$ от источника волн, в момент времени $t = T / 6$ с?

5. Звуковые колебания с амплитудой 0,25 мм и частотой 500 Гц распространяются в воздухе. Длина волны 70 см. Найти скорость распространения колебаний и максимальную скорость частиц воздуха. Записать уравнение бегущей волны.

6. Частица находится в двух гармонических колебаниях, происходящих вдоль одного и того же направления по уравнениям: $x_1 = 6 \cos 2t$ см, $x_2 = 8 \sin 2t$ см. Определить амплитуду, частоту и начальную фазу результирующего колебания.

7. Точка принимает участие одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях: $x = 2 \sin \pi t$ и $y = 2 \cos \pi t$. Определить траекторию и направление движения точки.

Домашнее задание

1. Материальная точка осуществляет гармонические колебания. В некоторый момент времени ее смещение равно 5 см, скорость – 20 см/с и ускорение – 80 см/с². Найти частоту и период колебаний, записать уравнение этих колебаний.

2. За какое время от начала движения частица, совершающая колебательные движения соответственно уравнению $x = 4 \sin 0,5\pi t$ см, проходит путь от положения равновесия к максимальному смещению?

3. Найти амплитуду и начальную фазу гармонических колебаний частицы, которые являются результатом сложения двух одинаково направленных колебаний, описываемых уравнениями:

$$x_1 = 0,02 \sin \left(5\pi t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ м};$$

$$x_2 = 0,03 \sin \left(5\pi t + \frac{\pi}{4} \right) \text{ м}.$$

4. Электрический колебательный контур настроен на электромагнитную волну длиной 100 м. Определить электроемкость конденсатора контура, если индуктивность его катушки равна 5 мкГн.

5. Смещение от положения равновесия частицы, находящейся на расстоянии 4 см от источника волн, в момент времени $t = T / 6$ равно половине амплитуды. Найти длину бегущей волны.

6. Определить максимальную кинетическую энергию материальной точки массой 2 г, совершающей гармонические колебания с амплитудой 4 см и частотой 5 Гц.

Занятие 8. Волновая оптика

Теоретический материал

Электромагнитная природа света. Электромагнитные волны и их свойства. Вектор Умова – Пойнтинга.

Способы получения когерентных световых волн. Интерференция света. Методы наблюдения интерференции света. Метод Юнга. Интерференция света в природе и технике. Интерферометры.

Дифракция света. Принцип Гюйгенса – Френеля. Дифракция Фраунгофера на одной щели и на дифракционной решетке. Дифракция рентгеновских лучей. Формула Вульфа – Брэгга.

Поляризация света. Поляризаторы и анализаторы. Закон Малюса. Поляризация света при отражении. Закон Брюстера.

Контрольные вопросы

1. Как записывается уравнение плоской электромагнитной волны?

Записать уравнение гармонических колебаний напряженности электрического поля и напряженности магнитного поля в монохроматической электромагнитной волне.

2. Назвать основные свойства электромагнитных волн. Какие электромагнитные волны называются световыми? В каких границах находятся частота и длина световых волн?

3. Какую величину называют вектором Умова – Пойнтинга?

4. Какие волны называются когерентными? Какими методами обеспечивается когерентность световых волн? В чем состоит метод Юнга?

5. Записать и сформулировать условия максимумов и минимумов интерференции волн. Чем отличается оптическая длина пути волны от геометрической длины?

6. В чем состоит явление дифракции света?

7. Сформулировать принцип Гюйгенса – Френеля.

8. Объяснить метод зон Френеля для расчета дифракции.

9. Что называют дифракционной решеткой? Записать формулу для максимумов дифракционной картины, полученной с помощью дифракционной решетки.

10. Чем отличается поляризованный свет от неполяризованного обычного света?

11. Как из обычного света получить поляризованный свет?

12. Сформулировать и объяснить закон Малюса.

13. Что называют углом Брюстера? Записать закон Брюстера.

14. Объяснить поляризацию света при его отражении и преломлении.

15. Какое явление выражается формулой Вульфа – Брэгга?

16. Что представляют собой кольца Ньютона? Записать формулы для радиусов светлых и темных колец в отраженном свете.

Основные формулы

Скорость света в прозрачной среде с показателем преломления n в n раз меньше, чем в вакууме:

$$v = \frac{c}{n}.$$

Оптическая длина пути l , пройденного световой волной в среде с показателем преломления n , равна произведению геометрической длины пути r на показатель преломления, т. е. $l = rn$. Оптическая разность хода двух световых волн (лучей) $\Delta = l_2 - l_1$.

Результат интерференции двух световых волн, пришедших в данную точку среды, зависит от разности хода Δ :

- усиление света при условии, что

$$\Delta = \pm k\lambda_0;$$

- ослабление света при условии, что

$$\Delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda_0}{2},$$

где λ_0 – длина световой волны в вакууме;

k – целое число либо нуль.

Разность хода лучей, возникающая при отражении от верхней и нижней поверхностей тонкой прозрачной пластиинки или пленки:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda_0}{2},$$

где d – толщина пластиинки;

n – показатель преломления в пластиинке;

i – угол падения луча на пластиинку.

Радиусы r_k колец Ньютона в отраженном свете:

- светлые кольца:

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R\frac{\lambda_0}{2}};$$

- темные кольца:

$$r_k = \sqrt{kR\lambda_0},$$

где k – номер кольца.

Формула, определяющая углы φ , под которыми наблюдаются максимумы интенсивности света, прошедшего через дифракционную решетку (лучи падают на решетку под прямым углом к ее плоскости):

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda,$$

где d – период решетки;

k – порядок максимума (или спектра), $k = 0, 1, 2, \dots, n$.

Закон Малюса, определяющий интенсивность I поляризованного света, прошедшего через анализатор:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

где I_0 – интенсивность поляризованного света, падающего на анализатор;

α – угол между плоскостью колебаний падающего света и плоскостью анализатора.

Закон Брюстера, определяющий условие, при котором отраженный от границы раздела двух сред луч света будет полностью поляризован:

$$\operatorname{tg} \alpha_B = n,$$

где α_B – угол Брюстера, т. е. угол падения луча;

n – показатель преломления второй среды относительно первой.

Примеры решения задач

Задача 1. Какой должна быть минимальная толщина стеклянной пластинки ($n = 1,4$), чтобы в ней можно было наблюдать явление интерференции видимых лучей света? Видимый спектр лежит в границах длин волн от 0,4 мкм до 0,725 мкм. Наблюдение проводится в отраженном свете в направлении нормали к пластинке.

1.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$$\begin{aligned} n &= 1,4 \\ \lambda_1 &= 0,4 \text{ мкм} \\ \lambda_2 &= 0,725 \text{ мкм} \end{aligned}$$

$$d_{\min} - ?$$

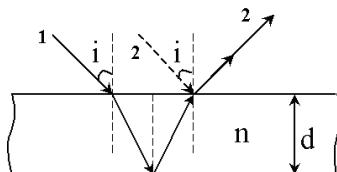


Рис. 41

1.2. Анализ и решение задачи.

При отражении света от поверхностей достаточно тонкой плоско-параллельной пластинки наблюдается явление интерференции световых волн. При этом разность хода лучей 1 и 2 (рис. 41), которые интерфеcируют, определяется формулой:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2},$$

где d – толщина пластиинки;

i – угол падения луча;

λ – длина световой волны.

При падении света под прямым углом к поверхности пластиинки $i = 0$, поэтому $\Delta = 2dn + \lambda/2$. Наименьшая разность хода, при которой будет максимум интерференции, должна равняться длине волны, т. е. $\Delta_{\min} = \lambda$. Наименьшую длину волны имеют фиолетовые лучи, поэтому наименьшую толщину d мы получим, приравняв выражение разности хода этой длине:

$$\lambda_1 = 2dn + \lambda_1/2,$$

откуда получим

$$d_{\min} = \frac{\lambda_1}{4n}; \quad d_{\min} = \frac{0,4}{4 \cdot 1,4} = 0,07 \text{ мкм.}$$

Ответ: $d_{\min} = 0,07 \text{ мкм}$.

Задача 2. На дифракционную решетку перпендикулярно к ее поверхности падает свет. Плотность штриховки решетки равна 500 штрихов на 1 мм. Определить наибольший порядок спектра, который может создать эта решетка, если длина световой волны равна 590 нм.

2.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$N = 500$
$l = 1 \text{ мм}$
$\lambda = 590 \text{ нм}$
$k_{\max} - ?$

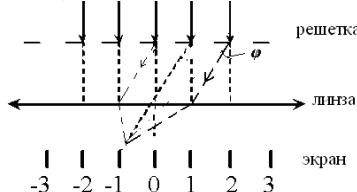


Рис. 42

2.2. Анализ и решение задачи.

Условие максимумов в дифракционной картине, полученной с помощью дифракционной решетки, выражается формулой

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda, \quad (1)$$

где d – период решетки;

φ – угол дифракции;

k – порядок максимума (спектра).

Из (1) имеем:

$$k = \pm \frac{d}{\lambda} \sin \varphi. \quad (2)$$

Так как максимально возможный угол дифракции $\varphi = 90^\circ$, то $k_{\max} \leq d/\lambda$.

По данным задачи $d = \frac{l}{N} = \frac{1}{500} = 2 \cdot 10^{-3}$ мм $= 2 \cdot 10^{-6}$ м.

Длина волны $\lambda = 590$ нм $= 0,59 \cdot 10^{-6}$ м, поэтому

$$k_{\max} \leq \frac{2 \cdot 10^{-6}}{0,59 \cdot 10^{-6}} \approx 3,39 \cdot$$

Учитывая, что k принимает значения целых чисел, $k_{\max} = 3$.

Ответ: $k_{\max} = 3$.

Задача 3. На дифракционную решетку перпендикулярно к ее плоскости падает параллельный пучок белого света, вследствие чего на экране образовалась дифракционная картина спектров. Разность углов отклонения лучей конца спектра первого порядка и начала спектра второго порядка равна $\Delta\varphi = 0^\circ 12'$; длину волн крайних лучей спектра можно считать: для красного света – $\lambda_k = 0,76$ мкм, для фиолетового света – $\lambda_\phi = 0,39$ мкм. Определить период решетки.

3.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

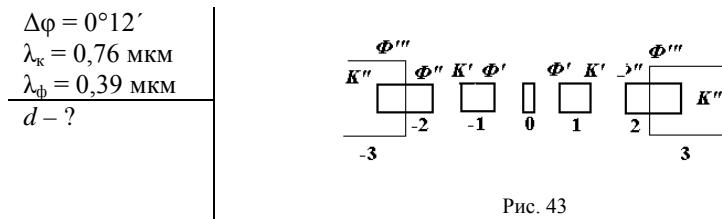


Рис. 43

3.2. Анализ и решение задачи.

Условие максимумов в дифракционной картине, полученной с помощью дифракционной решетки, выражается формулой:

$$d \sin \phi = \pm k\lambda. \quad (1)$$

Схема расположения дифракционных спектров, показанная на рис. 42. В центре ($\phi = 0$) находится полоса белая света, поскольку для угла дифракции $\phi = 0$ условие максимумов выполняется для всех длин волн, входящих в состав белого света.

Справа и слева от центральной белой полосы располагаются максимумы для разных длин волн под углами дифракции, значения которых определяются равенством (1) при $k = \pm 1$. В результате возникают два спектра (правый и левый) первого порядка, которые своими фиолетовыми концами расположены к центру, к белой полосе. Аналогично при $k = \pm 2, \pm 3, \pm 4 \dots$ возникают спектры второго, третьего и т. д. порядков, расположенных симметрично относительно центральной белой полосы. Как видно из рис. 43, спектры второго порядка частично перекрываются спектрами третьего порядка.

Условие получения спектра первого порядка ($k = \pm 1$) в соответствии с (1) запишется так:

$$d \sin \phi_1 = \pm \lambda.$$

Для конца спектра первого порядка (справа) это условие запишем в виде:

$$d \sin \phi'_k = \lambda_k. \quad (2)$$

Условие получения спектра второго порядка запишется соответственно:

$$d \sin \phi_2 = \pm 2\lambda,$$

а для начала этого спектра (справа) условие максимума запишется так:

$$d \sin \phi''_\phi = 2\lambda_\phi. \quad (3)$$

Углы дифракции ϕ'_k и ϕ''_ϕ показаны на схеме дифракции (рис. 44).

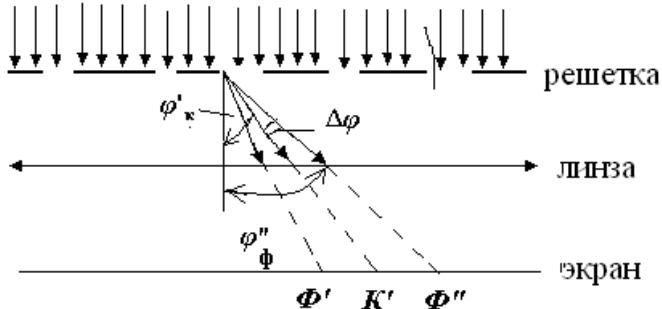


Рис. 44

Из рис. 44 следует, что $\phi''_{\phi} = \phi'_{k} + \Delta\varphi$, а поэтому равенство (3) можно записать так:

$$d \sin(\phi'_{k} + \Delta\varphi) = 2\lambda_{\phi},$$

откуда получим:

$$d \sin \phi'_{k} \cos \Delta\varphi + d \cos \phi'_{k} \sin \Delta\varphi = 2\lambda_{\phi};$$

выпишем значения множителей этого уравнения: $\cos 12' \approx 1$, $\sin 12' \approx 0,0035$; согласно (2) $d \sin \phi'_{k} = 0,76$, поэтому

$$0,76 \cdot 1 + d \cos \phi'_{k} \cdot 0,0035 = 2 \cdot 0,39,$$

откуда следует, что

$$d \cos \phi'_{k} = \frac{0,78 - 0,76}{0,0035} = \frac{2}{0,35}.$$

Разделив равенство $d \sin \phi'_{k} = 0,76$ на равенство $d \cos \phi'_{k} = \frac{2}{0,35}$,

получим:

$$\operatorname{tg} \phi'_{k} = \frac{0,76 \cdot 0,35}{2} = 0,133,$$

откуда $\phi'_{k} = 7^{\circ}35'$.

После подстановки в (2) получим:

$$d \sin 7^\circ 35' = 0,76;$$

$$d = \frac{0,76}{\sin 7^\circ 35'} = \frac{0,76}{0,132} = 0,0057 \text{ мм.}$$

Ответ: $d = 5,7$ мкм.

Задачи для решения в аудитории

1. В опыте Юнга отверстия освещаются монохроматическим светом с длиной волны 600 нм. Расстояние между отверстиями 1 мм, расстояние от отверстий до экрана 3 м. Найти положения трех первых светлых полос.

2. Какая наименьшая толщина мыльной пленки, если в отраженном свете она кажется зеленой ($\lambda = 500$ нм), когда угол между нормалью и направлением наблюдения равен 35° ? Показатель преломления мыльной воды равен 1,33.

3. На стеклянный клин падает нормально пучок света ($\lambda = 582$ нм). Угол клина равен $20''$. Какое количество темных интерференционных полос приходится на единицу длины клина? Показатель преломления стекла равен 1,5.

4. Найти постоянную дифракционной решетки, если красная линия ($\lambda = 7 \cdot 10^{-7}$ м) в спектре второго порядка наблюдается под углом 30° к нормали. Какое количество штрихов нанесено на 1 см длины этой решетки? Свет падает на решетку перпендикулярно к ее плоскости.

5. На дифракционную решетку нормально падает пучок монохроматического света. Максимум третьего порядка наблюдается под углом $36^\circ 48'$ к нормали. Определить постоянную решетки, выраженную в длинах волн падающего света.

6. Чему равен угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор и анализатор, уменьшилась в четыре раза?

7. Предельный угол полного отражения пучка света на границе жидкости с воздухом равен 43° . Определить угол Брюстера для падения луча из воздуха на поверхность жидкости.

Домашнее задание

1. Радиус темного кольца Ньютона в отраженном свете равен 0,4 мм. Определить радиус кривизны плоско выпуклой линзы, взятой для опыта, если на нее падает свет длиной волны 0,64 мкм.
2. В опыте Юнга расстояние между щелями равно 0,7 мм, а расстояние до экрана – 1 м. Найти длину волны монохроматического света, падающего на щели, если на экране на отрезке в 1 см помещается 10 светлых полос.
3. На дифракционную решетку, имеющую 500 штрихов на 1 мм, падает свет с длиной волны 600 нм. Определить наибольший порядок спектра, который можно получить в данных условиях.
4. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы поляризация солнечного света, отраженного от поверхности воды, была максимальной?
5. Во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света при прохождении его через два Николя, плоскости поляризации которых образуют угол 60° ?

Дополнительные задачи для самостоятельных упражнений

1. Электростатика

1. Напряженность электрического поля, при которой происходит пробой гетинакса, равна 20 кВ/мм, карболита – 10 кВ/мм, органического стекла – 30 кВ/мм, полистироловых пленок – 120 кВ/м. Какую наименьшую толщину должны иметь эти материалы, чтобы изолировать напряжение 10000 В?
2. Длина молнии 600 м. Чему равна разность потенциалов между грозовыми тучами, если пробой влажного воздуха происходит при напряженности электрического поля 1 кВ/см?
3. Какая работа выполняется при перемещении заряда 0,2 Кл между полюсами электрической розетки, если напряжение в сети 220 В?
4. Какое напряжение на полюсах аккумуляторов, если при перемещении заряда 0,5 Кл между полюсами кислотного аккумулятора выполняется работа 1,2 Дж, а щелочного – 0,8 Дж?
5. Рассчитать энергию электролитического конденсатора при полной зарядке. Паспортные данные конденсатора: $C = 200 \text{ мкФ}$, $U = 450 \text{ В}$.

6. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $0,01 \text{ м}^2$, расстояние между пластинами 2 см, напряжение на конденсаторе 3 кВ. Какой будет напряженность поля конденсатора, если, не отключая источника питания, пластины раздвинуть до расстояния 5 см? Найти энергию конденсатора до и после раздвигания пластин.

7. Радиус центральной жилы коаксиального кабеля $r = 1,5 \text{ см}$, радиус оболочки $R = 3,5 \text{ см}$. Между центральной жилой и оболочкой приложена разность потенциалов 2,3 кВ. Найти напряженность электрического поля на расстоянии 2 см от оси кабеля.

8. Известно, что слюда пробивается при напряженности поля 80 кВ/см. Какие минимальные размеры может иметь конденсатор емкостью 1,1 пФ, если рабочее напряжение 6 кВ?

9. Конденсатор переменной емкости состоит из 11 подвижных полудисков и 10 подвижных полуудисков, разделенных слоем воздуха толщиной 1 мм. Определить максимальную емкость конденсатора, если радиусы полуудисков 4 см.

2. Постоянный ток

1. Нагревательный элемент электропанели для прогрева мерзлого грунта изготовлен из никромовой проволоки диаметром 0,5 мм, длиной 35 м и рассчитан на напряжение 220 В. Определить мощность потребления электроэнергии.

2. Три электрических лампы мощностью 40, 40 и 80 Вт рассчитаны на напряжение 110 В. Как следует включить лампы, чтобы они имели нормальный накал при напряжении в электросети 220 В? Найти силу тока, протекающего через лампы при нормальном накале. Нарисовать схему.

3. Как определить сопротивление электроплиты в бытовых условиях, не имея омметра?

4. Допустимая температура проводов линии электропередач равна 70 °C. Определить, как изменится сопротивление 1 км алюминиевого провода с поперечным сечением 35 мм^2 при нагревании от 20 °C до 70 °C.

5. Допустимая температура нагрева при номинальной нагрузке электродвигателя 70 °C. В каком режиме (недогруженный, номинальный, перегруженный) работает электродвигатель, если сопротивление медного провода его обмотки увеличилось от 0,45 Ом (при 20 °C) до 0,5 Ом?

6. Сопротивление обмотки электрогенератора при 20°C равно 0,05 Ом. На сколько градусов повысилась температура генератора во время работы, если сопротивление обмотки увеличилось до 0,06 Ом? Обмотка изготовлена из меди.

7. В линии электропередачи длиной 100 км поперечное сечение алюминиевой токопроводящей жилы равно 150 mm^2 . В каком интервале будет изменяться сопротивление алюминиевой жилы при снижении температуры от $+30^{\circ}\text{C}$ до -30°C ?

8. Мощность потерь на корону в линии электропередач напряжением 500 кВ с расщепленными проводами составляет: в ясную погоду – 1,1 кВт/км, в дождливую погоду – 32 кВт/км. На сколько меньшими будут потери электроэнергии в линии длиной 200 км на создание короны в ясную погоду, чем в дождливую?

9. Вольтметр с пределом измерений 3 В имеет сопротивление 400 Ом. Какие дополнительные сопротивления надо подключить к вольтметру, чтобы получить пределы измерения 150 В и 300 В?

10. Во сколько раз увеличится верхний предел измерений вольтметра, сопротивление которого 1000 Ом, если последовательно с ним включить дополнительное сопротивление 9000 Ом?

11. Верхний предел измерений вольтметра 100 В, сопротивление вольтметра 10 кОм, число делений шкалы 100. Определить цену деления шкалы после того, как к вольтметру подключили добавочное сопротивление 30 кОм.

12. Верхний предел измерений амперметра 5 А, его внутреннее сопротивление 0,1 Ом, число делений шкалы 100. Определить цену деления шкалы после подключения к прибору шунта с сопротивлением 0,02 Ом.

13. Электроизмерительный прибор с ценой деления 10 мкА/дел. имеет шкалу на 100 делений и внутреннее сопротивление 100 Ом. Как из этого прибора изготовить вольтметр для измерения напряжения до 100 В или амперметр для измерения тока до 5 А?

3. Магнитное поле

1. В двухжильном силовом кабеле текут токи в противоположных направлениях силой 400 А. Расстояние между осями кабелей 20 мм. Чему равна сила взаимодействия токов? Во сколько раз увеличится сила взаимодействия во время короткого замыкания, когда сила тока достигает 32 кА?

2. При коротком замыкании в линии электропередачи сила тока, протекающего по шинам распределительного устройства, достигает 50 кА. Какая сила действует между двумя параллельными шинами длиной по 140 см, расположенными на расстоянии 15 см?

3. В турбогенераторе в зазоре между полюсами ротора и внутренней поверхностью статора магнитная индукция достигает 0,8 Тл. Определить максимальный магнитный поток полюса ротора, если площадь его поперечного сечения равна 4 м^2 ?

4. Найти напряженность магнитного поля в середине достаточно длинной катушки при силе тока в ней 1 А. Катушка намотана плотно виток к витку проволокой диаметром 0,8 мм.

5. Обмотка тороида имеет 10 витков на каждом сантиметре длины; сердечник тороида немагнитный. При какой силе тока плотность энергии магнитного поля в сердечнике будет равна 1 Дж/м³?

6. Соленоид длиной 20 см и диаметром 5 см намотан медным проводом с диаметром 0,5 мм. Сколько ампер-витков должен иметь соленоид и какое напряжение следует к нему подключить, чтобы получить в середине напряженность поля 1 кА/м? Какой будет напряженность вблизи концов соленоида?

7. Железный образец находится в магнитном поле с напряженностью 796 А/м. Найти магнитную проницаемость железа в данных условиях. (Для решения задачи воспользоваться графиком намагничивания железа, прил. 11).

8. Железное кольцо диаметром 11,4 см имеет обмотку из 200 витков, по которой протекает ток 15 А. Какой ток должен протекать в обмотке, чтобы индукция магнитного поля в сердечнике осталась неизменной, если в кольце сделали зазор шириной 1 мм? Найти магнитную проницаемость железа в этих условиях.

9. Обмотка автотрансформатора со стальным сердечником имеет индуктивность 0,6 Гн. При каком значении тока энергия магнитного поля автотрансформатора будет равна 180 Дж?

10. В катушке электромагнита с индуктивностью 0,4 Гн течет ток 10 А. Определить энергию магнитного поля электромагнита.

11. Сколько витков имеет катушка с индуктивностью 1 мГн, если при силе тока 1 А полный магнитный поток через катушку равен 2 мкВб?

12. Требуется изготовить однослойную катушку диаметром 4 см, имеющую индуктивность 1 мГн. Определить максимальную длину проволоки для этой катушки, если ее диаметр 0,6 мм.

4. Электромагнитная индукция

1. В катушке контактора с индуктивностью 0,05 Тл при размыкании управляющего тока возникает ЭДС самоиндукции 42 В. Определить среднюю скорость изменения тока в катушке.
2. Во время включения соленоидального двигателя сила тока в его обмотке установилась 10 А за 0,02 с. Чему равна индуктивность обмотки, если при замыкании цепи возникает ЭДС самоиндукции 250 В?
3. Катушка с сопротивлением 15 Ом и индуктивностью 0,4 Гн подключается к источнику тока. Через какое время сила тока в цепи достигнет 38 % максимального значения?
4. Индуктивность обмотки якоря электродвигателя троллейбуса 0,5 Гн. Определить ЭДС самоиндукции, возникшую в обмотке во времея размыкания, если за 0,05 с ток уменьшился от 20 А до нуля.
5. Проводник длиной 25 см, двигаясь со скоростью 5 м/с, пересекает силовые линии однородного магнитного поля под прямым углом. К концам проводника подключено сопротивление 0,5 Ом (сопротивлением проводника можно пренебречь). Определить ЭДС индукции в проводнике, а также величину и направление силы Ампера, действующей на проводник, если индукция магнитного поля равна 0,8 Тл.
6. Ротор электрической машины диаметром 20 см и длиной 30 см имеет обмотку, состоящую из проводников, расположенных в пазы, параллельные его оси. Определить максимальное значение ЭДС, возникающее в каждом проводнике при вращении ротора с частотой 3000 об/мин, если индукция магнитного поля статора равна 0,8 Тл.
7. В первичной обмотке трансформатора с индуктивностью 4 Гн протекает ток 20 А. Описать физические явления, которые возникают при отключении обмотки от электросети, длящееся 0,1 с.
8. В катушке с индуктивностью $5 \cdot 10^{-3}$ Гн течет ток, изменяющийся во времени по закону $I = 10 \sin 100\pi t$ А. Найти закон изменения ЭДС самоиндукции в катушке и ее максимальное значение.

3. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ, ФИЗИКИ АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

Занятие 1. Законы теплового излучения. Квантовые свойства излучения

Теоретический материал

Тепловое излучение и его характеристики: энергетическая светимость, излучательная и поглощательная способности тел. Абсолютно черное тело. Закон Кирхгофа для теплового излучения. Основные опытные данные по тепловому излучению абсолютно черного тела. Закон Стефана – Больцмана и закон смещения Вина. Кванты электромагнитного излучения. Формула Планка для теплового излучения.

Фотоэффект. Основные опытные результаты по исследованию фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Эффект Комптона. Корпускулярно-волновой дуализм. Давление света. Опыты Лебедева.

Контрольные вопросы

1. Что называется энергетической светимостью, излучательной и поглощательной способностью тела?
2. Какое из природных тел является наиболее близким к абсолютно черному телу? Каковы особенности абсолютно черного тела?
3. Нарисовать упрощенную схему установки для исследования излучения абсолютно черного тела; схематически изобразить график результатов исследования.
4. Сформулировать и записать формулу Стефана – Больцмана.
5. Записать и сформулировать закон смещения Вина.
6. Записать формулы Планка для энергии кванта излучения и для излучательной способности абсолютно черного тела.
7. Назвать основные экспериментальные результаты исследований явления фотоэффекта и объяснить их на основе квантовых свойств излучения.
8. Что представляет собой уравнение Эйнштейна для фотоэффекта?
9. Записать формулы для энергии и импульса фотона.
10. Что называется красной границей фотоэффекта?
11. В чем состоит эффект Комптона? Записать формулу, выражающую эффект.

12. Нарисовать и объяснить схему опытов Комптона. В чем состоит основной вывод, вытекающий из опытов Комптона?

13. Почему эффект Комптона не наблюдается при рассеянии видимого света?

14. Записать и объяснить формулу для давления света.

15. Какое из астрономических явлений является свидетельством давления света?

Основные формулы

Энергетическая светимость по определению вычисляется по формуле

$$R_{\text{э}} = \frac{\Delta W}{\Delta S \cdot \Delta t},$$

где ΔW – энергия излучения с поверхности тела площадью ΔS за время Δt .

Закон Стефана – Больцмана – энергетическая светимость абсолютно черного тела прямо пропорциональна четвертой степени абсолютной температуре тела:

$$R_{\text{э}} = \sigma T^4,$$

где постоянная Больцмана $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Дж} / (\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{К}^4)$.

Закон смещения Вина – длина волны излучения абсолютно черного тела, на которую приходится максимум излучательной способности, обратно пропорциональна абсолютной температуре тела:

$$\lambda_m = \frac{b}{T},$$

где $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$.

Максимальная излучательная способность абсолютно черного тела прямо пропорциональна пятой степени абсолютной температуры тела:

$$r_m = c T^5,$$

где $c = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Вт} / \text{м}^3 \cdot \text{К}^5$.

Энергия кванта излучения (фотона):

$$\varepsilon = h\nu,$$

где h – постоянная Планка, $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

Импульс фотона:

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda},$$

где ν и λ – частота и длина волны света;

c – скорость света.

Формула Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2},$$

где A – работа выхода электрона из металла;

m и v – масса и скорость фотоэлектрона.

Красная граница фотоэффекта ν_k определяется из формулы

$$h\nu_k = A.$$

Формула эффекта Комптона:

$$\Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos\Theta),$$

где $\Delta\lambda$ – изменение длины волны рентгеновских лучей;

$\lambda_c = 2,4 \cdot 10^{-12}$ м – постоянная Комптона;

Θ – угол рассеяния рентгеновских лучей.

Формула светового давления:

$$P = (1 + \rho)w = (1 + \rho)\frac{E}{c},$$

где ρ – коэффициент отражения света;

w – плотность энергии излучения;

E – количество энергии, падающей на единицу площади поверхности за единицу времени.

Примеры решения задач

Задача 1. Найти площадь поверхности абсолютно черного тела, которое за 3 с излучает энергию 4 кДж, при этом максимум излучательной способности приходится на волну длиной 1,45 мкм.

1.1. Краткая запись условия задачи и основные формулы.

$$\begin{array}{l} \Delta W = 4 \text{ кДж} \\ \Delta t = 3 \text{ с} \\ \lambda_m = 1,45 \text{ мкм} \\ \hline \Delta S - ? \end{array}$$

$$R_s = \frac{\Delta W}{\Delta t \cdot \Delta S}; \quad (1)$$

$$R_s = \sigma T^4; \quad (2)$$

$$\lambda_m = b/T, \quad (3)$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$; $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$.

1.2. Анализ и решение задачи.

Энергетическая светимость любого нагретого тела определяется формулой (1), где ΔW – энергия, излучаемая с поверхности площадью ΔS за время Δt . В случае абсолютно черного тела энергетическая светимость пропорциональна абсолютной температуре в четвертой степени и вычисляется по формуле (2). Для нашей задачи энергетическую светимость всего тела найдем по формуле $r_s = W/St$, приравняв это выражение к выражению (2), получим: $W/St = \sigma T^4$, откуда

$$S = \frac{W}{tbT^4}. \quad (4)$$

По закону смещения Вина $T = \frac{b}{\lambda_m}$. После подстановки выражения для T в (4) получим:

$$S = \frac{W}{\sigma \cdot \left(\frac{b}{\lambda_m} \right)^4 t};$$

$$S = \frac{4 \cdot 10^3}{5,67 \cdot 10^{-8} \left(\frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{1,45 \cdot 10^{-6}} \right)^4 \cdot 3} = 1,47 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Ответ: $\Delta S = 1,47 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$.

Задача 2. Определить максимальную скорость фотоэлектронов, которые вырываются с поверхности серебра лучами света с длиной волны $0,155 \text{ мкм}$. Работа выхода электронов из серебра равна $4,7 \text{ эВ}$.

2.1. Краткая запись условия задачи и основные формулы.

$$A = 4,7 \text{ эВ} = 4,7 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \frac{\text{Дж}}{\text{м}} \\ \lambda = 0,155 \text{ мкм} = 1,55 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$v_{\max} - ?$$

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}; \quad (1)$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \quad (2)$$

где $h = 6,67 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$;
 $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$;
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

2.2. Анализ и решение задачи.

Фотоэлектронами называют электроны, вылетающие из металла под действием падающего на него света. В данном случае свет рассматривается как поток фотонов с энергией $h\nu$. Закон сохранения энергии в явлении фотоэффекта выражается уравнением Эйнштейна (1), в котором A – работа выхода электрона из металла, $mv_{\max}^2/2$ – максимально возможная кинетическая энергия фотоэлектрона.

Из (1) найдем:

$$v_{\max} = \sqrt{\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right) \frac{2}{m}} = \sqrt{\left(\frac{6,67 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,55 \cdot 10^{-7}} - 4,7 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\right) \frac{2}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = \\ = 1,08 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

Ответ: $v_{\max} = 1,08 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$

Задача 3. В опыте Комптона рентгеновские лучи с длиной волны $0,2 \text{ \AA}$ рассеялись под углом 90° . Найти изменение длины волны рентгеновских лучей при рассеянии, кинетическую энергию и импульс электрона отдачи.

3.1. Краткая запись условия задачи и схема рассеяния.

$$\lambda = 0,2 \text{ \AA} = 2 \cdot 10^{-11} \text{ м} \\ \theta = 90^\circ \\ \lambda_c = 2,42 \cdot 10^{-12} \text{ м} \\ \Delta\lambda - ? \quad E_K - ? \\ P_e - ?$$

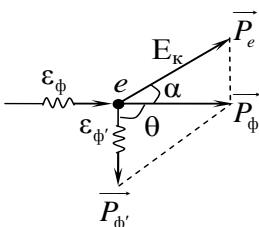


Рис. 45

3.2. Анализ и решение задачи.

При столкновении фотона Φ с свободным неподвижным электроном e энергия и импульс фотона передается электрону, поэтому следствием такого столкновения является рассеянный фотон Φ' (рис. 45) и электрон отдачи – т. е. электрон, вылетающий под некоторым углом α к начальному направлению движения фотона.

Потеря фотоном энергии при рассеянии сопровождается соответствующим увеличением длины его волны на величину $\Delta\lambda$:

$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos \theta), \quad (1)$$

где λ_c – комптоновская длина волны электрона.

Подставив в эту формулу значения величин, получим:

$$\Delta\lambda = 2,42 \cdot 10^{-12} (1 - \cos 90^\circ) = 2,42 \cdot 10^{-12} \text{ м.}$$

Кинетическую энергию электрона найдем из закона сохранения энергии:

$$h\nu + E_0 = h\nu' + E_0 + E_k, \quad (2)$$

где $\nu = c/\lambda$ – частота света;

$E_0 = m_e c^2$ – энергия покоя электрона;

$\nu' = c/\lambda' = c/(\lambda + \Delta\lambda)$.

После подстановки этих выражений в (2) и простых преобразований получим:

$$E_k = \frac{hc\Delta\lambda}{\lambda(\lambda + \Delta\lambda)};$$

$$E_k = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 2,42 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot 10^{-11} \cdot 2,24 \cdot 10^{-11}} = 1,07 \cdot 10^{-15} \text{ Дж.}$$

Импульс электрона отдачи найдем из закона сохранения импульса:

$$\vec{P}_\Phi = \vec{P}_{\Phi'} + \vec{P}_e. \quad (3)$$

Из рис. 45 видно, что $P_e^2 = P_\Phi^2 + P_{\Phi'}^2$ и $P_e = \sqrt{P_\Phi^2 + P_{\Phi'}^2}$.

Так как $P_\Phi = h/\lambda$, $P_{\Phi'} = h/\lambda' = h/(\lambda + \Delta\lambda)$, то

$$P_e = h \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{(\lambda + \Delta\lambda)^2}} = 6,6 \cdot 10^{-34} \sqrt{\frac{1}{(2 \cdot 10^{-11})^2} + \frac{1}{(2,42 \cdot 10^{-12})^2}} = \\ = 4,42 \cdot 10^{-23} \text{ H} \cdot \text{c}.$$

Ответ: $\Delta\lambda = 2,42 \cdot 10^{-12}$ м; $E_K = 1,07 \cdot 10^{-15}$ Дж;
 $P_e = 4,42 \cdot 10^{-23}$ Н·с.

Задачи для решения в аудитории

1. Количество энергии излучения Солнца, которое за 1 с проходит через площадку 1 м^2 , расположенную перпендикулярно к солнечным лучам и находящуюся на таком же расстоянии от Солнца, как и Земля, называют солнечной постоянной. Рассчитать солнечную постоянную, зная, что температура поверхности Солнца 5800 К, а его излучение близкое к излучению абсолютно черного тела.

2. К какой области спектра принадлежит длина волны излучения, на которую приходится максимум излучательной способности, если источником излучения является: спираль электрической лампочки ($T = 3000$ К); поверхность Солнца ($T = 5800$ К); атомный взрыв ($T = 10^7$ К). Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела.

3. Найти частоту света, вырывающегося с поверхности металла электроны, которые полностью задерживаются обратным напряжением 3 В.

Фотоэффект у этого металла начинается при частоте падающего света $6 \cdot 10^{14}$ Гц. Чему равна работа выхода электрона из металла?

4. Комптоновское рассеяние рентгеновских лучей с длиной волны $0,2 \text{ \AA}$ происходит под углом 90° . Найти: изменение длины волны рентгеновских лучей при рассеянии; энергию и импульс электрона отдачи.

5. Давление света на зеркальную поверхность равно 5 мПа. Определить концентрацию фотонов вблизи поверхности, если длина волны света, падающего на эту поверхность, равна 0,5 мкм.

Домашнее задание

1. Вольфрамовая спираль электрической лампочки мощностью 25 Вт имеет площадь поверхности $4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$. Отношение ее энергетической светимости к энергетической светимости абсолютно черного тела при той же температуре равно 0,3. Определить температуру спирали.

2. Какую температуру должно иметь абсолютно черное тело, чтобы максимум излучательной способности светимости находился в красном участке спектра и приходился на длину световой волны $0,74 \text{ мкм}^2$?

3. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна $2,75 \cdot 10^{-7} \text{ м}$. При какой минимальной энергии фотона возможен фотоэффект? Найти максимальную скорость электронов, вырываемых из этого металла светом с длиной волны $1,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}$.

4. Комптоновское рассеяние рентгеновских лучей с длиной волны $0,708 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ на парафине происходит под углом 180° . Найти длину волн рассеянных лучей.

5. На поверхность площадью 100 см^2 за каждую минуту падает 63 Дж световой энергии. Найти величину светового давления в случаях, когда поверхность полностью отражает все лучи, и в случае, когда она их полностью поглощает.

Занятие 2. Элементы атомной физики. Спектры

Теоретический материал

Основные опытные факты, благодаря которым Н. Бор разработал первую квантовую теорию атома. Линейчатый спектр атома водорода. Спектральная серия. Сериальная формула Бальмера – Ридберга. Постулаты Бора. Опыты Франка и Герца. Энергетический спектр атома водорода. Вывод сериальной формулы на основе теории Бора. Сплошной рентгеновский спектр. Коротковолновая граница сплошного рентгеновского спектра. Линейчатые рентгеновские спектры. Закон Мозли.

Контрольные вопросы

1. Назвать опытные факты, свидетельствующие о сложном строении атома.
2. Из каких опытов был сделан вывод о наличии в атоме ядра?
3. Какие противоречия возникли при применении классической электродинамики к ядерной модели атома?
4. Что является источником оптического излучения? Назвать типы оптических спектров.
5. При каких условиях можно получить линейчатый спектр излучения?
6. Что называется спектральной серией? Записать сериальную формулу Бальмера – Ридберга.

7. Какие названия имеют серии в спектре водорода, и к каким участкам спектра они относятся? Возникновение серии показать на энергетической схеме атома.

8. Какие основные опытные факты привели к первой квантовой теории атома, предложенной Бором?

9. Сформулировать постулаты Бора.

10. С помощью теории Бора рассчитать энергетический спектр атома водорода. Чему равна энергия электрона в атоме водорода в основном стационарном состоянии?

11. Чему равняется радиус первой боровской орбиты электрона в атоме водорода?

12. С помощью теории Бора вывести сериальную формулу для атома водорода.

13. Нарисовать и объяснить схему возникновения спектральных линий.

14. Какие выводы вытекают из опытов Франка и Герца?

15. Рассказать о квантовых числах атомных электронов.

16. Сформулировать принцип Паули и дать объяснение периодического закона Менделеева.

17. Каков принцип получения рентгеновских лучей? Нарисовать упрощенную схему рентгеновской трубки.

18. Как объяснить наличие в тормозном рентгеновском спектре коротковолновой границы? Как рассчитать коротковолновую границу?

19. Как возникает характеристическое рентгеновское излучение? Записать закон Мозли.

Основные формулы

Сериальная формула Бальмера – Ридберга:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

где λ – длина волны в спектральной серии;

$R = 1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ – постоянная Ридберга;

n – целые числа.

Постулаты Бора:

- орбиты электрона в атоме определяются условием:

$$mv r = n\hbar,$$

где m и v – масса и скорость электрона;

r – радиус орбиты;

$n = 1, 2, 3, \dots$ – квантовое число;

$\hbar = h/2\pi$ – постоянная Планка;

• условие частот:

$$hv = E_{n_2} - E_{n_1},$$

где v – частота;

E_n – энергия электрона на соответствующей орбите.

Энергетический спектр электрона в атоме водорода:

$$E_n = -k^2 \frac{me^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2},$$

где $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2$;

m и e – масса и заряд электрона;

n – квантовое число;

$$E_n = \frac{E_1}{n^2},$$

где $E_1 = -13,6 \text{ эВ}$ – энергия электрона на первой боровской орбите.

Сериальная формула для водородоподобных ионов:

$$\frac{1}{\lambda} = Rz^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

где z – порядковый номер элемента.

Коротковолновая граница тормозного рентгеновского спектра находится из условия:

$$hv_{\max} = eu,$$

где u – напряжение на рентгеновской трубке.

Примеры решения задач

Задача 1. Определить длины волн спектральных линий, которые появятся вследствие возбуждения атомарного водорода электронами с энергиями 12,5 эВ.

1.1. Краткая запись условия задачи и основные формулы.

$E_e = 12,5 \text{ эВ}$ $\lambda_1 - ? \dots \lambda_n - ?$	$E_n = \frac{E_1}{n^2}; \quad E_1 = -13,6 \text{ эВ}; \quad (1)$ $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad (2)$ где $R = 1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$.
--	--

1.2. Анализ и решение задачи.

Энергия электрона в атоме водорода определяется по формуле (1), где E_1 – энергия электрона в основном стационарном состоянии, т.е. при $n = 1$, где n – главное квантовое число: $n = 1, 2, 3, \dots$. При сообщении атому водорода добавочной энергии E_e , его электрон может оказаться в одном из возбужденных состояний, энергии которых выражаются формулой (1), при этом E_n не может превышать суммы энергий $E_1 + E_e$, т. е.

$$E_n \leq E_1 + E_e. \quad (3)$$

Для решения задачи необходимо сначала найти максимальное значение квантового числа n , которое удовлетворяет неравенству (3).

Из (3) следует, что $-13,6/n^2 \leq -1,1$, откуда имеем $n \leq 3,5$, значит $n = 3$.

Таким образом, при бомбардировке атомов водорода ускоренными электронами атомы переходят в возбужденное состояние на третий энергетический уровень, откуда одни из них переходят сразу в основное состояние и дают спектральную линию с длиной волны λ_1 , другие же переходят сначала на второй возбужденный уровень с $n = 2$ и дают спектральную линию с длиной волны λ_2 , а потом со второго уровня переходят на первый и дают спектральную линию с длиной волны λ_3 (рис. 46). Значение длин волн λ находим по формуле Бальмера – Ридберга (2):

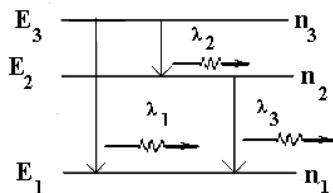


Рис. 46

$$\frac{1}{\lambda_1} = \frac{1}{\lambda_{1,3}} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right) \approx 1,1 \cdot 10^7 \cdot \frac{8}{9} \approx 1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}, \quad \lambda_1 \approx 10^{-7} \text{ м};$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 1,1 \cdot 10^7 \cdot \frac{5}{36} \text{ м}^{-1}, \quad \lambda_2 = 6,5 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

$$\frac{1}{\lambda_3} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = 1,1 \cdot 10^7 \cdot \frac{3}{4} \text{ м}^{-1}, \quad \lambda_3 = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Ответ: $\lambda_1 \approx 10^{-7}$ м; $\lambda_2 = 6,5 \cdot 10^{-7}$ м; $\lambda_3 = 1,2 \cdot 10^{-7}$ м.

Задача 2. Определить линейную скорость электрона на второй боровской орбите в однозарядном ионе гелия.

2.1. Краткая запись условия задачи и основные формулы.

$n = 2$ $z = 2$ $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с $v - ?$	Сила, удерживающая электрон на орбите около ядра, – это сила Кулона: $F = k \frac{ze^2}{r^2}. \quad (1)$ По первому постулату Бора: $mv r = n\hbar. \quad (2)$
--	---

2.2. Анализ и решение задачи.

По второму закону Ньютона сила (1) создает нормальную составляющую ускорения электрона на орбите, поэтому

$$k \frac{ze^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}. \quad (3)$$

Исключив из (2) и (3) радиус орбиты r , получим:

$$v = k \frac{ze^2}{n\hbar}. \quad (4)$$

Обращаем внимание: чем больше главное квантовое число n , тем дальше от ядра находится электрон и тем меньшей будет его скорость на орбите.

Выполним вычисления:

$$\nu = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{2 \cdot 1,05 \cdot 10^{-34}} = 2,19 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

Ответ: $\nu = 2,19 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$

Задачи для решения в аудитории

1. Во сколько раз увеличится размер атома водорода при переходе его из основного стационарного состояния в возбужденное состояние с главным квантовым числом, равным 4? Во сколько раз при этом уменьшится сила, удерживающая электрон возле ядра?

2. Длина волны одной из линий серии Бальмера равна 0,43 мкм. Найти значение тех уровней энергии, переход электрона между которыми сопровождается излучением фотона с данной длиной волны.

3. Атом водорода поглощает фотон, вследствие чего электрон, который находился на второй боровской орбите, вылетел со скоростью 600 км/с. Определить длину волны фотона.

4. Найти потенциал ионизации двукратно ионизированного атома лития. Потенциал ионизации равен разности потенциалов, которую необходимо пройти электрону, чтобы получить минимальную энергию, достаточную для ионизации атома при столкновении с ним.

5. Сколько групп фотонов, различающихся длинами волн, будут излучать возбужденные атомы водорода, если их электроны переведены на четвертый энергетический уровень? Найти наибольшую и наименьшую длины волн в этом излучении и определить серии, которым они принадлежат.

6. Вычислить магнитный момент атома водорода в основном состоянии, обусловленный орбитальным движением электрона.

Домашнее задание

1. Определить напряженность электрического поля, в котором движется электрон атома водорода, если атом находится в основном стационарном состоянии.

2. Электрон после прохождения разности потенциалов 19,8 В налетает на атом гелия и переводит его в первое возбужденное состояние. Возвращаясь в нормальное состояние, атом излучает фотон. Найти длину волны фотона.

3. Определить потенциал ионизации атома водорода (см. задачу 4 из предыдущего перечня задач для решения в аудитории).

4. Найти наименьшую и наибольшую длины волн спектральных линий серии Лаймана. Соответствующие переходы электрона показать на схеме уровней энергии атома.

5. Ионизация атома водорода происходит под действием фотона, при этом электрон, вылетающий из атома, имеет кинетическую энергию 6,2 эВ. Определить энергию и длину волны фотона.

6. К электродам рентгеновской трубки приложена разность потенциалов 60 кВ. Наименьшая длина волны рентгеновских лучей, получаемых от этой трубки, равна $2,06 \cdot 10^{-11}$ м. Найти из этих данных значение постоянной Планка.

Занятие 3. Волновые свойства частиц. Соотношение неопределенностей Гейзенберга

Теоретический материал

Элементы квантовой механики. Корпускулярно-волновой дуализм. Волновые свойства микрочастиц. Волны де Броиля. Дифракция электронов и других микрочастиц. Соотношение неопределенностей Гейзенберга. Волновая функция и ее статистический смысл. Уравнение Шредингера для стационарных состояний квантовой системы. Частица в бесконечно глубокой потенциальной яме. Квантовый осциллятор. Туннельный эффект.

Контрольные вопросы

1. В каких явлениях проявляются корпускулярные свойства света?
2. Записать формулы для энергии и импульса фотона.
3. В чем заключается гипотеза де Броиля? Записать формулу де Броиля для длины волны микрочастицы.
4. Привести примеры экспериментов, подтверждающих гипотезу де Броиля.
5. Что вы знаете о волновой функции квантовой механики? Какую информацию можно получить о микрообъекте, зная его волновую функцию?
6. Записать выражение для волновой функции для микрочастицы, находящейся в глубокой одномерной потенциальной яме.
7. Записать уравнение Шредингера для стационарных состояний.

8. Каким требованиям должна отвечать волновая функция, чтобы быть допустимым решением уравнения Шредингера?

9. Записать и объяснить соотношения неопределенностей Гейзенберга.

10. Назвать существенные отличия классического и квантового осциллятора.

11. Что понимают под туннельным эффектом в квантовой механике?

12. Описать поведение классической частицы и микрочастицы, налетающих на потенциальный барьер.

13. Что называют нулевыми колебаниями?

14. Записать формулу энергии квантового осциллятора.

15. Записать формулу коэффициента прозрачности потенциального барьера для микрочастицы.

Основные формулы

Длина волны де Броиля:

$$\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{mv},$$

где h – постоянная Планка;

P – импульс микрочастицы;

m и v – масса и скорость микрочастицы.

Соотношения неопределенностей:

$$\Delta x \cdot \Delta P_x \geq \hbar;$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar,$$

где Δx – неопределенность координаты микрочастицы;

ΔP_x – неопределенность проекции ее импульса на ось x ;

ΔE – неопределенность энергии состояния микрочастицы;

Δt – время жизни микрочастицы в этом состоянии.

Уравнение Шредингера:

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi = 0,$$

где Δ – оператор Лапласа;

Ψ – волновая функция микрочастицы с массой m и полной энергией E ;

U – потенциальная энергия частицы.

Коэффициент прозрачности потенциального барьера для микрочастицы:

$$D = D_0 e^{-\frac{2l}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}},$$

где D_0 – коэффициент, значение которого близко к единице;

l и U_0 – ширина и высота потенциального барьера;

E – полная энергия частицы с массой m .

Формула полной энергии квантового осциллятора:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) h\nu,$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$ – колебательное квантовое число;

ν – частота колебаний.

Примеры решения задач

Задача 1. В кинескопе телевизора электроны ускоряются разностью потенциалов 800 В. Определить длину волны де Броиля ускоренных электронов.

1.1. Краткая запись условия задачи, рисунок.

$U = 800$ В
$m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг
$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл
$\lambda - ?$

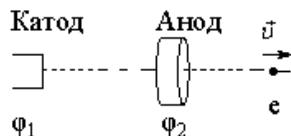


Рис. 47

1.2. Анализ и решение задачи.

За счет работы ускоряющего электрического поля (рис. 47) электрон приобретает кинетическую энергию, при этом:

$$eU = mv^2/2,$$

где e – заряд электрона;

m – масса электрона.

Длина волны де Броиля частицы определяется по следующей формуле:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}} = \frac{h}{\sqrt{2meU}}.$$

Подставив числовые значения величин, получим:

$$\lambda = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8 \cdot 10^2}} = 4,3 \cdot 10^{-11} \text{ м.}$$

Ответ: $\lambda = 4,3 \cdot 10^{-11}$ м.

Задача 2. Толщина следа электрона в камере Вильсона равна 10^{-2} см. С какой наименьшей погрешностью можно определить по данному результату скорость электрона?

2.1. Краткая запись условия задачи, основные формулы.

$\Delta x = 10^{-2} \text{ см}$ $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ $\Delta v_x - ?$	<p>Соотношение неопределенностей Гейзенберга:</p> $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar. \quad (1)$
--	---

2.2. Анализ и решение задачи.

Из квантовой механики известно, что координата и компонента импульса частицы вдоль одной и той же оси одновременно не существуют. Эти величины можно получить только с неопределенностями, соотношение между которыми, например, вдоль оси x выражается формулой (1). Из этой формулы следует, что чем точнее известна координата частицы (т. е. чем меньше Δx), тем менее точно мы будем знать импульс частицы (т. е. тем больше будет неопределенность Δp_x), и наоборот. Поскольку импульс электрона $p_x = mv_x$, то $\Delta p_x = m\Delta v_x$, поэтому (1) можно записать через неопределенность скорости Δv_x , которую можно считать погрешностью в значении скорости:

$$\Delta v_{x \min} = \hbar / m \Delta x. \quad (2)$$

Подставив в (2) значения величин, получим:

$$\Delta v_{x \min} = \frac{1,05 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-4}} = 1,1 \text{ м/с.}$$

Ответ: $\Delta v_{x \min} = 1,1$ м/с.

Задачи для решения в аудитории

1. Определить длину волны де Броиля для электрона атома водорода, который находится в основном стационарном состоянии. Найти связь между числом волн де Броиля N , которое может разместиться на длине стационарной орбиты в атоме водорода, и квантовым числом n .

2. Надо ли учитывать волновые свойства α -частицы, которая движется со скоростью 10^7 м/с, если ее положение оценивается по ширине следа, равной в камере Вильсона 10^{-4} м?

3. Кинетическая энергия электрона равна его энергии покоя. Определить длину волны де Броиля для этого электрона.

4. С помощью соотношения неопределенностей найти радиус электронной орбиты в атоме водорода при максимальной кинетической энергии электрона в атоме.

5. Время существования возбужденного ядра 1 нс, длина волны излучения равна 0,1 нм. С какой наибольшей точностью может быть определена энергия излучения?

6. Найти, как зависит длина волны де Броиля для ускоренного электрона от величины ускоряющего напряжения.

7. Вероятность проникновения микрочастицы массой m на расстояние x в область, запрещенную законами классической физики, пропорциональна $e^{-2\alpha x}$, где $\alpha = \sqrt{2m(U - E)/\hbar^2}$. Принимая коэффициент пропорциональности близким к единице, найти вероятность проникновения электрона и протона на расстояние 2 Å при условии, которое $U - E = 1$ эВ.

8. Два атома в молекуле углерода совершают колебания с частотой $6,43 \cdot 10^{11}$ Гц. Найти энергию нулевых колебаний атомов (в эВ).

Домашнее задание

1. Найти длину волны де Броиля для частицы, которая движется со скоростью 1000 м/с, а ее кинетическая энергия равна 1 Дж.

2. Заряженная частица, прошедшая разность потенциалов 200 В, имеет длину волны де Броиля $2,02 \cdot 10^{-12}$ м. Найти массу этой частицы, если известно, что ее заряд по величине равен заряду электрона.

3. С помощью соотношения неопределенностей Гейзенберга оценить минимальную кинетическую энергию электрона (в эВ), движущегося в сферической области диаметром в 1 Å. Определить длину волны де Броиля для этого электрона.

4. Оценить относительную неопределенность импульса частицы при условии, что неопределенность ее координаты равна длине волны де Броиля.

5. Время существования возбужденного состояния атома по порядку величины равно 10^{-8} с. Оценить неопределенность энергии возбужденного состояния. В чем проявляется эта неопределенность энергии?

Занятие 4. Физика атомного ядра. Ядерные реакции

Теоретический материал

Общие свойства атомных ядер. Состав и заряд ядра. Нуклоны. Зарядовое и массовое числа. Дефект массы ядра. Размеры и форма ядер. Ядерные силы. Энергия связи ядра. Радиоактивные преобразования ядер. Закон радиоактивного распада. Активность радиоактивного препарата. Виды радиоактивного распада. Правила смещения. Ядерные реакции. Энергетический эффект ядерной реакции. Порог реакции. Примеры ядерных реакций. Реакции деления ядер. Цепная ядерная реакция. Термоядерные реакции.

Контрольные вопросы

1. Какое строение имеет атом и его ядро?

2. Указать размеры (по порядку величины) атома и атомного ядра.

3. Что называется зарядовым числом и массовым числом ядра?

Что называют изотопом?

4. Что называют дефектом массы ядра?

5. В каких единицах принято измерять массы ядер?

6. Охарактеризовать ядерные силы.

7. Что называют энергией связи ядра и как ее вычисляют?

8. Чему равна средняя удельная энергия связи ядра?

9. Что называют радиоактивностью? Назвать виды радиоактивности и кратко охарактеризовать их.

10. Записать и объяснить закон радиоактивного распада. Что называется периодом полураспада и как он выражается через постоянную распада?

11. Что называется активностью радиоактивного препарата? Записать и объяснить формулу активности. В каких единицах измеряется активность?

12. Сформулировать правила смещения. На каких законах физики они основываются?

13. Какие существуют формы записи ядерных реакций? Привести примеры.

14. Кто осуществил на опыте первую ядерную реакцию? Записать эту реакцию.

15. Что называют энергетическим эффектом ядерной реакции и как его вычисляют?

16. Что называют порогом ядерной реакции и как его вычисляют?

17. Как возникает цепная реакция деления ядер? Где используется контролируемая реакция деления?

18. Какие реакции называют термоядерными? Где в естественных условиях происходят эти реакции?

Основные формулы

Энергия связи ядра изотопа равна дефекту массы ядра, выраженной в энергетических единицах:

$$E_{\text{св}} = \Delta mc^2,$$

где масса измеряется в кг, а энергия – в Дж.

Для вычислений обычно пользуются следующей формулой:

$$E_{\text{св}} = \left((zm_{\frac{1}{1}H} + (A - z)m_n - M_a) \right) \cdot 931,5 \text{ МэВ},$$

где z – порядковый номер изотопа;

$m_{\frac{1}{1}H}$ – масса изотопа водорода;

A – массовое число;

m_n – масса нейтрона;

M_a – масса данного изотопа (с порядковым номером z);

931,5 МэВ – значение атомной единицы массы (а. е. м.), выраженное в энергетических единицах.

Удельная энергия связи ядра – энергия связи, приходящаяся на один нуклон:

$$\varepsilon_{\text{св}} = \frac{E_{\text{св}}}{A}.$$

Закон радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N_0 – начальное число ядер;

N – число ядер, оставшихся не распавшимися к концу времени t ;

λ – постоянная распада.

Период полураспада:

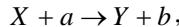
$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

Активность радиоактивного препарата вычисляется по формуле

$$a = \lambda N_0 e^{-\lambda t},$$

единица активности в СИ называется беккерель (Бк), внесистемная единица – кюри (Ки); 1 Ки = $3,7 \cdot 10^{10}$ Бк.

Общая форма записи ядерной реакции:



где X – неподвижное ядро – мишень;

a – налетающая на ядро частица;

Y – ядро – продукт реакции;

b – вылетающая частица.

Энергия ядерной реакции (или тепловой эффект Q ядерной реакции) равна разности масс покоя исходных и конечных частиц или же разности кинетических энергий конечных и исходных частиц:

$$Q = E_{xa} - E_{yb} = E_{kY} + E_{kb} - E_{ka},$$

где $E_{xa} = E_{0x} + E_{0a}$, $E_{yb} = E_{0y} + E_{0b}$;

E_0 и E_k – энергия покоя и кинетическая энергия соответствующих частиц.

Если $Q > 0$, то реакция идет с выделением кинетической энергии за счет уменьшения энергии покоя. В случае, когда $Q < 0$, энергия покоя возрастает за счет уменьшения кинетической энергии; такую реакцию называют эндоэнергетической. Эндоэнергетическая реакция возможна только тогда, когда налетающая частица a обладает достаточно большой кинетической энергией. Ее пороговое (минимальное) значение определяется следующей формулой:

$$E_{\text{ка(min)}} = \frac{M_x + m_a}{M_x} \cdot |Q|,$$

где M_x – масса ядра – мишени;
 m_a – масса налетающей частицы a .

Примеры решения задач

Задача 1. Крупинка радиоактивного препарата, содержащая радий, находится на расстоянии 3 см от круглого флуоресцентного экрана диаметром 2 мм. Определить количество радия в крупинке, если каждые 10 с на экране наблюдаются 3 вспышки (продукты распада быстро удаляются).

1.1. Краткая запись условия задачи, рисунок, основные формулы.

$$\begin{array}{l} r = 3 \text{ см} \\ d = 2 \text{ мм} \\ \Delta t = 10 \text{ с} \\ n = 3 \\ \hline m - ? \end{array}$$

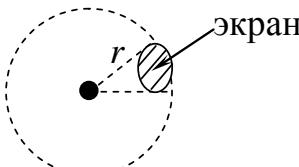


Рис. 48

$$\Delta N = -\lambda N \Delta t; \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T}. \quad (2)$$

1.2. Анализ и решение задачи.

Число вспышек на экране равно числу α -частиц, попавших на экран при движении внутри телесного угла, под каким виден экран из точки, в которой находится крупинка (рис. 48). Поскольку α -частицы движутся по всем направлениям, а не только в сторону экрана, то всего их за время Δt вылетает ΔN штук, при этом

$$\Delta N = n \frac{S}{\Delta S}, \quad (3)$$

где S – площадь сферы радиуса r , которую надо описать вокруг крупинки;

ΔS – площадь данного экрана, лежащего на этой же сфере.

Зная ΔN , по формуле (1) можно найти общее количество атомов радиа N в крупинке. Умножив N на массу одного атома радиа m_1 , найдем общую массу радиа в крупинке. Чтобы найти m_1 , надо молярную массу поделить на количество атомов в одном моле, т. е. на число Авогадро N_A ; молярная масса в граммах равна массовому числу A .

Таким образом, для массы можно записать выражение:

$$m = Nm_1 = \frac{\Delta N}{\lambda \Delta t} \cdot \frac{A}{N_A} = \frac{nSAT}{\ln 2 \Delta S \Delta t N_A},$$

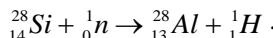
поскольку $S = 4\pi r^2$, $\Delta S = \pi d^2/4$, то $m = \frac{16r^2 nAT}{N_A d^2 \Delta t \ln 2}$.

Для радиа $A = 226$; $T = 5,02 \cdot 10^{10}$ с. Подставив числа и выполнив вычисления, получим:

$$m = \frac{16 \cdot 3^2 \cdot 3 \cdot 2,26 \cdot 10^2 \cdot 5,02 \cdot 10^{10}}{6,02 \cdot 10^{23} \cdot 0,2^2 \cdot 10 \cdot 0,69} = 2,93 \cdot 10^{-8} \text{ г.}$$

Ответ: $m = 2,93 \cdot 10^{-8}$ г.

Задача 2. Найти минимальную кинетическую энергию нейtronов, при которой можно осуществить ядерную реакцию



2.1. Запись табличных значений относительных масс атомов.

$$m_{Si} = 27,98583 \text{ а. е. м.}; \quad m_{Al} = 27,99083 \text{ а. е. м.};$$

$$m_n = 1,00898 \text{ а. е. м.}; \quad m_H = 1,00814 \text{ а. е. м.}$$

2.2. Анализ и решение задачи.

Обратим внимание на то, что сумма масс продуктов реакции превышает сумму масс частиц, вступающих в реакцию. Это означает, что реакция эндоэнергетическая. Для ее осуществления необходимо, чтобы кинетическая энергия бомбардирующих нейtronов равнялась пороговому значению или превышала его. Пороговое значение кинетической энергии нейтрана можно найти по закону сохранения энергии,

предположив, что кремний является неподвижной мишенью, а кинетическая энергия продуктов реакции достаточно мала и ею можно пренебречь. В этом случае закон сохранения энергии запишется в виде равенства:

$$E_{0Si} + E_{0n} + E_{kn} = E_{0Al} + E_{0H}, \quad (1)$$

где E_0 – энергия покоя соответствующих частиц;

E_{kn} – кинетическая энергия нейтрона (пороговое значение).

Из (1) имеем:

$$E_{kn} = E_{0Al} + E_{0H} - (E_{0Si} + E_{0n}). \quad (2)$$

Как известно, энергия покоя частицы вычисляется по формуле Эйнштейна $E_0 = mc^2$. Вычисленная по этой формуле энергия покоя атомной единицы массы равна 931,5 МэВ. Учитывая это, равенство (2) выразим через массы частиц:

$$E_{kn} = (m_{Al} + m_H - (m_{Si} + m_n)) \cdot 931,5 \text{ МэВ}. \quad (3)$$

Подставив значения масс и выполнив вычисления, получим:

$$E_{kn} = (27,990083 + 1,00814 - (27,98583 + 1,00898)) \cdot 931,5 = 3,88 \text{ МэВ}.$$

Ответ: для возникновения реакции кинетическая энергия нейтрона должна быть не меньше чем 3,88 МэВ.

Задача 3. Ядро радиоактивного элемента вследствие ряда преобразований потеряло пять α -частиц и три β -частицы и перешло в ядро висмута $^{212}_{83}Bi$. Определить, какому элементу принадлежало начальное ядро.

3.1. Краткая запись условия задачи, схема.

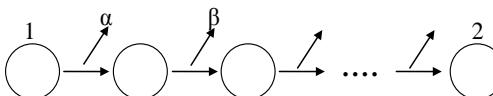
$n_\alpha = 5$ $n_\beta = 3$ $z_2 = 83$ $A_2 = 212$ <hr/> $z_1 - ?$ $A_1 - ?$	
--	---

Рис. 49. Схема радиоактивных распадов:
1 – начальное ядро; 2 – конечное ядро

3.2. Анализ и решение задачи.

Известно, что α -частица идентична ядру гелия, ее зарядовое число равно двум единицам, а массовое число – четырем единицам. След-

ствием α -распада является новый элемент, зарядовое число которого на две единицы меньше, а массовое число на четыре единицы меньше, чем у начального элемента. Новый элемент будет стоять в таблице Менделеева на два места раньше начального элемента. Под названием β -частицы подразумевается электрон, зарядовое число которого равно минус единице, а массовое – нулю. Следствием β -распада является новый элемент, зарядовое число которого в соответствии с законом сохранения заряда на единицу больше, чем у начального ядра, а поэтому новый элемент в таблице Менделеева будет стоять на одно место позже начального элемента.

Исходя из вышесказанного, можно записать для зарядовых и массовых чисел следующие равенства:

$$z_2 = z_1 - 2n_\alpha + n_\beta; \quad (1)$$

$$A_2 = A_1 - 4n_\alpha. \quad (2)$$

Из этих равенств имеем:

$$z_1 = z_2 + 2n_\alpha - n_\beta = 83 + 2 \cdot 5 - 3 = 90;$$

$$A_1 = A_2 + 4n_\alpha = 212 + 4 \cdot 5 = 232.$$

По таблице Менделеева находим, что на 90-м месте стоит изотоп тория: $^{232}_{90}Th$.

Ответ: $z_1 = 90$; $A_1 = 232$.

Задачи для решения в аудитории

1. Вычислить дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи для ядра калия $^{39}_{19}K$.
2. Найти постоянную распада ядер радиоактивного радона, если известно, что число атомов радона за одни сутки уменьшается на 18,2 %.
3. Постоянная распада ядер радиоактивного препарата равна $1,44 \cdot 10^{-3}$ ч⁻¹. За какое время распадется 80 % начального количества атомов?
4. На сколько процентов уменьшится активность изотопа иридия $^{192}_{77}Ir$ за 15 суток? Период полураспада этого изотопа равен 74 суткам.
5. Захватив нейтрон, ядро бора $^{10}_5B$ разделилось на ядро лития и ядро гелия. Записать ядерную реакцию и определить энергию, которая при этом выделяется.

6. Ядерную реакцию ${}^9_4Be(x, n){}^{10}_5B$ записать в развернутом виде, определить частицу x и энергию реакции.
7. Какой изотоп образуется из тория ${}^{232}_{90}Th$ после четырех α -распадов и двух β -распадов?

Домашнее задание

1. Вычислить дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи для ядра магния ${}^{24}_{12}Mg$.
2. Активность препарата за 10 суток уменьшилась на 20 %. Определить период полураспада изотопа препарата.
3. Во время взрыва водородной бомбы происходит термоядерная реакция образования гелия из изотопов водородадейтерия и трития. Записать ядерную реакцию и определить ее энергетический выход.
4. Радиоактивное ядро, состоящее из 5 протонов и 5 нейтронов, выбросило α -частицу. Какое ядро образовалось вследствие α -распада? Определить энергию связи этого ядра.
5. Счетчик α -частиц при первом измерении активности радиоактивного препарата показывал 1400 частиц за одну минуту, а через 4 ч только 400 частиц за минуту. Определить период полураспада изотопа, из которого состоит препарат.
6. Какой изотоп образуется из урана ${}^{238}_{92}U$ после двух α -распадов и трех β -распадов?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Савельев, И. В. Курс физики: в 3 т. / И. В. Савельев. – М.: Наука, 1989. – Т. 1. – 352 с.
2. Волькенштейн, В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – М.: Наука, 1973. – 464 с.
3. Савельев, И. В. Курс физики: в 3 т. / И. В. Савельев. – М.: Наука, 1989. – Т. 2. – 464 с.
4. Савельев, И. В. Курс общей физики: в 3 т. / И. В. Савельев. – М.: Наука, 1987. – Т. 3. – 318 с.
5. Орир, Дж. Физика: в 2 т. / Дж. Орир. – М.: Мир, 1980. – 740 с.
6. Иродов, И. Э. Задачи по общей физике / И. Э. Иродов. – М.: Наука, 1979. – 368 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Единицы системы СИ

№ п. п.	Физическая величина, обозначение	Единица измерения	Обозначение единицы	Определение единиц измерения
1	2	3	4	5
<i>Основные</i>				
1	Длина l	Метр	м	Метр равен длине 1 650 763,73 волн в вакууме излучения, соответствующего переходу между уровнями $2p_{10}$ и $5d_5$ атома криптона-86
2	Масса m	Килограмм	кг	Килограмм равен массе международного прототипа килограмма
3	Время t	Секунда	с	Секунда равна 9 192 631 770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133
4	Сила электрического тока I	Ампер	А	Ампер равен силе тока, который при прохождении по двум параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, вызвал бы силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н
5	Температура T	Кельвин	К	Кельвин равен 1/273,16 части термодинамической температуры тройной точки воды
6	Сила света I	Кандела	кд	Кандела равна силе света, испускаемого с поверхности площадью 1/600 000 м ² полного излучателя в перпендикулярном направлении при температуре излучателя, равной температуре затвердевания платины при давлении 101 325 Па

Окончание прил. 1

1	2	3	4	5
7	Количество вещества, ν	Моль	моль	Моль равен количеству вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде-12 массой 0,012 кг
<i>Дополнительные</i>				
8	Плоский угол ϕ	Радиан	рад	Плоский центральный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна радиусу окружности
9	Телесный угол Ω	Стерадиан	ср	Пространственный центральный угол, опирающийся на сферическую поверхность, равную квадрату радиуса шара

Приложение 2

Некоторые производные единицы системы СИ

№ п. п.	Физическая величина	Определяющая формула	Название и обозна- чение единицы измерения
1	Скорость	$v = \Delta l / \Delta t$	м/с
2	Ускорение	$a = \Delta v / \Delta t$	м/с ²
3	Угловая скорость	$\omega = \Delta \varphi / \Delta t$	рад/с
4	Частота	$f = 1/T$	герц, Гц = 1/с
5	Импульс	$P = m v$	кг·м/с
6	Момент инерции	$I = mr^2$	кг·м ²
7	Плотность	$d = m/V$	кг/м ³
8	Сила	$F = ma$	ニュтона, Н = кг·м/с ²
9	Давление	$p = F/S$	паскаль, Па = Н/м ²
10	Работа	$A = Fl$	дюоуль, Дж = Н·
11	Мощность	$N = A/t$	ватт, Вт = Дж/с
12	Теплоемкость	$Q/\Delta T$	Дж/К
13	Удельная теплоемкость	$Q/(m \cdot \Delta T)$	Дж/(кг·К)
14	Количество электричества, заряд	$q = It$	Кулон, Кл = А·с
15	Электрическое напряжение	$U = \frac{A}{q}$	вольт, В = Дж/К
16	Электрическая емкость	$C = q/U$	фарад, Ф = Кл/В
17	Электрическое сопротивление	$R = U/I$	ом, Ом = В/А
18	Электрическая проводимость	$1/R$	сименс, См = 1/Ом
19	Магнитная индукция	$B = F/(I \cdot l)$	tesла, Тл = Н/(А·г)
20	Магнитный поток	$\Phi = BS$	вебер, Вб = Тл·м ²
21	Индуктивность	$L = \Phi/I$	генри, Гн = Вб/А
22	Энергетическая светимость	$R = \Phi/S$	Вт/м ²

Приложение 3

Основные физические константы

Скорость света в вакууме	$c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Гравитационная постоянная	$G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг}\cdot\text{с}^2)$
Элементарный заряд	$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Масса покоя электрона	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Удельный заряд электрона	$e/m = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Постоянная Планка	$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с};$ $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$
Постоянная Стефана – Больцмана	$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/\text{м}^2\cdot\text{К}^4$
Постоянная закона смещения Вина	$b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м}\cdot\text{К}$
Постоянная Ридберга	$R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Атомная единица массы (а. е. м.)	1 а. е. м. = $1,6606 \cdot 10^{-27} = 931,5 \text{ МэВ}$

Приложение 4

Плотность вещества

Вещество	Плотность, кг/м ³	Вещество	Плотность, кг/м ³
Алюминий	$2,7 \cdot 10^3$	Свинец	$11 \cdot 10^3$
Медь	$8,93 \cdot 10^3$	Серебро	$10,5 \cdot 10^3$
Латунь	$8,5 \cdot 10^3$	Нихром	$8,4 \cdot 10^3$
Калий	$0,87 \cdot 10^3$	Олово	$7,3 \cdot 10^3$

Приложение 5

Удельное сопротивление и температурный коэффициент проводников

Вещество	Удельное сопротивление, Ом·м	Температурный коэффициент, °C ⁻¹
Алюминий	$2,6 \cdot 10^{-8}$	$3,6 \cdot 10^{-3}$
Железо	$9,8 \cdot 10^{-8}$	$6,2 \cdot 10^{-3}$
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$
Нихром	$1 \cdot 10^{-6}$	$0,26 \cdot 10^{-3}$
Сталь	$1,2 \cdot 10^{-7}$	$6 \cdot 10^{-3}$

Приложение 6

Диэлектрическая проницаемость

Керосин	2	Слюдя	6
Масло	2,2	Стекло	5,5–10
Парафин	2	Эбонит	2,6
Воск	7,8	Фарфор	6

Приложение 7

Масса и энергия покоя элементарных частиц и ядер

Частица	Масса		Энергия	
	m_0 , кг	m_0 , а. е. м.	E_0 , Дж	E_0 , МэВ
Электрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8,16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Протон	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1,5 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1,51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейtron	$3,35 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3,0 \cdot 10^{-10}$	1876
α -частица	$6,64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5,96 \cdot 10^{-10}$	3733

Приложение 8

Работа выхода электронов из металлов

Металл	A, эВ	A, Дж	Металл	A, эВ	A, Дж
Калий	2,2	$3,5 \cdot 10^{-19}$	Платина	6,3	$10,1 \cdot 10^{-19}$
Литий	2,3	$3,7 \cdot 10^{-19}$	Серебро	4,7	$7,5 \cdot 10^{-19}$
Натрий	2,5	$4 \cdot 10^{-19}$	Цинк	4	$6,4 \cdot 10^{-19}$
Цезий	1,9	$3 \cdot 10^{-19}$	Молибден	4,2	$6,72 \cdot 10^{-19}$
Рубидий	2,13	$3,4 \cdot 10^{-19}$	Никель	4,84	$7,74 \cdot 10^{-19}$

Приложение 9

Массы некоторых изотопов (в а. е. м.)

Элемент	Порядковый номер, z	Изотоп	Масса	Элемент	Порядковый номер, z	Изотоп	Масса
Водород	1	¹ H ² H ³ H	1,00783 2,01410 3,01605	Бериллий	4	⁷ Be ⁸ Be ⁹ Be ¹⁰ Be	7,01693 8,00538 9,01219 10,01354
Гелий	2	³ He ⁴ He	3,01603 4,00260	Бор	5	⁹ B ¹⁰ B ¹¹ B	9,01333 10,01294 11,00931
Литий	3	⁶ Li ⁷ Li	6,01513 7,01601	Углерод	6	¹⁰ C ¹² C ¹³ C ¹⁴ C	10,00168 12,0000 13,00335 14,00324
Азот	7	¹³ N ¹⁴ N ¹⁵ N	13,00574 14,00307 15,00011	Калий	19	³⁹ K ⁴¹ K	38,96372 40,96184
Кислород	8	¹⁶ O ¹⁷ O ¹⁸ O	15,99491 16,99913 17,99916	Кальций	20	⁴⁰ Ca ⁴⁴ Ca	39,97542 43,95549
Фтор	9	¹⁹ F	18,99840	Кадмий	48	¹¹² Cd	111,90276
Натрий	11	²² Na ²³ Na ²⁴ Na	21,99444 22,98977 23,99138	Ртуть	80	²⁰⁰ Hg	199,96832
Алюминий	13	²⁷ Al ³⁰ Al	26,99010 29,99817	Полоний	84	²¹⁰ Po	209,98297
Кремний	14	³⁰ Si ³¹ Si	29,98325 30,97535	Радий	88	²²⁵ Ra	225,02992
Фосфор	15	³¹ P ³³ P	30,97376 32,95781	Торий	90	²²⁸ Th ²³² Th	228,02987 232,03800
Сера	16	³³ S	32,97163				

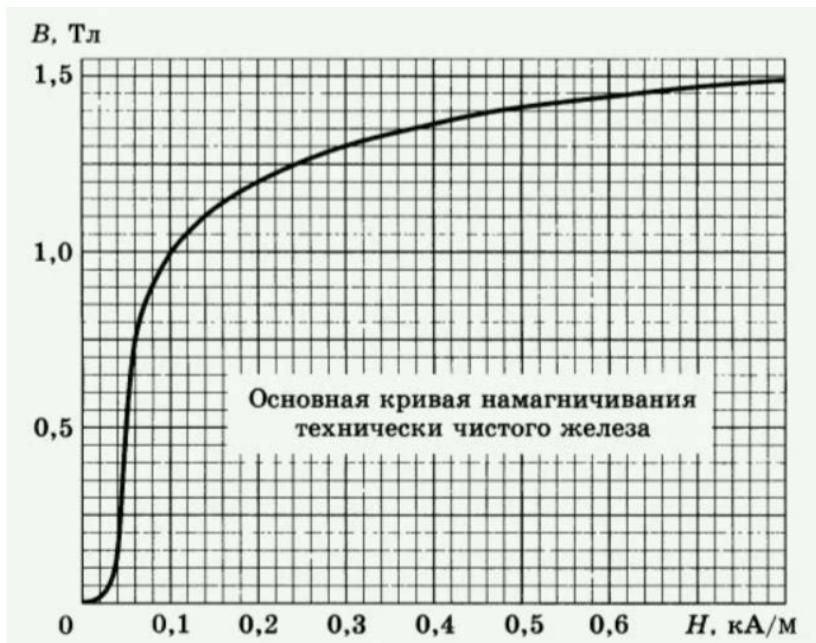
Приложение 10

Периоды полураспада радиоактивных изотопов

Изотоп	T _{1/2}	Изотоп	T _{1/2}
Актиний ²²⁵ ₈₉ Ac	10 суток	Полоний ²¹⁰ ₈₄ Po	138 суток
Йод ¹³¹ ₅₃ I	8 суток	Радий ²²⁶ ₈₈ Ra	$1,59 \cdot 10^3$ лет
Иридий ¹⁹² ₇₇ Ir	75 суток	Радон ²²² ₈₆ Rn	3,8 суток
Кальций ⁴⁵ ₂₀ Ca	164 суток	Стронций ⁹⁰ ₃₈ Sr	28 лет
Кобальт ⁸⁰ ₂₇ Co	5,3 года	Торий ²²⁹ ₉₀ Th	$7 \cdot 10^3$ лет
Магний ²⁷ ₁₂ Mg	10 мин	Углерод ¹⁴ ₆ C	5570 лет
Натрий ²² ₁₁ Na	2,6 года	Уран ²³⁵ ₉₂ U	$7,1 \cdot 10^8$ лет
Натрий ²⁴ ₁₁ Na	14,8 часа	Уран ²³⁸ ₉₂ U	$4,5 \cdot 10^9$ лет
Плутоний ²⁴⁰ ₉₄ Pu	$24 \cdot 10^3$ года	Фосфор ³² ₁₅ P	14,3 суток

Приложение 11

График зависимости индукции B от напряженности H магнитного поля для железа



СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ, МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕРМОДИНАМИКИ.....	4
Занятие 1. Кинематика поступательного и вращательного движения материальной точки.....	4
Занятие 2. Динамика поступательного движения.....	11
Занятие 3. Динамика вращательного движения. Законы сохранения импульса и момента импульса.....	18
Занятие 4. Работа и мощность. Энергия. Закон сохранения и превращения энергии.....	25
Занятие 5. Закон всемирного тяготения. Элементы специальной теории относительности	32
Занятие 6. Основы молекулярно-кинетической теории газов.....	40
Занятие 7. Термодинамика.....	49
2. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ. ФИЗИКА КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН.....	60
Занятие 1. Закон Кулона. Электрическое поле и его характеристики. Принцип суперпозиции	60
Занятие 2. Работа и энергия в электростатике. Конденсаторы	68
Занятие 3. Законы постоянного тока.....	76
Занятие 4. Электрические цепи постоянного тока. Правила Кирхгофа	83
Занятие 5. Магнитное поле тока.....	91
Занятие 6. Действие магнитного поля на проводник с током. Явление электромагнитной индукции. Энергия магнитного поля.....	98
Занятие 7. Гармонические колебания и волны.....	106
Занятие 8. Волновая оптика.....	114
Дополнительные задачи для самостоятельных упражнений.....	123
3. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ, ФИЗИКИ АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА	128
Занятие 1. Законы теплового излучения. Квантовые свойства излучения.....	128
Занятие 2. Элементы атомной физики. Спектры	135
Занятие 3. Волновые свойства частиц. Соотношения неопределенностей Гейзенberга	141
Занятие 4. Физика атомного ядра. Ядерные реакции	146
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	154
ПРИЛОЖЕНИЯ	155

Учебное издание

Масич Виталий Васильевич
Цвыр Андрей Васильевич
Шараева Ирина Викторовна

ФИЗИКА

СБОРНИК ЗАДАЧ

Учебно-методическое пособие

Редактор С. Н. Кириленко
Технический редактор Н. Л. Якубовская

Подписано в печать 12.12.2025. Формат 60×84 $\frac{1}{16}$. Бумага офсетная.
Ризография. Гарнитура «Таймс». Усл. печ. л. 9,53. Уч.-изд. л. 8,74.
Тираж 60 экз. Заказ .

Белорусская государственная сельскохозяйственная академия.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 1/52 от 09.10.2013.
Ул. Мичурина, 13, 213407, г. Горки.

Отпечатано в Белорусской государственной сельскохозяйственной академии.
Ул. Мичурина, 5, 213407, г. Горки.