

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА МЕХАНИЧЕСКОГО ТРАНСПОРТИРОВАНИЯ ПОЛУЖИДКОГО НАВОЗА ПО КАНАЛУ КРУГЛОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

П. Ю. КРУПЕНИН, А. К. РЕНДОВ

УО «Белорусская государственная сельскохозяйственная академия»,
г. Горки, Республика Беларусь, 213407, e-mail: pavel@krupenin.com

(Поступила в редакцию 29.05.2020)

Существенная часть животноводческих предприятий как Республики Беларусь, так и стран Западной Европы практикуют бесподстилочное содержание крупного рогатого скота, что обусловлено экономией затрат труда на операциях по уборке и удалению навоза. Однако наряду с преимуществами технологии, основанной на использовании полужидкого навоза, в таких животноводческих помещениях практически полностью исключается применение подстилки, что неизбежно ухудшает условия содержания животных и негативно сказывается на их здоровье.

В вышеприведенном контексте особую важность приобретает своевременная и качественная очистка навозных и кормонавозных проходов в коровнике от экскрементов. Однако используемые для выполнения этой операции стандартные дельта- и комбискреперы имеют общий недостаток: перед рабочим органом формируется из экскрементов тело волочения толщиной 10...15 см и длиной до 2 м, в которое вынуждены наступать животные.

Указанный недостаток скреперного оборудования может быть устранен при использовании в коровнике навозных проходов с подпольным каналом, соединенным с поверхностью пола узкой щелью. Несмотря на тот факт, что подобное скреперное оборудование предлагается рядом известных зарубежных компаний, в научно-методической литературе отсутствует методика обоснования его параметров в зависимости от физико-механических свойств полужидкого навоза.

В статье приводятся результаты теоретических исследований по адаптации реологической модели вязкопластической среды Шведова – Бингама к рабочему процессу скреперного оборудования с подпольным каналом. Полученные математические выражения позволяют определять размеры тела волочения навозной массы, рассчитывать его объем и силу сопротивления движению в зависимости от конструктивно-кинематических параметров скреперного оборудования и физико-механических свойств полужидкого навоза.

Разработанная математическая модель процесса механического транспортирования полужидкого навоза в цилиндрическом канале может быть использована студентами, магистрантами, инженерами-конструкторами, а также научными работниками для обоснования рациональных параметров скреперного навозоуборочного оборудования с центральным каналом.

Ключевые слова: полужидкий навоз, скреперное оборудование, реология, модель Шведова – Бингама, неньютоновская жидкость.

A significant part of livestock enterprises in both the Republic of Belarus and the countries of Western Europe practice bedding-free keeping of cattle, which is due to the savings in labor costs on operations for cleaning and removing manure. However, along with the advantages of the technology based on the use of semi-liquid manure, in such livestock buildings the use of bedding is almost completely excluded, which inevitably worsens the conditions for keeping animals and negatively affects their health.

In the above context, timely and high-quality cleaning of manure and feed manure passages in the barn from excrement is of particular importance. However, the standard delta and combiscrapers used for this operation have a common drawback: in front of the working body, a dragging body 10 ... 15 cm thick and up to 2 m long is formed from excrement, into which animals are forced to step.

This disadvantage of scraper equipment can be eliminated by using manure passages in the barn with an underground channel connected to the floor surface by a narrow gap. Despite the fact that such scraper equipment is offered by a number of well-known foreign companies, in the scientific and methodological literature there is no method for substantiating its parameters depending on the physical and mechanical properties of semi-liquid manure.

The article presents results of theoretical studies on the adaptation of rheological model of Shvedov-Bingham viscoplastic medium to the working process of scraper equipment with an underground channel. The obtained mathematical expressions make it possible to determine the dimensions of the body for dragging the manure mass, to calculate its volume and force of resistance to movement, depending on the constructive and kinematic parameters of scraper equipment and the physical and mechanical properties of semi-liquid manure.

The developed mathematical model of the process of mechanical transportation of semi-liquid manure in a cylindrical channel can be used by students, undergraduates, design engineers, as well as scientists to substantiate the rational parameters of scraper manure removal equipment with a central channel.

Key words: semi-liquid manure, scraper equipment, rheology, Shvedov-Bingham model, non-Newtonian fluid.

Введение

При анализе технологии содержания крупного рогатого скота можно выделить такой составной элемент, как метод содержания, который может быть бесподстилочным или подстилочным. При бесподстилочном методе содержания животные содержатся на резиновых матах с получением полужидкого навоза, при подстилочном – на обильной соломенной подстилке.

Подстилочное содержание скота повышает удобрительную ценность навоза за счет питательных веществ, содержащихся в подстилочном материале, и сокращает их потери за время хранения. Результатами многочисленных анализов установлено, что в среднем в тонне подстилочного навоза пе-

ред его внесением в почву содержится в 1,4 раза больше азота и в 1,3 раза больше фосфора, чем в исходных экскрементах [1].

Однако, несмотря на объективные преимущества твердых органических удобрений, значительная часть животноводческих предприятий как Республики Беларусь, так и стран Западной Европы практикуют бесподстильное содержание крупного рогатого скота, что обусловлено существенной экономией затрат труда на уборку и удаление навоза.

Достоинством бесподстильного метода содержания считается однородность и текучесть образующейся навозной массы, что облегчает уборку и удаление навоза из животноводческих помещений, позволяет транспортировать его по трубопроводам и улучшает равномерность внесения органических удобрений в почву.

Вместе с тем бесподстильный метод практически полностью исключают применение подстилки, что неизбежно ухудшает условия содержания животных и негативно влияет на их здоровье. В качестве примера болезни, одним из факторов возникновения которой являются плохие условия содержания, можно привести заболевания конечностей крупного рогатого скота. Статистически до 27 % потерь продукции в молочном скотоводстве из-за нарушения здоровья животных приходится именно на болезни копыт [2], а значит эти заболевания наносят существенный урон экономической эффективности молочно-товарных предприятий.

В вышеприведенном контексте особую важность приобретает своевременная и качественная очистка навозных и кормонавозных проходов в коровнике от экскрементов. Однако стоит отметить, что используемые для выполнения этой операции стандартные дельта- и комбискреперы обладают общим недостатком: перед рабочим органом формируется из экскрементов тело волочения толщиной 10...15 см и длиной до 2 м и находящиеся на пути движения скрепера животные вынуждены проходить через этот слой навоза, что, в свою очередь, никак не способствует поддержанию чистоты их копыт.

Указанный недостаток скреперного оборудования может быть устранен при использовании в коровнике навозных проходов с подпольным каналом, соединенным с поверхностью пола узкой щелью. В проходах такой конструкции навоз, собираемый на протяжении рабочего хода скрепера, направляется в подпольный канал и по нему же транспортируется к поперечному коллектору при помощи дополнительного скребка присоединенного к корпусу скрепера. Поскольку большая часть убираемого скрепером навоза транспортируется именно под полом, т. е. вне зоны досягаемости животных, можно предположить, что применение скреперного оборудования с подпольным каналом улучшает санитарное состояние животноводческого помещения, а следовательно, и условия содержания крупного рогатого скота.

В настоящее время скреперное оборудование с подпольным каналом предлагается компаниями *GEA Farm Technologies* (Германия) и *Jamesway Farm Equipment* (Канада), однако, отчасти ввиду того что такое оборудование является относительно новым, в научно-методической литературе отсутствует методика обоснования его параметров в зависимости от физико-механических свойств убираемого навоза. Данный факт сужает возможности изучения принципов работы перспективного оборудования для уборки навоза студентами и магистрантами инженерных специальностей, а также усложняет работу инженеров-конструкторов при проектировании подобных технических систем.

Основная часть

Полужидкий навоз по своим физико-механическим свойствам занимает своеобразное промежуточное положение между жидкими и твердыми телами, т. е. является примером вязкопластических материалов, которые в зависимости от интенсивности механического воздействия на них могут проявлять свойства или твердого тела, или вязкой жидкости.

Для процесса движения полужидкого навоза с достаточной степенью приближения может быть применена реологическая модель Шведова – Бингама [3], часто используемая для описания разнообразных течений большого числа реальных вязкопластических сред [4].

Запишем реологическое уравнение вязкопластической среды Шведова – Бингама в общем виде [5]:

$$\tau = \tau_0 + \eta \frac{du}{dy}, \quad (1)$$

где τ – касательное напряжение сдвига, Па; τ_0 – предельное напряжение сдвига, по достижении которого начинается движение вязкопластической среды, Па; η – коэффициент динамической вязкости,

Па · с; $\frac{du}{dy}$ – проекция градиента скорости на направление, перпендикулярное направлению движения, с.

Согласно реологической модели Шведова – Бингама, при $\tau < \tau_0$ вязкопластическая среда ведет себя как обыкновенная вязкая ньютоновская жидкость, а при $\tau > \tau_0$ – как квазитвердое тело [6].

С целью адаптации реологической модели (1) для математического описания механического транспортирования полужидкого навоза в канале круглого поперечного сечения рассмотрим схему данного процесса (рис. 1).

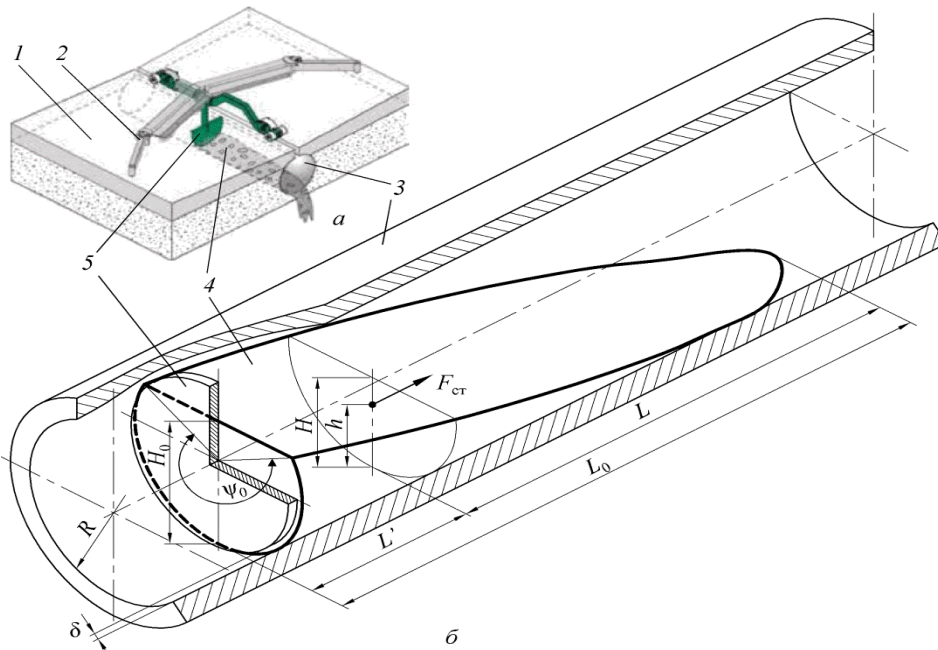


Рис. 1. Общий вид оборудования и физика процесса транспортирования навоза в цилиндрическом канале:
а – общий вид скрепера с подпольным каналом; б – схема процесса;
1 – пол навозного прохода; 2 – скрепер; 3 – канал; 4 – тело волочения; 5 – скребок

Как видно из рис. 1, транспортирование навоза осуществляется скребком 5, установленным внутри горизонтального цилиндрического канала 3 с кольцевым зазором δ от его внутренней поверхности. Наличие зазора приводит к тому, что образующееся при движении скребка тело волочения 4 скользит внутри канала на своеобразной «подушке» – слое навозной массы толщиной δ . Градиент скорости в этом тонком слое навоза (при принятии допущения о линейной зависимости du/dy) составит v/δ , где v – скорость движения скребка, м/с.

Преобразуем реологическую модель вязкопластической среды Шведова – Бингама (1) в уравнение баланса сил, действующих на равномерно движущееся тело волочения навозной массы:

$$F_{ct}(H) = \left(\tau_0 + \eta \frac{v}{\delta} \right) S_{cm}(H), \quad (2)$$

где $F_{ct}(H)$ – функция силы гидростатического давления на поперечное сечение тела волочения, Н;

v – скорость движения скребка, м/с;

δ – радиальный зазор между скребком и поверхностью канала, м;

$S_{cm}(H)$ – функция площади смоченной поверхности канала, м².

Зависимость силы гидростатического давления F_{ct} от высоты H поперечного сечения тела волочения также может быть выражена в виде:

$$F_{ct}(H) = \rho g h(H) S_{mn}(H), \quad (3)$$

где ρ – плотность навоза, кг/м³; g – ускорение свободного падения, м/с²; $h(H)$ – функция координаты высоты центра тяжести поперечного сечения тела волочения, м; $S_{mn}(H)$ – функция площади поперечного сечения тела волочения, м².

Функции высоты $h(H)$ и площади $S_{mn}(H)$ тела волочения определим посредством преобразования известных зависимостей площади и центра тяжести кругового сегмента [7] к следующему виду:

$$h(H) = R - \frac{2H(2R-H)\sqrt{H(2R-H)}}{3S_{\text{ин}}(H)}; \quad (4)$$

$$S_{\text{ин}}(H) = \frac{R^2}{2} [\psi(H) - \sin \psi(H)]; \quad (5)$$

$$\psi(H) = 2 \arccos \left(1 - \frac{H}{R} \right), \quad (6)$$

где R – радиус канала, м; H – высота поперечного сечения тела волочения, м; $\psi(H)$ – функция угла между радиус-векторами к поверхности тела волочения, рад.

Выполнив подстановку параметров из формул (3–6) в уравнение (2), получим зависимость для определения площади смоченной поверхности канала $S_{\text{см}}$:

$$S_{\text{см}}(H) = \frac{\rho g h(H) S_{\text{ин}}(H)}{\tau_0 + \eta \frac{v}{\delta}}. \quad (7)$$

Выражение (7) позволяет определять площадь смоченной поверхности $S_{\text{см}}$ в зависимости от геометрических параметров канала, высоты тела волочения и реологических свойств навоза.

Для определения длины и объема тела волочения рассмотрим его элементарный фрагмент бесконечно малой длины dL . Приращение его площади смоченной поверхности составит:

$$dS_{\text{см}}(H) = dP_{\text{см}}(H) dL(H), \quad (8)$$

где $dP_{\text{см}}(H)$ – приращение функции длины смоченного периметра канала, м; $dL(H)$ – приращение функции длины тела волочения, м.

Функция длина смоченного периметра представляет собой $P_{\text{см}}(H) = R\psi(H)$, а ее производная, вычисленная с учетом формулы (6), соответственно равна:

$$dP_{\text{см}}(H) = \frac{10R}{\sqrt{2+H-H^2/4}}. \quad (9)$$

Выполнив подстановку выражения (9) в формулу (8) и решим ее относительно $dL(H)$:

$$dL(H) = \frac{\sqrt{2+H-H^2/4}}{10R} dS_{\text{см}}(H). \quad (10)$$

Для определения функции длины $L(H)$ тела волочения выполним интегрирование выражения (10):

$$L(H) = \frac{1}{10R} \int_0^H \sqrt{2+H-\frac{H^2}{4}} dS_{\text{см}}(H) dH. \quad (11)$$

Объем dV элементарного фрагмента тела волочения может быть определен произведением площади поперечного сечения $S_{\text{ин}}$ на приращение длины $dL(H)$:

$$dV(H) = S_{\text{ин}}(H) dL(H) = \frac{R\sqrt{2+H-H^2/4} [\psi(H) - \sin \psi(H)]}{20} dS_{\text{см}}(H). \quad (12)$$

Функцию объема $V(H)$ тела волочения получим интегрированием выражения (12):

$$V(H) = \frac{R}{20} \int_0^H \sqrt{2+H-\frac{H^2}{4}} [\psi(H) - \sin \psi(H)] dS_{\text{см}}(H) dH. \quad (13)$$

Зависимости (11) и (13) позволяют рассчитывать объем и размеры тела волочения навозной массы с учетом конструктивно-кинематических параметров транспортной системы и реологических свойств полужидкого навоза.

Значения предельного напряжения сдвига τ_0 и коэффициента динамической вязкости η в наибольшей степени зависят от влажности навоза. Например, для навоза КРС при температуре 10 °С и влажности $W = 86\%$ предельное напряжение сдвига $\tau_0 = 76,6$ Па, коэффициент динамической вязкости $\eta = 0,467$ Па · с. При увеличении влажности навоза до 88 % и 90 % значения предельного напряжения сдвига и коэффициента динамической вязкости снижаются до $\tau_0 = 38,1$ Па, $\eta = 0,228$ Па · с и $\tau_0 = 24,3$ Па, $\eta = 0,134$ Па · с, соответственно [3].

Приняв, согласно справочным данным [3], значения физико-механических свойств навоза (напряжение сдвига τ_0 , вязкость η , плотность ρ), длину L_0 и высоту H_0 тела волочения объемом V_0 , образующегося в канале радиусом R , можно определить из системы уравнений:

$$\begin{cases} L_0 = \frac{1}{10R} \int_0^{H_0} \sqrt{2+H-\frac{H^2}{4}} dS_{\text{см}}(H)dH; \\ V_0 = \frac{R}{20} \int_0^{H_0} \sqrt{2+H-\frac{H^2}{4}} [\psi(H) - \sin \psi(H)] dS_{\text{см}}(H)dH. \end{cases} \quad (14)$$

Система уравнений (14) не имеет аналитического решения, в связи с чем для поиска численного ее решения использовали математическое программное обеспечение Mathcad 15.0. По итогам расчетов получили, что при объеме тела волочения $V_0 = 0,1 \text{ м}^3$, радиусе канала $R = 0,2 \text{ м}$, скорости движения скребка $v = 0,05 \text{ м/с}$, зазоре между скребком и поверхностью канала $\delta = 0,01 \text{ м}$ и плотности навоза $\rho = 1030 \text{ кг/м}^3$ значения высоты H_0 и длины L_0 тела волочения составят для навоза влажностью 86 % – $H_0 = 0,38 \text{ м}$, $L_0 = 1,32 \text{ м}$; влажностью 88 % – $H_0 = 0,27 \text{ м}$, $L_0 = 1,69 \text{ м}$; влажностью 90 % – $H_0 = 0,24 \text{ м}$, $L_0 = 1,98 \text{ м}$.

Для визуальной интерпретации полученных результатов построена графическая зависимость высоты H тела волочения объемом $V_0 = 0,1 \text{ м}^3$ от расстояния $L' = L_0 - L$ (см. рисунок 1, б) при различной влажности навоза (рис. 2).

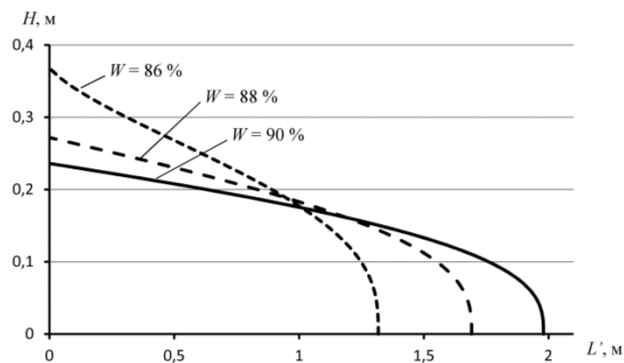


Рис. 2. Зависимость высоты H тела волочения от расстояния L' при различной влажности навоза W

Из графика видно, что влажность навоза оказывает существенное влияние на размеры образующегося тела волочения. Изменение влажности навоза с 86 до 90 % уменьшает начальную высоту H_0 тела волочения в 1,6 раза, но при этом его длина L_0 увеличивается на 50 %.

Зная площадь смоченной поверхности канала и значения реологических свойств навоза можно определить силу F_c сопротивления движению тела волочения:

$$F_c = \left(\tau_0 + \eta \frac{v}{\delta} \right) S_{\text{см}0}, \quad (15)$$

где $S_{\text{см}0}$ – значение функции $S_{\text{см}}(H)$ площади смоченной поверхности при $H = H_0$, м^2 .

Зависимость силы F_c сопротивления движению тела волочения объемом $0,1 \text{ м}^3$ от влажности W перемещаемого навоза показана на рис. 3.

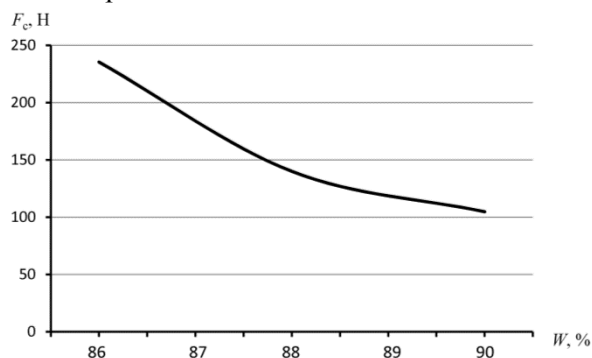


Рис. 3. Зависимость силы сопротивления движению F_c от влажности навоза W

Из рис. 3 видно, что при постоянном объеме тела волочения снижение влажности навоза с 90 до 86 % увеличивает сопротивление его перемещению более чем в 2 раза: с 104,7 до 235,5 Н.

Потребная мощность на перемещение тела волочения составит:

$$N = F_c v. \quad (16)$$

Расчеты показывают, что при вышеприведенных значениях и границах варьирования конструктивных и технологических параметров транспортной системы необходимая мощность на перемещение навозной массы находится в пределах 5,2...11,9 Вт.

Заключение

Полученная математическая модель процесса механического транспортирования полужидкого навоза по цилиндрическому каналу может быть использована студентами, магистрантами, инженерами-конструкторами, а также научными работниками для решения задач, связанных с обоснованием рациональных параметров скреперного навозоуборочного оборудования с центральным каналом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Технология и механизация молочного животноводства / Под общ. ред. Е. Е. Хазанова. – 2-е изд. – Санкт-Петербург: Изд-во «Лань», 2016. – 352 с.
2. Финогенов, А. Больные копыта коров: причины, следствия, профилактика / А. Финогенов // Белорусское сельское хозяйство. – 2014. – № 7. – С. 38–41.
3. Назаров, С. И. Механизация обработки и внесение органических удобрений / С. И. Назаров, В. А. Шаршунов. – Минск: Ураждай, 1993. – 296 с.
4. Рейнер, М. Реология / М. Рейнер. – Москва: Наука, 1965. – 223 с.
5. Вишняков, В. И. К теории нестационарных течений вязкопластических сред / В. И. Вишняков, Л. Д. Покровский // Инженерный журнал: наука и инновации. – Вып. 8. – 2013. – С. 37–41.
6. Уилкинсон, У. Л. Неньютоновские жидкости / У. Л. Уилкинсон. – Москва: Мир, 1964. – 216 с.
7. Жуковский, Н. Е. Теоретическая механика. Статика и графостатика / Н. Е. Жуковский. – М.: Государственное научно-техническое издательство, 1934. – 143 с.