

6. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы / Т. М. Башта [и др.]. – Москва: Машиностроение, 1982. – 423 с.

7. Плотников, М. Г. Математика / М. Г. Плотников, Ю. А. Плотникова. – Вологда: ВГМХА им. Н. В. Верещагина, 2019. – 206 с.

8. Оптимизация состава этанола-топливной эмульсии для использования в дизельных двигателях / С. А. Плотников [и др.] // Известия МГТУ «МАМИ». – 2020. – № 3 (45). – С. 41–47.

*Аннотация.* Все более строгие экологические нормы заставляют производителей искать возможные варианты улучшения данных показателей. Комплекс мероприятий ныне применяемый в двигателестроении лишь частично решает вопрос об улучшении экологических показателей. В данный момент времени вариантом для сохранения и не ухудшения экологической обстановки на нашей планете видится применение новых топлив, более экологичных и менее токсичных. Этаноло-топливная эмульсия один из возможных вариантов.

Представленная нашим коллективом схема насоса-дозатора в настоящее время существенно отличается от всех ранее известных решений. Преимуществом данной системы является возможность одно-временного регулирования и количества, и состава смесового топлива, подаваемого в цилиндры дизеля.

*Ключевые слова:* этанол, альтернативное топливо, насос-дозатор, дизельное топливо, регулирование состава, заслонка.

УДК 621.431.73

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ СКРУГЛЕНИЯ ИНДИКАТОРНЫХ ДИАГРАММ ЧЕТЫРЕХТАКТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ**

А. А. РУДАШКО, канд. техн. наук, доцент

УО «Белорусская государственная сельскохозяйственная академия»,  
Горки, Республика Беларусь

**Введение.** При построении индикаторных диаграмм четырехтактных двигателей внутреннего сгорания рассчитывается положение характерных точек и производится расчет политроп сжатия и расширения [1]. Скругление диаграмм производится не аналитически, а графически, что значительно снижает возможность компьютерного построения диаграмм с хорошей детализацией, обусловленной достаточно

малым шагом изменения расчетных параметров (давления, объема, угла поворота коленчатого вала).

Одним из способов компьютерной визуализации индикаторных диаграмм является получение математических зависимостей, позволяющих с достаточной степенью точности рассчитывать параметры диаграмм при любом положении коленчатого вала двигателя.

**Основная часть.** Графическое изображение действительных циклов двигателей внутреннего сгорания предполагает корректировку (скругление) переходов между процессами впуска, сжатия, сгорания, расширения и выпуска [2]. Учитывая характер протекания данных процессов, описываемых отличающимися математическими зависимостями, для расчета скруглений между разными процессами следует использовать разные кривые.

*Участок  $c'-c''$ .* Для скругления индикаторной диаграммы на участке  $c'-c''$  (рис. 1) используем кривую Безье третьего порядка, в которую в точке  $c'$  переходит политропа сжатия.

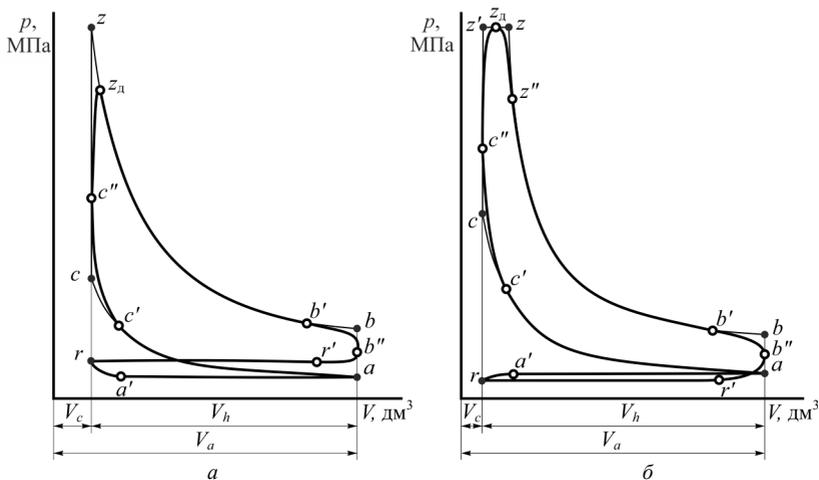


Рис. 1. Свернутая индикаторная диаграмма: *a* – бензинового двигателя; *б* – дизеля с наддувом

Параметрические уравнения кривой Безье третьего порядка можно представить в виде зависимостей горизонтальной  $x$  и вертикальной  $y$  координат от параметра  $t$ , где  $0 \leq t \leq 1$  [3]. Кривая однозначно определяется четырьмя точками, две из которых являются началом и концом

кривой, а две – опорными точками, не лежащими на кривой, но определяющими ее форму:

$$x(t) = x_0(1-t)^3 + 3x_1t(1-t)^2 + 3x_2t^2(1-t) + x_3t^3; \quad (1)$$

$$y(t) = y_0(1-t)^3 + 3y_1t(1-t)^2 + 3y_2t^2(1-t) + y_3t^3, \quad (2)$$

где  $x(t)$  – объем цилиндра  $V_x$  в зависимости от параметра  $t$ ;

$y(t)$  – давление в цилиндре  $p_x$  в зависимости от параметра  $t$ ;

$x_0, y_0$  – координаты начальной точки кривой, в которой  $t = 0$ ;

$x_1, y_1, x_2, y_2$  – координаты двух опорных точек;

$x_3, y_3$  – координаты конечной точки кривой, в которой  $t = 1$ .

Для участка  $c'-c''$  начальной точкой будет точка  $c'$ , конечной –  $c''$ , опорными –  $c_1$  и  $c_2$  (на рис. 1 не показаны).

Подставляя координаты данных точек в уравнение (1), получим зависимость объема цилиндра  $V_x$  от параметра  $t$ :

$$V_x = (V_{c'}(1-t) + 3V_{c_1}t)(1-t)^2 + (3(1-t) + t)V_{c_2}t^2 \quad (3)$$

Задаваясь положением опорной точки  $c_1$ , рассчитаем объем  $V_{c_1}$ :

$$V_{c_1} = V_c + 0,29(V_{c'} - V_c).$$

Уравнение (2) позволит вывести зависимость давления  $p_x$  от  $t$ :

$$p_x = (p_{c'}(1-t) + 3p_{c_1}t)(1-t)^2 + (3p_{c_2}(1-t) + p_{c''}t)t^2 \quad (4)$$

Давление в точке  $c'$  определим по уравнению политропы сжатия:

$$p_{c'} = P_a \left( \frac{V_a}{V_{c'}} \right)^{n_1}.$$

Давление в опорных точках  $c_1$  и  $c_2$  рассчитаем, как

$$p_{c_1} = p_{c'} + 0,55(p_c - p_{c'}), \quad p_{c_2} = p_c + 0,28(p_{c''} - p_c).$$

Таким образом, изменяя параметр  $t$  от 0 до 1, по уравнениям (3) и (4) рассчитывают  $V_x$  и  $p_x$  на всем участке от точки  $c'$  до точки  $c''$ .

*Участок  $c''-z_d$ .* Скругление индикаторной диаграммы на участке  $c''-z_d$  выполняем, используя фрагмент эллипса между двумя вершинами, одной из которых является точка  $c''$ , другой – точка  $z_d$ .

Для расчетов используем каноническое уравнение эллипса [3]:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1, \quad (5)$$

где  $x$  – объем цилиндра  $V_x$ ;

$y$  – давление в цилиндре  $p_x$ .

На участке  $c''-z_d$  коэффициенты  $A$  и  $B$  рассчитывают, как

$$A = V_{z_d} - V_{c'}, \quad B = p_{z_d} - p_{c''}.$$

Поскольку при скруглении диаграммы бензинового двигателя в точке  $z_d$  происходит переход от эллипса к политропе расширения, объем цилиндра в этой точке определим из уравнения политропы расширения. После логарифмирования, подстановки известных величин и обратного преобразования получим:

$$V_{z_d} = e^{\frac{\ln p_z - \ln p_{z_d} + n_2 \ln V_c}{n_2}}. \quad (6)$$

Решая уравнение (5), для участка  $c''-z_d$  получим:

$$p_x = p_{c''} + \frac{B}{A} \sqrt{A^2 - (V_{z_d} - V_x)^2}.$$

Для дизеля давление  $p_x$  определяется аналогично. При расчете коэффициента  $B$  учитывают, что давление  $p_{z_d} = p_z$ .

*Участок  $z_d-z''$ .* Для дизеля скругление индикаторной диаграммы на участке  $z_d-z''$  выполняем, используя правую ветвь параболы с вершиной в точке  $z_d$  и осью, параллельной оси ординат:

$$y = A(x - m)^2 + n,$$

где  $m$  и  $n$  – соответственно горизонтальная и вертикальная координата вершины параболы; для точки  $z_d$   $m = V_{z_d}$ ,  $n = p_z$ .

Учитывая, что при скруглении индикаторной диаграммы дизеля парабола переходит в политропу расширения в точке  $z''$ , для определения коэффициента  $A$  вместо  $x$  и  $y$  подставляем координаты точки  $z''$ , принимая при этом давление  $p_{z''} = 0,9p_z$ :

$$A = \frac{p_{z''} - p_z}{(V_{z''} - V_{z_d})^2}.$$

Объем  $V_{z''}$  определим из уравнения политропы расширения дизеля

$$V_{z''} = e^{\frac{\ln p_z - \ln p_{z''} + n_2 \ln V_c}{n_2}}.$$

Таким образом, давление  $p_x$  на участке  $z_d-z''$  определится как

$$p_x = A(V_x - V_{z_d})^2 + p_z.$$

*Участок  $b'-b''$ .* На участке  $b'-b''$  принимаем, что в точке  $b'$  политропа расширения переходит в верхнюю ветвь параболы с вершиной в точке  $b''$  и осью, параллельной оси абсцисс. Уравнение такой параболы с известными координатами вершины можно представить в виде

$$x = A(y - n)^2 + m, \quad (7)$$

где  $m$  и  $n$  – соответственно горизонтальная и вертикальная координата вершины параболы; для точки  $b''$   $m = V_a$ ,  $n = p_{b''}$ .

Учитывая, что парабола должна пройти через точку  $b'$ , из уравнения (7) после подстановки вместо  $x$  и  $y$  координат точки  $b'$  находим коэффициент  $A$ :

$$A = \frac{V_{b'} - V_a}{(p_{b'} - p_{b''})^2}.$$

Поскольку в точке  $b'$  происходит открытие выпускного клапана, то объем  $V_{b'}$  определится как

$$V_{b'} = V_c + \frac{V_h}{2} \left[ \left( 1 - \cos(540^\circ - \psi) \right) + \frac{1}{\lambda} \left( 1 - \cos(\arcsin(\lambda \sin(540^\circ - \psi))) \right) \right],$$

где  $\psi$  – угол открытия выпускного клапана;

$\lambda$  – отношение радиуса кривошипа к длине шатуна.

Давление в точке  $b'$  рассчитывается по уравнениям политроп расширения соответственно для бензинового двигателя и дизеля:

$$p_{b'} = P_z \left( \frac{V_c}{V_{b'}} \right)^{n_2} \quad \text{и} \quad p_{b'} = P_z \left( \frac{V_z}{V_{b'}} \right)^{n_2}.$$

Используя уравнение (7), находим зависимость давления от объема на участке  $b'-b''$ :

$$p_x = p_{b''} + \sqrt{\frac{V_x - V_a}{A}}.$$

*Участок  $b''-r'$ .* Скругление участка  $b''-r'$  производим с помощью фрагмента эллипса с вершинами в точках  $b''$  и  $r'$ . На этом участке коэффициенты  $A$  и  $B$  уравнения (5) определим по зависимостям

$$A = 0,14V_h, \quad B = p_{b''} - p_r.$$

Учитывая, что  $V_{r'} = V_a - A$ , определим давление на участке  $b''-r'$ :

$$p_x = p_{b''} - \frac{B}{A} \sqrt{A^2 - (V_x - V_{r'})^2},$$

*Участок  $r-a'$ .* При использовании фрагмента эллипса с вершинами в точках  $r$  и  $a'$  для скругления диаграммы на участке  $r-a'$  коэффициенты  $A$  и  $B$  уравнения (5) вычисляются как

$$A = 0,08V_h; \quad B = p_r - p_a.$$

Знак коэффициента  $B$  будет зависеть от наличия наддува у двигателя: для двигателей без наддува  $B > 0$ , с наддувом  $B < 0$ .

После решения уравнения (5) относительно  $y$  с учетом  $V_{a'} = V_c + A$  зависимость давления от объема на участке  $a'-r$  примет вид:

$$p_x = p_r - \frac{B}{A} \sqrt{A^2 - (V_a - V_x)^2},$$

**Заключение.** Предложенные математические модели скругления индикаторных диаграмм позволили разработать алгоритмы расчета функциональной зависимости давления от объема цилиндра при любом положении коленчатого вала для свернутой индикаторной диаграммы и зависимости давления от угла поворота коленчатого вала для развернутой диаграммы с достаточной точностью. По данным алгоритмам была разработана компьютерная программа для расчета и построения индикаторных диаграмм четырехтактных двигателей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шароглазов, Б. А. Двигатели внутреннего сгорания: теория, моделирование и расчет процессов / Б. А. Шароглазов, М. Ф. Фарафонов, В. В. Клементьев. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2004. – 344 с.
2. Карташевич, А. Н. Теория автомобилей и двигателей / А. Н. Карташевич, Г. М. Кухаренок, А. А. Рудашко. – Минск: РИПО, 2018. – 307 с.
3. Алгоритмы – Кривые Безье [Электронный ресурс]. – Режим доступа <https://designermanuals.blogspot.com/2019/12/KryvyeBezier.html> – Дата доступа: 29.08.2021.
4. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – Москва: Наука, 1986. – 544 с.

*Аннотация.* Приведены результаты моделирования скругления индикаторных диаграмм четырехтактных двигателей внутреннего сгорания. Предложены аналитические зависимости, позволяющие использовать компьютерную графику с хорошей детализацией для расчета и построения свернутой и развернутой индикаторных диаграмм.

*Ключевые слова:* двигатель внутреннего сгорания, действительный цикл четырехтактного двигателя, индикаторная диаграмма, кривые Безье.