

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ,
НАУКИ И КАДРОВОЙ ПОЛИТИКИ

Учреждение образования
«БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ
ОРДЕНОВ ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

Ю. С. Малышкина, Е. В. Равков, Д. В. Гатальская

ОСНОВЫ БИОМЕТРИИ. УИРС

*Рекомендовано учебно-методическим объединением
в сфере высшего образования Республики Беларусь
по образованию в области сельского хозяйства
в качестве учебно-методического пособия
для студентов учреждений образования, обеспечивающих
получение высшего образования I ступени по специальности
1-74 02 01 Агрономия*

Горки
Белорусская государственная
сельскохозяйственная академия
2025

УДК 57.087.1(075.8)
ББК 28.0я73
М20

*Рекомендовано методической комиссией
агротехнологического факультета
22.11.2023 (протокол № 3)
и Научно-методическим советом
Белорусской государственной сельскохозяйственной академии
29.11.2023 (протокол № 3)*

Авторы:

кандидат сельскохозяйственных наук, доцент *Ю. С. Малышкина*;
кандидат сельскохозяйственных наук, доцент *Е. В. Равков*;
ассистент *Д. В. Гатальская*

Рецензенты:

директор ГСХУ «Горецкая сортоиспытательная станция»
И. С. Маршалок;
кандидат сельскохозяйственных наук *М. А. Литарная*

Малышкина, Ю. С.

М20 Основы биометрии. УИРС : учебно-методическое пособие /
Ю. С. Малышкина, Е. В. Равков, Д. В. Гатальская. – Горки :
Белорус. гос. с.-х. акад., 2025. – 106 с.
ISBN 978-985-882-629-1.

Изложены современные теоретические положения и алгоритм решения задач прикладной статистики средствами Microsoft Excel. В практических работах приводятся примеры применения стандартных функций и пакета анализа данных MS Excel для решения конкретных задач с подробным описанием алгоритма решения.

Для студентов учреждений образования, обеспечивающих получение высшего образования I ступени по специальности 1-74 02 01 Агрономия.

УДК 57.087.1(075.8)
ББК 28.0я73

ISBN 978-985-882-629-1

© Белорусская государственная
сельскохозяйственная академия, 2025

ВВЕДЕНИЕ

Биометрия (вариационная статистика) – это наука о способах применения математических методов в биологии.

Эффективное развитие аграрного производства сопровождается накоплением большого количества информации. Высокоэффективные технологии сбора и обработки информации (сельскохозяйственных показателей) успешно внедряются в научно-исследовательскую и практическую работу: проводятся классификация, упорядочение и систематизация данных, научный анализ с формулировкой практических предложений для той или иной отрасли агрономии.

При проведении экспериментов и для анализа производственных данных часто возникает необходимость выявить степень изменчивости отдельных признаков, степень и направление связи между ними, определить достоверность влияния различных факторов на хозяйственно полезные признаки.

Поднять уровень объективности агрономических решений можно за счет применения биометрических методов, т. е. математических методов, специально разработанных для биологических исследований. Биометрия растений нацелена на оптимизацию (повышение эффективности, надежности, ускорение и удешевление) процесса подбора оптимальных условий и параметров возделывания сельскохозяйственных растений.

Тема 1. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ И КАЧЕСТВЕННОЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ

Теоретическая часть.

Наука о статистическом анализе массовых явлений в биологии, т. е. таких явлений, в массе которых обнаруживаются закономерности, не выявляемые на единичных случаях наблюдений, называется **биометрией**.

Предметом биометрии является любой биологический объект, если проводимые на нем наблюдения получают количественное выражение.

Условия применения биометода:

– качественная однородность материала – высота растений, число листьев, число деревьев и др.;

– наличие достаточного числа хорошо проведенных, доброкачественных наблюдений. Высоту растений на площади 1 га можно определить по одному растению, по двум, десяти и т. д. Совершенно очевидно, что самую точную высоту растений можно определить, измерив все растения, что практически невозможно. В таких случаях прибегают к изучению части совокупности, величина которой строго определена.

Следовательно, вся группа объектов, подлежащая изучению, называется совокупностью, или генеральной совокупностью, а та часть объектов, которая попала на проверку, – выборочной совокупностью, или выборкой. Число элементов в генеральной совокупности и выборке называют их объемом.

Условно выборки подразделяют на малые ($n < 30$) и большие ($n \geq 30$). Исследователи обычно работают с большими выборками, хотя надежную информацию можно получить подчас и при работе с малыми выборками, когда $2 \leq n < 30$ (при рассмотрении критериев значимости).

Главная цель выборочного метода – как можно точнее охарактеризовать всю совокупность объектов по статистическим показателям малой выборки (средней пробы).

Все биологические признаки изменяются в определенных пределах, в массе однородных особей всегда имеются индивидуальные различия в величине, окраске и других свойствах растений. Это явление называется **варьированием**, или изменчивостью, – свойством, характерным для всего живого.

В зависимости от характера исследуемого признака различают два типа варьирования – изменчивости: качественная, или атрибутивная, которая не поддается непосредственному измерению, и количественная, которая может быть измерена.

Сельскохозяйственные растения обладают большим разнообразием морфологических, физиологических, хозяйственно полезных признаков.

В то же время большое число признаков не играет практической роли и не служит объектом селекционного воздействия. Все хозяйственно полезные признаки растений подразделяются на качественные и количественные.

Например, при измерении высоты растений на одном поле она будет неодинаковой, рядом расположенные растения люпина белого в зависимости от густоты посева будут формировать разное количество бобов на центральной кисти и на боковых. При изучении любого массового явления необходимо иметь большое количество наблюдений, так как чем больше цифрового материала, тем меньше влияние случайного воздействия отдельных факторов.

Качественной изменчивостью называется варьирование, при котором различия между вариантами выражаются качественными показателями, которые не поддаются непосредственному измерению и учитываются по наличию их у членов данной совокупности. Например, среди растений подсчитывают количество экземпляров с разной окраской цветов (белой, красной, желтой, фиолетовой и т. д.), среди плодов – вкус (очень хороший, хороший, посредственный, плохой, очень плохой).

Частным случаем качественных признаков являются альтернативные, когда признак может принимать только два значения: признак имеется и признак отсутствует. Например: больные – здоровые, высокие – низкие, остистые – безостые и т. д.

Количественная изменчивость – различия между вариантами выражаются количественно: массой, высотой, числом зерен, числом колосков, урожаем, т. е. показателями, которые можно непосредственно измерить или сосчитать. Различают два вида количественной изменчивости: прерывистую, или дискретную, и непрерывную.

Прерывистая изменчивость – различия между вариантами выражаются целыми отвлеченными цифрами: число початков на растении, число растений на квадратном метре и т. д., между которыми нет и не может быть переходов.

Непрерывная изменчивость – значения признаков выражаются мерами массы, объема, длины и т. д., между которыми мыслимы любые переходы.

Для того чтобы не допускать в работе ошибок и получать сопоставимые результаты, необходимо соблюдать правила записи и округления приближенных чисел. Числа, занесенные в документы учета измерений, должны соответствовать точности, принятой при измерении варьирующих объектов.

Например, если измерения проводят с точностью до двух знаков, то результаты нельзя записать так: 5,2; 6; 7,69; 9,037 и т. д. Правильно будет записать так: 5,20; 6,00; 7,69; 9,04.

Числа округляют следующим образом: если за последней сохраняемой цифрой следуют цифры 0, 1, 2, 3, 4, они отбрасываются (*округление с недостатком*); если же за последней сохраняемой цифрой следуют цифры 5, 6, 7, 8 и 9, то последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу (*округление с избытком*). Например, числа 8,266; 45,123; 32,788; 5,981 округляются до двух десятичных знаков следующим образом: 8,27; 45,12; 32,79; 5,98.

Пример 1. Рассмотрим вычисление статистических характеристик при количественной изменчивости на следующем примере. Необходимо определить среднюю высоту растений люпина желтого изучаемого сорта, используя программу Microsoft Excel. Для этого на участке размножения сорта, проходя по диагонали, в 50 местах случайно, без выбора, отбирают по одному растению.

Результаты наблюдений заносят в журнал (табл. 1). Эти сведения представляют собой первичный материал, который необходимо обработать. Систематизация данных, их объединение в относительно однородные группы по некоторому признаку называется **группировкой**.

Группировка направлена на выявление связей между явлениями. Нельзя группировать в одну совокупность неоднородные по составу данные.

Расчет основных статистических показателей с использованием надстройки Автосумма в программе Excel.

Работа выполняется в следующей последовательности (рис. 1):

1) набирают данные в таблицу:

$$n = 50;$$

2) находят максимальное значение в выборке:

– выбирают функцию **Автосумма – 00 функции** – Категория: **Статистические** – функция: **МАКС** (выбирают диапазон) =МАКС(B3:B52).

$$X_{\max} = 80;$$

Таблица 1. Сводка наблюдений желтого люпина

Номер растений	Признак	Номер растений	Признак
	Высота растений, см		Высота растений, см
1	48	26	72
2	50	27	60
3	48	28	70
4	55	29	60
5	55	30	80
6	44	31	65
7	53	32	61
8	45	33	66
9	47	34	70
10	53	35	75
11	50	36	70
12	50	37	55
13	50	38	56
14	45	39	51
15	48	40	57
16	57	41	70
17	45	42	67
18	50	43	70
19	45	44	70
20	48	45	70
21	54	46	60
22	52	47	55
23	53	48	60
24	54	49	50
25	43	50	57

3) находят минимальное значение в выборке:

– выбирают функцию **Автосумма – Другие функции** – Категория: **Статистические** – функция: **МИН** (выбирают диапазон) =МИН(B3:B52).

$$X_{\min} = 43;$$

4) вычисляют размах варьирования:

$$R = X_{\max} - X_{\min} = 80 - 43 = 37 \text{ см};$$

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

Высота растений, см		Обозначение	Статистические показатели	Высота
1	48	X ср	Среднее	56,78
2	50	Xmin	Минимум	43
3	48	Xmax	Максимум	80
4	55	R	Размах вариации	37
5	55		Среднее линейное отклонение	7,78
6	44			
7	53			
8	45			
9	47			
10	53			
11	50			
12	50			
13	50			
14	45			
15	48			
16	57			
17	45			
18	50			
19	45			
20	48			
21	48			
22	48			

Рис. 1. Исходные данные для построения вариационного ряда

Показатель, характеризующий варьирование признака – **размах вариации**, который определяется по разности максимальной и минимальной вариант данной совокупности.

Размах вариации – конкретный и простой показатель вариации, но он способен сильно меняться при повторных выборках из одной и той же генеральной совокупности;

5) устанавливают число групп или классов:

$$k \approx \sqrt{n} = 7;$$

6) устанавливают межклассовый интервал:

$$i = \frac{R}{k} = 37 : 7 = 5 \text{ см};$$

7) составляют вариационный ряд.

Вариационным рядом, или рядом распределения, называют двойной ряд чисел, показывающий, каким образом числовые значения признака связаны с их повторяемостью в данной статистической совокупности: числа признаков X и частоты f .

Выбирают функцию **Автосумма – Другие функции – Категория: Статистические** – функция: **частота** – выделяют массив данных – выделяют массив интервалов. Формулу необходимо вводить с использованием прежней версии массива, выбрав диапазон вывода, введя формулу в левой верхней ячейке диапазона и нажав клавиши **CTRL+SHIFT+ВВОД** для подтверждения. Excel автоматически ставляет фигурные скобки в начале и конце формулы (рис. 2).

Числа, показывающие, сколько раз отдельные варианты встречаются в данной совокупности, **называются частотами** и обозначаются строчной буквой латинского алфавита *f*. Общая сумма частот вариационного ряда равна объему данной совокупности.

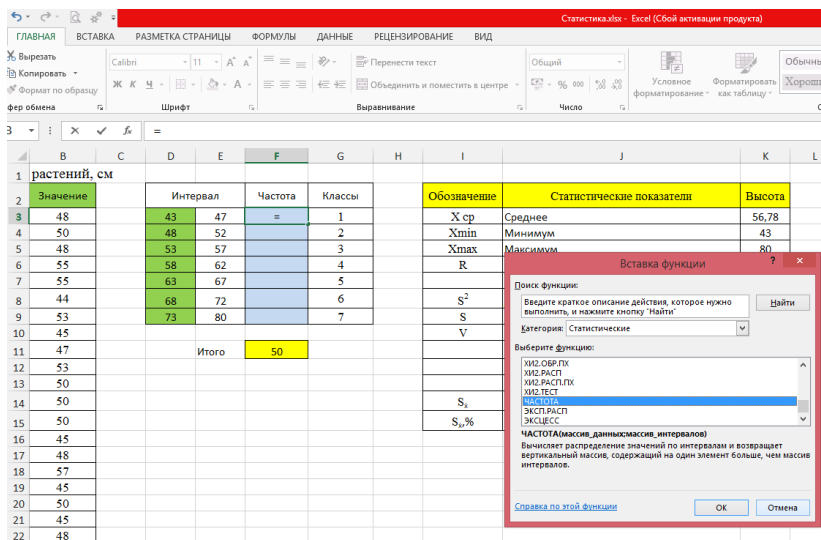


Рис. 2. Пример распределения частот

При дискретном варьировании характер распределения лучше всего представлять в виде графика вариационной кривой (рис. 3).

Вычисление статистических характеристик вариационных рядов проводят по соответствующим формулам.

К статистическим характеристикам количественной изменчивости относятся: *средняя арифметическая $\bar{x}$, дисперсия S^2 , среднее квадра-*

тическое отклонение S , коэффициент вариации V , ошибка средней арифметической $S_{\bar{x}}$ и относительная ошибка $S_{x\%}$.

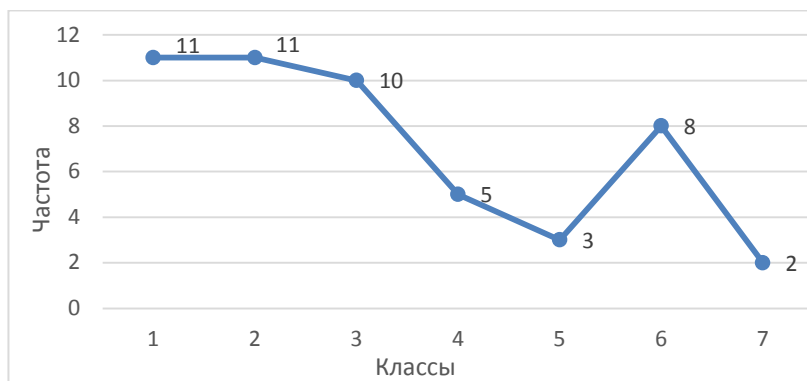


Рис. 3. Пример построения графика при дискретном варьировании

Расчет основных статистических характеристик проводится следующим образом:

– средняя арифметическая:

$$\bar{x} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n} = \frac{\sum X}{n};$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fX}{n}.$$

Средняя арифметическая – этот показатель является центром распределения, вокруг которого группируются все варианты статистической совокупности. Средняя арифметическая может быть *простой средней* и *взвешенной средней*.

Если средняя величина рассчитывается для признака без учета влияния на него каких-либо других признаков, то такая средняя величина называется *средней невзвешенной*, или *простой средней*. Средняя арифметическая простая (невзвешенная) равна сумме отдельных значений признака, деленной на число этих значений.

Простая средняя арифметическая применяется в случаях, когда имеются отдельные значения признака, т. е. данные не сгруппированы.

Если данные представлены в виде рядов распределения или группировок, то средняя исчисляется иначе.

Если имеются сведения о влиянии на осредняемый признак некоторого признака или нескольких признаков, которые необходимо учесть при расчете для корректного расчета средней величины, то рассчитывается *средняя взвешенная*.

Средняя арифметическая взвешенная – это средняя из вариантов, которые повторяются разное число раз или имеют различный вес;

– дисперсия:

$$S^2 = \frac{\sum f (X - \bar{x})^2}{n - 1}.$$

Ценность *дисперсии* (от лат. *dispersion* – рассеяние) заключается в том, что, являясь мерой варьирования числовых значений признака вокруг их средней арифметической, она измеряет и внутреннюю изменчивость значений признака, зависящую от разностей между наблюдениями. Преимущество дисперсии перед другими показателями вариации состоит также и в том, что она разлагается на составные компоненты, позволяя тем самым оценивать влияние различных факторов на величину учитываемого признака;

– среднее квадратическое отклонение:

$$S = \sqrt{S^2}.$$

Наряду с дисперсией, важнейшей характеристикой варьирования является среднее квадратическое отклонение. Эта величина в ряде случаев оказывается более удобной характеристикой варьирования, чем дисперсия, так как выражается в тех же единицах, что и средняя арифметическая величина;

– ошибка выборочной средней:

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}}.$$

Ошибка выборочной средней является мерой отклонения выборочной средней от средней генеральной совокупности. Она прямо пропорциональна выборочному стандартному отклонению S и обратно пропорциональна корню квадратному из числа измерений n ;

– относительная ошибка выборочной средней, %:

$$S_{\bar{x}}\% = \frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}} \cdot 100\%;$$

– коэффициент вариации:

стандартное отклонение, выраженное в процентах к средней арифметической данной совокупности, называется **коэффициентом вариации (V)**.

Изменчивость принято считать слабой, если коэффициент вариации не превышает 10 %, средней, если коэффициент выше 10 %, но меньше 20 %, и сильной, если коэффициент вариации больше 20 %.

$$V = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100\%;$$

– доверительный интервал для генеральной средней (μ):

$$\mu = \bar{x} \pm t \cdot S_{\bar{x}};$$

– доверительный интервал для всей совокупности:

$$\bar{x} \pm t \cdot S.$$

Расчеты.

Установка надстройки перед первым использованием осуществляется в следующей последовательности: → **Другие функции** → Категория: **Статистические** → функция: **СРЗНАЧ** (выбирают диапазон) =СРЗНАЧ(В3:В52).

$$\bar{x} = 57 \text{ (см)};$$

– дисперсия:

используют следующую последовательность: → **Другие функции** → Категория: **Статистические** → функция: **ДИСП.В** (выбирают диапазон) =ДИСП.В(В3:В52).

$$S^2 = \approx 88,95;$$

– среднее квадратическое отклонение:

используют следующую последовательность: → **Другие функции** → Категория: **Статистические** → функция: **=СТАНДОТКЛОН.В** (выбирают диапазон) =СТАНДОТКЛОН.В(В3:В52).

$$S = 9,43;$$

– ошибка выборочной средней:
используют следующую формулу для расчета: $\rightarrow$
= $K9/KОРЕНЬ(K13)$.

$$S_{\bar{x}} = \frac{9,43}{\sqrt{50}} = 1,3;$$

– относительная ошибка выборочной средней, %:
используют следующую формулу для расчета: $\rightarrow$ = $K14/K3*100$.

$$S_{\bar{x}}\% = \frac{1,3}{57} \cdot 100\% = 2,35;$$

– коэффициент вариации:
используют следующую формулу для расчета: $\rightarrow$ = $K9/K3*100$.

$$V = \frac{9,43}{57} \cdot 100 = 16,6\%;$$

– доверительный интервал для генеральной средней (μ):

$$\mu = 57 \pm 2,01 \cdot 1,3;$$

– доверительный интервал для всей совокупности:

$$57 \pm 2,01 \cdot 9,43.$$

Вывод. Исследование признака высота растений люпина желтого показало, что коэффициент вариации $V = 16,6\%$ – изменчивость свидетельствует о средней вариации данного показателя;

$\mu = 57 \pm 2,01 \cdot 1,3$ – доверительный интервал для генеральной средней;

$57 \pm 2,01 \cdot 9,43$ – доверительный интервал для всей совокупности.

Задание. В соответствии с выданным заданием сгруппировать данные вариационного ряда, определить его статистические показатели, построить кривую распределения и сделать выводы по выполненному анализу в программе Excel. Исходные данные приведены в табл. 2–4.

Таблица 2. Высота растений люпина желтого (см)

Номера растений	Варианты												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	72	79	77	70	60	50	60	75	64	77	55	45	56
2	67	70	75	63	69	65	67	75	80	74	60	55	55
3	74	91	79	65	65	60	75	50	80	70	50	54	46
4	60	72	85	69	55	70	53	80	69	70	59	55	55
5	60	63	70	70	71	60	70	67	70	54	67	52	55
6	75	76	80	73	68	55	63	76	77	60	55	59	53
7	71	75	95	80	60	55	69	73	66	62	66	52	57
8	70	75	75	75	57	55	50	71	75	63	45	55	45
9	72	71	75	68	59	60	72	71	78	50	50	50	65
10	74	86	77	79	75	65	70	82	74	50	45	56	60
11	72	90	60	70	67	60	57	70	70	54	59	57	55
12	59	75	95	72	75	55	60	80	65	55	45	51	58
13	70	75	79	70	68	60	70	72	62	46	60	55	65
14	72	97	65	71	73	79	80	70	68	50	54	58	55
15	50	105	75	70	66	70	72	65	60	45	45	51	60
16	69	95	66	69	65	72	71	54	64	56	55	47	50
17	70	80	70	74	65	70	53	65	67	53	54	55	58
18	65	102	80	74	60	71	80	55	60	84	55	59	50
19	65	110	60	76	70	70	67	70	62	77	52	55	55
20	65	80	60	80	60	69	71	69	60	76	59	54	54
21	82	100	70	75	55	74	76	70	70	83	52	50	66
22	80	78	69	73	55	74	64	61	75	83	55	60	56
23	84	79	67	61	55	76	66	65	65	73	50	55	65
24	80	75	60	76	60	80	70	65	70	77	56	60	65
25	70	90	68	62	65	75	75	70	70	74	57	54	73

26	56	73	67	55	60	75	55	65	64	65	78	65	58
27	68	68	67	62	55	70	67	62	60	71	65	59	57
28	60	70	72	68	65	68	67	53	67	64	61	60	55
29	65	75	65	80	49	60	55	66	55	60	75	40	45
30	52	69	63	60	60	65	70	51	56	58	59	60	55
31	54	65	59	60	50	65	68	57	60	60	65	60	52
32	70	70	65	75	56	73	62	60	63	52	73	60	60
33	55	71	65	65	41	65	59	54	52	50	61	45	53
34	60	65	66	60	62	65	64	69	65	55	63	50	53
35	55	76	60	60	53	70	55	63	55	53	55	53	60
36	55	67	67	65	67	65	65	55	64	49	66	65	47
37	50	80	59	55	45	70	50	49	61	45	55	55	43
38	55	70	60	69	56	69	65	60	64	56	66	64	55
39	60	80	58	55	52	79	55	69	70	52	65	50	50
40	53	73	64	70	47	75	70	61	74	60	62	50	60
41	56	75	65	60	40	72	58	55	68	60	60	68	40
42	60	76	52	62	56	62	60	66	66	56	62	50	67
43	54	80	56	71	45	65	52	58	55	59	59	50	59
44	70	70	52	45	49	66	65	50	70	53	55	55	68
45	57	80	61	66	56	57	64	57	61	53	45	50	60
46	73	75	73	43	56	55	59	60	73	54	57	60	75
47	56	73	50	57	50	55	51	57	70	56	50	45	55
48	63	67	55	60	55	75	62	54	71	63	61	55	65
49	50	75	63	59	65	56	47	69	72	45	51	54	40
50	63	80	62	63	53	82	60	59	64	56	61	55	55

Таблица 3. Количество семян на растении у люпина желтого (шт.)

Номера растений	Варианты												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	63	77	45	95	33	32	50	72	32	79	56	61	115
2	65	55	32	27	83	26	43	30	46	55	17	77	83
3	38	50	42	42	38	18	75	48	65	56	37	102	57
4	45	58	63	48	32	46	45	55	34	54	65	57	46
5	66	68	9	24	45	47	50	52	26	36	60	50	60
6	54	40	21	46	32	39	60	57	17	36	54	75	100
7	58	45	49	28	26	45	25	46	55	46	58	78	38
8	19	13	63	15	18	24	59	56	32	46	55	60	68
9	30	64	58	40	46	59	41	55	36	28	43	25	20
10	57	13	36	52	47	50	37	95	38	84	73	71	33
11	45	32	17	69	39	4	12	115	47	50	31	47	58
12	105	45	50	47	45	60	24	68	72	42	23	77	49
13	49	62	40	70	24	37	43	74	51	45	43	50	90
14	45	39	73	17	59	73	44	83	52	115	27	45	106
15	45	68	50	14	50	50	84	67	75	83	60	14	35
16	16	23	41	36	44	41	76	64	44	57	69	43	43
17	75	44	28	49	60	28	78	84	60	46	80	52	56
18	76	40	46	33	37	46	4	88	48	60	61	99	17
19	32	33	107	83	52	107	39	42	25	100	77	83	37
20	37	71	54	38	70	54	35	46	68	38	102	94	65
21	27	36	58	32	85	58	97	73	18	68	57	39	60
22	81	42	32	45	93	32	11	70	83	20	50	74	54
23	53	26	62	32	14	62	26	84	58	33	75	92	58
24	50	30	19	26	28	19	46	98	47	58,9	78	74	55
25	59	55	69	18	45	69	49	79	58	49	60	36	43

26	36	83	47	59	44	58	51	68	48	48	51	33	42
27	45	73	34	51	35	23	52	82	32	45	46	27	55
28	37	70	81	20	40	34	42	46	46	55	74	33	50
29	34	31	21	27	26	29	56	25	24	41	12	21	34
30	50	46	38	38	28	43	28	42	23	40	23	38	32
31	25	45	41	33	26	36	20	48	40	49	34	25	34
32	18	38	52	85	35	62	54	50	33	62	42	34	24
33	34	59	29	44	28	54	41	20	35	39	25	13	64
34	24	59	57	54	42	62	33	100	40	41	53	27	33
35	70	40	26	42	26	45	41	44	33	32	20	35	48
36	76	44	42	67	42	15	35	30	37	52	54	36	39
37	14	36	20	13	49	27	52	28	28	27	24	37	45
38	25	57	105	36	52	45	60	46	31	66	31	10	67
39	43	59	49	67	57	38	40	25	27	30	16	40	70
40	27	63	54	45	67	36	45	30	32	30	44	21	50
41	26	54	36	31	51	52	42	47	29	28	39	17	40
42	27	47	40	40	30	41	28	18	45	38	26	27	62
43	38	44	20	37	30	47	33	29	56	50	42	36	70
44	44	48	36	29	51	59	27	35	42	75	56	21	48
45	32	22	50	23	68	27	17	61	20	16	53	30	72
46	39	43	61	67	42	64	30	47	18	13	42	17	54
47	25	24	26	30	69	55	25	16	30	27	37	29	64
48	34	20	72	29	33	51	17	53	33	41	30	20	72
49	43	24	21	27	44	27	18	24	18	24	37	24	62
50	36	47	47	59	44	58	51	68	48	48	51	33	42

Таблица 4. Масса зерна с растения люпина желтого (г)

Номера растений	Варианты												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	4,6	6,4	12,3	6,4	12,1	6,5	7,3	5,6	3,6	5,2	11,4	8,9	4,8
2	3,7	7,3	5,9	7,9	7,2	12,8	8,6	6,4	8,4	7,3	6,4	6,7	6,2
3	4,5	8,6	5,8	4,6	6,6	5,9	11,5	6,2	7,6	5,3	8,5	7,1	6,3
4	4,2	5,5	5,9	4,9	3,0	4,0	10,3	3,6	19,2	6,3	8,8	8,9	8,6
5	4,3	4,4	7,5	3,8	3,9	8,9	5,2	5,5	6,7	4,7	6,4	6,5	7,5
6	4,3	13,3	6,0	2,2	7,0	5,8	4,2	5,3	17,1	6,5	6,0	9,8	14,7
7	4,5	12,2	9,5	7,3	5,7	5,8	5,9	9,1	6,7	12,7	3,4	8,0	5,2
8	3,0	2,8	6,9	7,0	3,9	3,2	12,9	2,7	11,2	9,1	5,8	4,7	8,8
9	4,9	6,2	6,4	5,6	4,3	12,7	8,1	4,3	9,4	12,5	9,9	9,8	9,5
10	3,8	2,8	5,4	3,5	6,9	9,7	5,8	15,6	7,0	4,4	5,7	9,9	5,3
11	1,0	2,6	2,2	2,3	5,4	4,2	3,7	7,6	9,8	13,9	5,6	9,0	8,4
12	4,0	5,9	4,8	9,6	4,8	9,7	4,8	8,5	5,4	8,1	5,2	6,0	7,0
13	3,9	4,9	5,0	4,4	3,0	6,6	10,1	8,5	5,1	6,7	2,9	4,7	10,7
14	4,1	5,5	4,1	3,9	4,9	15,9	4,2	7,6	9,1	5,0	3,0	4,3	5,5
15	4,5	8,5	8,3	5,8	6,4	6,7	8,7	4,9	3,0	9,5	4,5	5,5	8,2
16	3,4	3,4	3,9	6,1	6,0	7,5	14,4	4,6	10,9	6,8	8,6	8,3	10,7
17	4,0	2,4	4,1	6,7	2,6	6,4	5,1	6,7	12,0	19,3	5,4	10,6	9,9
18	5,1	3,9	3,8	2,4	8,4	2,6	5,4	18,4	4,5	8,6	5,0	6,7	4,4
19	4,5	3,5	7,1	2,4	9,5	6,0	7,2	4,5	4,1	9,1	4,5	9,7	5,2
20	4,5	5,7	6,0	4,3	2,5	3,2	2,2	9,3	9,0	10,3	6,7	10,3	9,3
21	4,5	5,0	3,1	5,2	5,5	6,6	4,8	14,9	3,0	8,6	7,4	11,7	13,2
22	4,0	5,4	9,5	6,3	8,1	9,4	2,7	6,0	6,9	6,1	4,3	7,1	9,9
23	4,8	4,1	12,1	3,1	9,7	9,9	2,8	5,3	15,4	12,8	5,4	8,9	18,5
24	3,8	2,8	8,6	5,7	6,2	7,7	10,5	10,6	7,8	4,4	7,6	9,5	7,0
25	3,8	6,7	4,0	6,9	7,4	9,2	3,4	7,8	8,6	6,2	5,8	5,4	16,7

Как было отмечено ранее, под качественной изменчивостью понимается такая изменчивость, при которой различия между вариантами определены показателями качества, не имеющими числового выражения (в нашем примере больные – здоровые растения).

Основными статистическими показателями (параметрами) *качественной изменчивости* являются: доля наличия признака (p), доля отсутствия признака (q), показатель изменчивости качественного признака (S), ошибка выборочной доли (S_p), коэффициент вариации (V , %).

Общий объем выборки обозначают буквой N , а число объектов с данным признаком – n .

Доля наличия признака – это отношение числа объектов с данным признаком к общему числу объектов, т. е. к объему выборки:

$$p = \frac{n}{N}.$$

Она может быть выражена в частях единицы или в процентах, т. е. доля признака показывает вероятность появления данного признака в данной совокупности.

При альтернативной изменчивости доля одного признака обозначается через p , а второго – через q . На основании существующего равенства $p + q = 1,0$ (или 100 %), так как вероятность двух противоположных событий всегда равна единице (100 %), значение $q = 1 - p$.

Показатель изменчивости качественного признака для альтернативной изменчивости, как в нашем случае, когда изучаемый объект имеет две градации (пораженные и не пораженные альтернариозом растения картофеля), рассчитывают по формуле

$$S = \sqrt{p \cdot q}.$$

В зависимости от соотношения p и q значение S изменяется от 0 до 0,5. Максимальная изменчивость качественного признака $S_{\text{макс}}$ будет наблюдаться при $p = q = 0,5$ и $S_{\text{макс}} = \sqrt{0,5 \cdot 0,5} = 0,50$.

Пользуясь величинами максимальных значений $S_{\text{макс}}$, можно вычислить **коэффициент вариации** качественных признаков – фактический показатель изменчивости, выраженный в процентах к максимальной возможной изменчивости:

$$V_p = \frac{S}{S_{\text{макс}}} \cdot 100 \, \%.$$

Коэффициент вариации характеризует относительную степень изменчивости изучаемых признаков и широко используется для сравнительной оценки выравненности различных совокупностей. Максимальное значение $V_p = 100\%$ наблюдается при $S = S_{\max}$.

Ошибка выборочной доли – это мера отклонения от доли наличия признака выборочной совокупности p , от доли его по всей генеральной совокупности P вследствие неполной представительности (репрезентативности) выборки. Ошибку доли вычисляют по формуле

$$S_p = \frac{S}{\sqrt{N}},$$

где S – показатель изменчивости;

N – объем выборки.

Для альтернативного варьирования изменчивости, когда значение $S = \sqrt{pq}$, формула ошибки выборочной доли примет вид:

$$S_p = \sqrt{\frac{p \cdot q}{N}}.$$

Интервальную оценку доли дают по формуле $p = \pm 2S_p$ на уровне доверительной вероятности P_{095} и по формуле $p = \pm 3S_p$ на уровне доверительной вероятности P_{099} .

Выбор лучшего варианта на основе:

а) критерия существенности (t):

$$t_{\Phi} = \frac{(p_1 - p_2)}{\sqrt{S_{p1}^2 + S_{p2}^2}} = \frac{d}{S_d};$$

б) доверительного интервала для генеральной доли:

$$p_1 \pm t_{0,5} \cdot S_{p1};$$

$$p_2 \pm t_{0,5} \cdot S_{p2};$$

в) доверительного интервала для генеральной разности долей:

$$d \pm t_{0,5} \cdot S_d.$$

Рассмотрим вычисление статистических характеристик при **качественной** изменчивости на следующем примере.

Пример 2.

На участке с бессменным возделыванием картофеля в выборке $N_1 = 200$ численность растений картофеля, пораженных альтернариозом, составила $n_1 = 40$, а на участке, где картофель возделывался в севообороте, в выборке $N_2 = 190$ было обнаружено $n_1 = 29$ растений картофеля, пораженных альтернариозом.

Распределение частот при качественной изменчивости наиболее удобно показывать диаграммой в виде сектора (рис. 4).

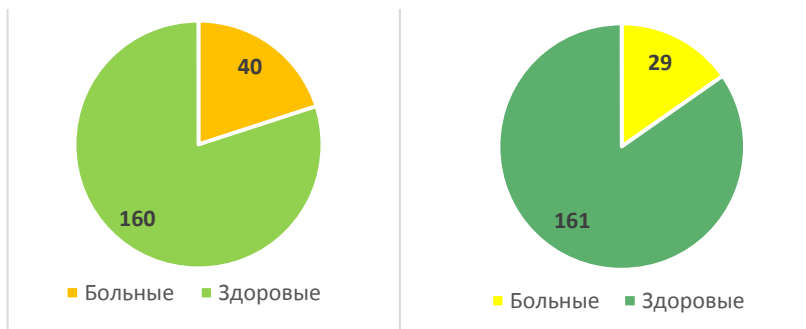


Рис. 4. Пример построения графика при качественной изменчивости (слева пример 1, справа пример 2)

Полученные результаты вносят в табл. 5:

Объем выборки в варианте 1 составляет:

$$N_1 = n_1 + n_2 = 40 + 160 = 200.$$

Вероятность появления изучаемого признака в изучаемой совокупности в варианте 1:

$$p_1 = \frac{n_1}{N_1} = \frac{40}{200} = 0,20, \text{ или } 20 \, \%.$$

Объем выборки в варианте 2 составляет 190 растений, а доля пораженных альтернариозом растений 15 %:

Объем выборки в варианте 2 составляет:

$$N_2 = n_1 + n_2 = 29 + 161 = 190.$$

Вероятность появления изучаемого признака в изучаемой совокупности в варианте 2:

$$p_2 = \frac{n_2}{N_2} = \frac{29}{190} = 0,15, \text{ или } 15 \, \%.$$

Таблица 5. Результаты анализа

Бессменно – вариант 1	Севооборот – вариант 2
$n_1 = 40$	$n_1 = 29$
$n_2 = 160$	$n_2 = 161$
$N_1 = 200$	$N_2 = 190$
$p_1 = 0,20$ (20 %)	$p_2 = 0,15$ (15 %)
$q_1 = 0,80$ (80 %)	$q_2 = 0,85$ (85 %)
$S_1 = 0,40$	$S_2 = 0,36$
$V_{p1} = 80$ %	$V_{p2} = 72$ %
$S_{p1} = 0,028$	$S_{p2} = 0,026$

Значение для *варианта 1*: $q = 1 - 0,20 = 0,80$, или $q = 100 - 20 = 80$ %.

Значение для *варианта 2*: $q = 1 - 0,15 = 0,85$, или $q = 100 - 15 = 85$ %.

Находят показатель изменчивости признака по формуле для *варианта 1*:

$$S = \sqrt{p \cdot q};$$

$$S_1 = \sqrt{0,20 \cdot 0,80} = 0,40, \text{ или } 40 \text{ \%}.$$

Находят показатель изменчивости признака для *варианта 2*:

$$S_2 = \sqrt{0,15 \cdot 0,85} = 0,36, \text{ или } 36 \text{ \%}.$$

Коэффициент вариации находят по формуле

$$V_p = \frac{S}{S_{\text{макс}}} \cdot 100 \text{ \%}.$$

Коэффициент вариации в *варианте 1* составит:

$$V_{p1} = \frac{0,40}{0,5} \cdot 100 \text{ \%} = 80 \text{ \%}.$$

Коэффициент вариации в *варианте 2* составит:

$$V_{p2} = \frac{0,36}{0,5} \cdot 100 \text{ \%} = 72 \text{ \%}.$$

Находят ошибку выборочной доли по формуле

$$S_p = \sqrt{\frac{p \cdot q}{N}}.$$

В нашем случае для *варианта 1* она составляет:

$$S_{p1} = \sqrt{\frac{0,20 \cdot 0,80}{200}} = 0,028.$$

Для *варианта 2*:

$$S_{p2} = \sqrt{\frac{0,15 \cdot 0,85}{190}} = 0,026.$$

Выбор лучшего варианта на основе:

а) критерия существенности (t):

$$t_{\Phi} = \frac{(0,20 - 0,15)}{\sqrt{0,028^2 + 0,026^2}} = \frac{0,05}{0,0015} = \frac{d}{S_d} = 33,3;$$

б) доверительного интервала для генеральной доли:

$$p_1 \pm t_{0,5} \cdot S_{p1};$$

$$0,20 \pm 1,96 \cdot 0,028;$$

$$p_2 \pm t_{0,5} \cdot S_{p2};$$

$$0,15 \pm 1,96 \cdot 0,026;$$

в) доверительного интервала для генеральной разности долей:

$$d \pm t_{0,5} \cdot S_d;$$

$$0,05 \pm 1,96 \cdot 0,0015.$$

Вывод. Исследование признака на участке с бессменным возделыванием картофеля показало, что коэффициент вариации $V = 80 \%$, а в варианте с севооборотом 72% .

Критерий существенности ($t_{\Phi} = 33,3$):

$0,20 \pm 1,96 \cdot 0,028$ – доверительный интервал для генеральной средней (для 1 варианта);

$0,15 \pm 1,96 \cdot 0,026$ – доверительный интервал для генеральной средней (для 2 варианта);

$0,05 \pm 1,96 \cdot 0,0015$ – доверительный интервал для генеральной разности долей.

Задание. Исходные данные для расчета статистических показателей качественной изменчивости приведены в табл. 6–8.

Таблица 6. Распространение антракноза у образцов люпина белого (в каждой выборке по 120 шт.)

Вариант	Задание									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Амига	81	86	17	72	98	62	91	91	53	43
Алый парус	98	83	53	39	29	66	85	70	36	53
Деснянский	86	86	43	50	30	75	96	91	53	40
Пищевой	96	93	38	55	32	63	97	79	45	50

Таблица 7. Пораженность растений картофеля альтернариозом

Вариант	Задание									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Бессменно	40	50	90	80	100	120	78	40	100	130
Севооборот	29	25	75	57	67	96	64	22	70	82
Вариант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Бессменно	56	68	89	88	115	45	56	64	110	120
Севооборот	45	60	90	80	100	27	41	44	89	101

Таблица 8. Остистость ячменя, шт.

Вариант	Задание									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Остистые	214	223	274	278	275	250	250	208	329	224
Безостые	90	76	96	115	112	120	136	224	193	175
Остистые	162	105	120	112	78	99	86	38	97	78
Безостые	64	58	89	68	63	75	71	89	78	39

Тема 2. ОЦЕНКА СООТВЕТСТВИЯ МЕЖДУ НАБЛЮДАЕМЫМИ И ОЖИДАЕМЫМИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯМИ ПО КРИТЕРИЮ χ^2

Теоретическая часть.

Критерий хи-квадрат («критерий соответствия», «критерий Пирсона») используется для проверки гипотез путем сравнения фактического распределения с теоретическим.

Вычисление критерия соответствия также основано на принципах нулевой гипотезы, которая предполагает, что между сравниваемыми частотами сопоставляемых рядов нет достоверных различий. С помощью этого метода можно оценить, являются ли отклонения, наблюдаемые в опыте, случайными. Если отклонения оказываются неслучайными, эксперимент следует повторить, а также применить другие методы генетического исследования.

Метод χ^2 не может быть применен, если значения величин в опыте (количество объектов в классах) выражены в процентах или в относительных числах (долях), а также если в выборке число особей в каком-либо из теоретических классов меньше пяти (оптимальным считается число особей не менее 50).

Особенно широко критерий соответствия используется в генетическом анализе, когда необходимо убедиться в том, является ли обнаруженное отклонение от теоретически ожидаемого расщепления (1:1; 1:2:1; 3:1; 9:3:4; 9:3:3:1; 9:7 и т. д.) отклонением закономерным или оно лежит в пределах возможных случайных колебаний. Этот показатель используется при изучении качественных признаков для оценки соответствия эмпирических данных теоретической предпосылке, нулевой гипотезе (H_0). Гипотеза отвергается, если $\chi_{\text{факт}}^2 > \chi_{\text{теор}}^2$, и не отвергается, если $\chi_{\text{факт}}^2 < \chi_{\text{теор}}^2$ или когда фактические и теоретические ожидаемые частоты совпадают ($\chi^2 = 0$).

Теоретически ожидаемые частоты обозначают через M , а опытные, эмпирически полученные, – через m . Б. А. Доспехов данные частоты обозначает соответственно через F и f , что неудобно, так как через F обозначают в генетике и селекции соответствующее поколение гибрида, а в дисперсионном анализе F – это критерий Фишера. Общей мерой отклонения фактических данных от теоретических, т. е. критерия соответствия χ^2 , будет сумма отношений квадратов разностей между частотами эмпирического и теоретического распределений к частотам теоретического распределения для данной группы:

$$\chi^2 = \frac{(m_1 - M_1)^2}{M_1} + \frac{(m_2 - M_2)^2}{M_2} + \dots + \frac{(m_n - M_n)^2}{M_n} = \sum \frac{(m - M)^2}{M}.$$

Следует помнить, что в формулу для определения χ^2 должны подставляться только частоты. Величина χ^2 зависит от числа степеней свободы. В наиболее типичных случаях число степеней свободы ν определяется по формуле

$$\nu = (c - 1) \cdot (k - 1),$$

где c – число строк;

k – число колонок в анализируемой таблице.

Пример. В результате расщепления во втором поколении гибридов люпина по алкалоидности были получены следующие результаты: алкалоидных семян – 962 шт., безалкалоидных – 780 шт. Необходимо установить, соответствует ли эмпирическое распределение частей (m) теоретически ожидаемому наследованию в соотношении 9:7.

Результаты анализа представлены в табл. 9.

Таблица 9. Последовательность расчета критерия χ^2

Показатели	Расщепление в F_2		Сумма
	Алкалоидные	Безалкалоидные	
Ожидаемое расщепление H_0	9	7	16
Наблюдаемые частоты m	962	780	1742
Ожидаемые частоты M	980	762	1742
Разность $(m - M)$	-18	+18	–
Квадрат разности $(m - M)^2$	324	324	–
Соотношение $\frac{(m - M)^2}{M}$	0,33	0,42	$0,75 = \chi^2$

Ожидаемые частоты определяем умножением теоретически ожидаемой доли растений на общее число наблюдений. Так, доля алкалоидных растений должна быть равна 9/16 и, следовательно,

$$M_1 = 9/16 \cdot 1742 = 980;$$

$$M_2 = 7/16 \cdot 1742 = 762;$$

$$M_1 + M_2 = 980 + 762 = 1742.$$

Подставляя эмпирические и теоретические ожидаемые частоты в формулу для определения χ^2 , получают:

$$\chi^2 = \sum \frac{(m - M)^2}{M} = \frac{(962 - 980)^2}{980} + \frac{(780 - 762)^2}{762} = 0,75.$$

Теоретическое значение критерия χ^2 представлено в прил. 2.

Вывод. При $k - 1 = 1$ теоретическое значение $\chi^2 = 7,81$. Так как $\chi_{\text{факт}}^2 < \chi_{\text{теор}}^2$, то нулевая гипотеза не отвергается.

Значения критерия χ^2 представлены в прил. 2.

Задание 1.

У гороха красная окраска цветка доминирует над белой.

Гомозиготное растение с красными цветками было опылено пыльцой гомозиготного растения с белыми цветками. Растения F_1 переопылили между собой и получили в F_2 1724 растения с красными цветками и 593 с белыми цветками.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 2.

У арбуза округлая форма плода доминирует над удлиненной.

Гомозиготное растение с округлой формой плода скрестили с гомозиготным растением, имеющим удлиненный плод. Получили 100 растений F_1 , от самоопыления которых получили 743 растения с округлой формой плода и 213 растений с удлиненной формой плода.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 3.

У ржи ломкость колоса является доминантным признаком.

Гомозиготное растение с ломким колосом было опылено пыльцой растения с нормальным колосом. От самоопыления растений F_1 было получено 1543 растения с ломким колосом и 482 с нормальным.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 4.

У растений сои фиолетовая окраска цветков доминирует над белой.

Гетерозиготное растение, имеющее фиолетовую окраску цветков, при самоопылении дало 1362 растения с фиолетовой окраской цветка и 409 растений с белой. Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 5.

У люпина растрескиваемость бобов доминирует над нерастрескиваемостью.

От скрещивания гомозиготного растения с растрескивающимися бобами с растением, имеющим нерастрескивающиеся бобы, получили 25 растений, в результате самоопыления которых было получено 1404 растения с растрескивающимися бобами и 420 с нерастрескивающимися бобами.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 6.

У ячменя пленчатость зерновки доминирует над голозерностью.

Скрещивали гомозиготные растения пленчатого сорта с голозерным. От самоопыления растений F_1 получили 652 растения голозерных и 2102 пленчатых в F_2 .

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 7.

У подсолнечника желтая окраска пыльцы доминирует над белой.

Скрещивали гомозиготные растения с желтой пыльцой с растением, имеющим белую пыльцу. От самоопыления растений F_1 получили 601 растение с белой пыльцой и 1960 с желтой в F_2 .

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 8.

У гречихи красная окраска растений доминирует над зеленой.

Гомозиготное красное растение было опылено пыльцой гомозиготного зеленого растения. Растения F_1 переопылили между собой и получили в F_2 1975 красных растений и 603 зеленых.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 9.

У фасоли волокнистость створок является рецессивным признаком по отношению к безволокнистости створок.

Гомозиготное растение с безволокнистыми створками боба скрестили с гомозиготным растением, имеющим волокнистые створки боба. Получили 243 растения F_1 , от самоопыления которых получили в F_2 1715 растений с безволокнистыми створками и 543 растения с волокнистыми створками.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 10.

У клевера красная окраска цветка является доминантной.

Гомозиготное растение с красным цветком было опылено пылью белоцветкового растения. От самоопыления растений F_1 было получено 1746 растений с красными цветками и 544 с белыми.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 11.

У растений дыни оранжевая окраска мякоти доминирует над белой.

Гетерозиготное растение, имеющее оранжевую окраску мякоти, при самоопылении дало 1615 растений с оранжевой окраской мякоти и 591 растение с белой.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 12.

У чечевицы растрескиваемость бобов доминирует над нерастрескиваемостью.

От скрещивания гомозиготного растения с растрескивающимися бобами с растением, имеющим нерастрескивающиеся бобы, получили в F_1 52 растения, в результате самоопыления которых было получено 2200 растений с растрескивающимися бобами и 682 с нерастрескивающимися бобами.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 13.

У томата нормальная высота растений доминирует над карликовостью.

Скрещивали гомозиготные растения нормальной высоты с карликовыми. От самоопыления растений F_1 получили 813 растений нормальной высоты и 236 карликовых в F_2 .

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 14.

У дурмана колючие семенные коробочки доминантный признак по отношению к гладким семенным коробочкам.

Скрещивали гомозиготные растения с колючими семенными коробочками с растением, имеющим гладкие семенные коробочки. От самоопыления растений F_1 получили 954 растения с колючими семенными коробочками и 285 с гладкими в F_2 .

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 15.

У гороха верхушечное расположение цветка доминирует над пазушным.

Гомозиготное растение с верхушечными цветками было опылено пыльцой гомозиготного растения с пазушными цветками. Растения F_1 переопылили между собой и получили в F_2 1412 растений с верхушечными цветками и 430 с пазушными цветками.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 16.

У кукурузы устойчивость к ржавчине доминирует над восприимчивостью.

Гомозиготное устойчивое растение скрестили с восприимчивым растением. Получили 215 растений F_1 , от самоопыления которых было получено 1480 устойчивых растений и 540 восприимчивых растений.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 17.

У кормовых бобов плоская форма семян является доминантной.

Гомозиготное растение с плоскими семенами было опылено пыльцой растения с округло-яйцевидными семенами. От самоопыления растений F_1 было получено 1320 растений с плоскими семенами и 395 с округло-яйцевидными.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 18.

У растений сои темно-коричневая окраска боба доминирует над соломенно-желтой.

Гетерозиготное растение, имеющее темно-коричневую окраску бобов, при самоопылении дало 1110 растений с темно-коричневой окраской боба и 328 растений с соломенно-желтой.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 19.

У табака устойчивость к корневым гнилям доминирует над восприимчивостью.

От скрещивания устойчивого к корневым гнилям гомозиготного растения с восприимчивым растением, в результате самоопыления полученного потомства было получено 1120 устойчивых растений и 338 восприимчивых.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 20.

У примулы красная окраска цветка доминирует над белой.

Скрещивали красноцветковые гомозиготные растения с белоцветковыми. От самоопыления растений F_1 получили 2002 растения с красной окраской цветка и 651 белоцветковое растение в F_2 .

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 21.

У кунжута признак гладкости листа доминирует над морщинистостью листа.

Скрещивали гомозиготные растения с гладкими листьями с растением, имеющим морщинистые листья. От самоопыления растений F_1 получили 2014 растений с гладкими листьями и 642 с морщинистыми листьями в F_2 .

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 22.

У моркови желтая окраска плода доминирует над красной.

Красноплодное растение было опылено пылью гомозиготного желтого растения. Растения F_1 переопылили между собой и получили в F_2 634 красноплодных растения и 1987 желтых.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 23.

У пшеницы белая окраска зерна является рецессивным признаком по отношению к красной окраске.

Гомозиготное красозерное растение скрестили с белозерным растением. Получили 250 растений F_1 , от самоопыления которых получили 1660 растений с красным зерном и 514 растений с белым зерном.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 24.

У тыквы белая окраска плода является доминантной.

Гомозиготное растение с белой окраской плода было опылено пылью желтоплодного растения. От самоопыления растений F_1 было получено 1921 растение с белой окраской плода и 615 с желтым плодом.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 25.

У растений овса признак раскидистая метелка доминирует над сжатой.

Гетерозиготное растение, имеющее раскидистую метелку, при самоопылении дало 2275 растений с раскидистой метелкой и 820 растение со сжатой метелкой.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 26.

У томата красная окраска плода доминирует над желтой окраской, а многокамерность плода – над двукамерностью.

Гомозиготное растение с красными многокамерными плодами было опылено пылью растения с желтыми двукамерными плодами. В F_1 было получено 15 растений, от самоопыления которых в F_2 получено 828 растений с красными многокамерными плодами, 251 растение желтое многокамерное, 93 желтых двукамерных и 287 красных двукамерных.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 27.

У гороха пурпурная окраска цветков доминирует над белой, а верхушечное расположение цветков – над пазушным. Оба признака наследуются независимо.

Гетерозиготные растения с пурпурными цветками и верхушечным расположением при самоопылении дали 1040 растений с пурпурным цветком и верхушечным расположением, 120 с белыми цветками и верхушечным расположением, 320 с пурпурными цветками и пазушным расположением и 360 с белыми цветками и верхушечным расположением.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 28.

У сорта пшеницы ген, отвечающий за стекловидную консистенцию зерна, доминирует над геном, который обуславливает мучнистую консистенцию зерна, а ген карликовости стебля – над геном нормального роста. Оба признака наследуются независимо.

Гомозиготное растение со стекловидным зерном и карликовым стеблем было опылено пылью растения с мучнистым зерном и нормальным ростом. В F_1 получено 162 растения, от самоопыления которых в F_2 было получено 1927 растений со стекловидным зерном и нормальной высотой, 651 растение со стекловидным зерном и карликовым ростом, 620 растений с мучнистой консистенцией и нормальной высотой и 210 растений с мучнистым зерном и карликовым ростом.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 29.

У дурмана пурпурная окраска цветков доминирует над белой, а колючие семенные коробочки – над гладкими.

От скрещивания гомозиготных родительских форм в F_1 получили 55 растений, в F_2 – 2952 растения пурпурноцветковых с колючими коробочками, 991 растение белоцветковое с колючими коробочками, 927 пурпурноцветковых с гладкими коробочками и 330 с белыми цветками и гладкими коробочками.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 30.

У ячменя яровой тип развития доминирует над озимым, а устойчивость к головне – над неустойчивостью.

Проведено скрещивание гомозиготного ярового и устойчивого к головне сорта с озимым и неустойчивым к головне сортом. В F_1 выращено 180 растений, от самоопыления которых в F_2 получено 2535 растений ярового типа развития и устойчивых к головне, 812 озимого типа и устойчивых, 852 ярового типа и неустойчивых к головне и 281 озимого типа развития и неустойчивого к головне.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 31.

У арбуза признаки формы плода и его окраски наследуются независимо.

Гомозиготное растение с удлинёнными зелёными плодами скрестили с гомозиготным растением, имеющим округлые полосатые плоды. В F_1 получили 120 растений (все имели зелёные плоды округлой формы), а в F_2 – 2831 растение с зелёным и округлым плодом, 961 с зелёной окраской и удлинённой формой плода, 912 с полосатой окраской и округлой формой плода и 315 с полосатой окраской и удлинённой формой плода.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 32.

У подсолнечника язычковая форма цветка доминирует над трубчатой, а полосатая окраска семян – над однотонной.

Гетерозиготные растения с язычковой формой цветка и полосатой окраской семян были самоопылены и в F_2 было получено 4001 растение с язычковой формой цветка и полосатыми семенами, 1313 с трубчатой формой цветка и полосатыми семенами, 1391 с язычковой формой цветка и однотонными семенами и 445 с трубчатыми цветками и однотонными семенами растений.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 33.

У ржи лигульность доминирует над безлигульностью, а нормальная форма колоса – над ветвистой.

Гомозиготные растения с альтернативными признаками скрестили между собой, полученные растения F_1 в результате самоопыления дали следующее потомство: 5054 растения лигульных с нормальной формой колоса, 1701 растение лигульное с ветвистой формой колоса, 1652 безлигульных с нормальной формой колоса и 563 безлигульных с ветвистой формой колоса.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 34.

У сорта овса раннеспелость доминирует над позднеспелостью, а раскидистая форма метелки – над сжатой. Оба признака наследуются независимо.

Гомозиготное раннеспелое растение со сжатой формой метелки было опылено пыльцой гомозиготного позднеспелого растения с раскидистой метелкой. В F_1 было получено 282 растения, от самоопыления которых в F_2 получено 2057 растений раннеспелых с раскидистой

метелкой, 642 позднеспелых с раскидистой метелкой, 704 раннеспелых со сжатой метелкой и 229 растений позднеспелых со сжатой метелкой.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 35.

У фасоли фиолетовая окраска цветка доминирует над белой, а желтая окраска боба – над зеленой.

Гомозиготное растение с фиолетовыми цветками и желтыми бобами было опылено пыльцой растения с белыми цветками и зелеными бобами. В F_1 получено 180 растений, от самоопыления которых в F_2 было получено 3792 растения с фиолетовыми цветками и желтыми бобами, 1213 с белыми цветками и желтыми бобами, 1301 с фиолетовыми цветками и зелеными бобами, 422 растения с белыми цветками и зелеными бобами.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 36.

У тыквы белая окраска плодов является доминантной по отношению к желтой, а дисковидная форма плодов – над сферической.

От скрещивания гомозиготного растения, имеющего желтую окраску и дисковидную форму плодов, с гомозиготным растением, имеющим белую окраску и сферическую форму плодов, в F_1 получили 142 растения, в F_2 – 1791 растение с белой окраской плода и дисковидной формой, 601 с желтой окраской плода и дисковидной формой, 552 с белой окраской и сферической формой плода и 198 растений с желтой окраской плода и сферической формой.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 37.

У свеклы желтая окраска плода доминирует над карминовой, а карминовая окраска гипокотыля – над зеленой.

Скрещивали гомозиготные растения свеклы, имеющие желтую окраску корнеплода и карминовую окраску гипокотыля, с растением, имеющим карминовую окраску корнеплода и зеленый гипокотиль. В F_1 получили 120 растений, в результате самоопыления которых в F_2 было получено 3972 растения с желтыми корнеплодами и карминовым гипокотилем, 1298 с желтым корнеплодом и зеленым гипокотилем, 1342 с карминовым корнеплодом и карминовым гипокотилем и 445 растений с карминовыми корнеплодами и зеленым гипокотилем.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 38.

У дыни круглая форма плода доминирует над удлинённой, а оранжевая окраска мякоти – над белой.

Гетерозиготные по обоим признакам растения были скрещены между собой. В F_2 получено 1291 растение с круглой формой плода и оранжевой окраской мякоти, 452 с удлинённой формой плода и оранжевой окраской мякоти, 411 с круглой формой плода и белой окраской мякоти и 137 растений с удлинённой формой плода и белой окраской мякоти.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 39.

У сорта кукурузы устойчивость к ржавчине и гельминтоспориозу доминирует над неустойчивостью к этим болезням. Оба признака наследуются независимо.

Гомозиготное растение, устойчивое к ржавчине и гельминтоспориозу, было опылено пыльцой растения, неустойчивого к ржавчине и гельминтоспориозу. В F_1 получено 364 растения. В результате самоопыления полученных гибридов в F_2 было получено 4616 растений, устойчивых к обоим болезням, 1491 растение, устойчивое к ржавчине и восприимчивое к гельминтоспориозу, 1542 растения, восприимчивых к ржавчине и устойчивых к гельминтоспориозу, 521 растение, восприимчивое к обоим болезням.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 40.

У кунжута гладкость листьев доминирует над морщинистостью, а одинарный плод – над тройным.

Скрещивали гомозиготные растения, имеющие гладкие листья и одинарный плод с растениями, имеющими морщинистые листья и тройной плод. В F_1 получили 82 растения. От скрещивания растений F_1 между собой было получено в F_2 5591 растение, имеющее гладкие листья и одинарный плод, 1864 растения с гладкими листьями и тройным плодом, 1812 с морщинистыми листьями и одинарным плодом и 622 растения с морщинистыми листьями и тройным плодом.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 41.

У кормовых бобов признаки черно-белой окраски цветка и черной окраски рубчика являются доминантными по отношению к белой окраске цветка и светлой окраске рубчика.

Гомозиготное растение с черно-белой окраской цветка и черной окраской рубчика скрестили с растением, имеющим белые семена и светлый рубчик. В F_1 получили 118 растений, а в F_2 – 1715 растений с черно-белыми цветками и черным рубчиком, 530 с черно-белой окраской цветка и светлой окраской рубчика, 586 с белой окраской цветка и черной окраской рубчика и 191 с белой окраской цветка и светлой окраской рубчика.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 42.

У подсолнечника желтая окраска пыльцы доминирует над белой, а полосатая окраска семян – над однотонной.

Гетерозиготные растения F_1 с полосатой окраской цветка и желтой окраской пыльцы были скрещены между собой, в F_2 было получено 1787 растений с полосатой окраской семян и желтой окраской пыльцы, 598 с полосатой окраской семян и белой окраской пыльцы, 562 с однотонной окраской семян и желтой пылью и 195 с однотонной окраской семян и белой пылью растений.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 43.

У ржи опушенность цветковых чешуй доминирует над неопушенностью, а нормальная форма колоса над ветвистой.

Гомозиготные растения с альтернативными признаками скрестили между собой, полученные растения F_1 в результате самоопыления дали следующее потомство: 3855 растений, имеющих опушенность цветковых чешуй и нормальную форму колоса, 1227 с опушенными цветковыми чешуями и ветвистой формой колоса, 1321 с неопушенными цветковыми чешуями и нормальной формой колоса и 429 растений с неопушенными цветковыми чешуями и ветвистой формой колоса.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 44.

У овса нормальная высота доминирует над гигантской, а раскидистая форма метелки – над сжатой. Оба признака наследуются независимо.

Гомозиготное нормальной высоты растение со сжатой формой метелки было опылено пыльцой гомозиготного гигантского растения с раскидистой метелкой. В F_1 было получено 181 растение, от самоопыления которых в F_2 получено 4436 растений нормальной высоты с раскидистой метелкой, 1425 гигантской высоты с раскидистой метелкой, 1511 нормальной высоты со сжатой метелкой и 492 растения гигантской высоты со сжатой метелкой.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 45.

У чечевицы фиолетовая окраска всходов доминирует над зеленой, а раскидистый габитус – над прямостоячим.

Гомозиготное растение с фиолетовыми всходами и раскидистым габитусом было опылено пыльцой растения с зелеными всходами и прямостоячим габитусом. В F_1 получено 211 растений, от самоопыления которых в F_2 было получено 2455 растений с фиолетовыми всходами и раскидистым габитусом, 811 с зелеными всходами и раскидистым габитусом, 862 с фиолетовыми всходами и прямостоячим габитусом, 273 с зелеными всходами и прямостоячим габитусом.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 46.

У сои коричневая окраска семян является доминантной по отношению к желтой, а индетерминантный тип роста – над детерминантным.

От скрещивания гомозиготного растения, имеющего коричневую окраску семян и индетерминантный рост, с растением, имеющим желтую окраску семян и детерминантный тип роста, в F_1 получили 127 растений, в F_2 – 1911 растений с коричневой окраской семян и индетерминантным типом роста, 621 с коричневой окраской семян и детерминантным типом роста, 662 с желтой окраской семян и индетерминантным типом роста и 198 растений с желтой окраской семян и детерминантным типом роста.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 47.

У люпина серая окраска семян доминирует над черной, а растрескиваемость бобов – над нерастрескиваемостью.

Скрещивали гомозиготные растения, имеющие серую окраску семян и растрескивающиеся бобы, с растением, имеющим черную окраску семян и нерастрескивающиеся бобы. В F_1 получили 264 растения, в результате самоопыления которых в F_2 было получено 1669 растений с серыми семенами и растрескивающимися бобами, 521 с серыми семенами и нерастрескивающимися бобами, 582 с черными семенами и растрескивающимися бобами и 187 растений с черными семенами и нерастрескивающимися бобами.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 48.

У льна гладкая поверхность лепестков доминирует над гофрированной, а голубая окраска цветка – над белой.

Гетерозиготные по обоим признакам растения были скрещены между собой. В F_2 получено 1784 растения с гладкой поверхностью лепестков и голубой окраской цветка, 598 с гладкой поверхностью лепестков и белой окраской цветка, 548 с гофрированной поверхностью лепестков и голубой окраской цветка и 202 растения с гофрированной поверхностью лепестков и белой окраской цветка.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 49.

У клешевины признак длинных плодоножек и наличие воскового налета на стебле доминирует над признаком коротких плодоножек и отсутствия воскового налета.

Гомозиготное растение с длинными плодоножками и восковым налетом на стебле было опылено пылью растения с короткими плодоножками и отсутствием воскового налета. В результате самоопыления полученных гибридов в F_2 было получено 5517 растений с длинными плодоножками и восковым налетом, 1871 с короткими плодоножками и восковым налетом на стебле, 1792 с длинными плодоножками и отсутствием воскового налета и 614 растений с короткими плодоножками и отсутствием воскового налета на стебле.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 50.

У риса округлая форма зерновки доминирует над удлиненной, а низкая кустистость – над высокой.

Скрещивали гомозиготные растения, имеющие округлую форму зерновки и высокую кустистость с растениями, имеющими удлиненную форму зерновки и низкую кустистость. От скрещивания растений F_1 между собой было получено в F_2 4514 растений, имеющих округлую форму зерновки и низкую кустистость, 1501 с округлой зерновкой и высокой кустистостью, 1582 с удлиненной зерновкой и низкой кустистостью и 514 с удлиненной зерновкой и высокой кустистостью.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 51.

У риса округлая форма зерновки доминирует над удлиненной, а низкая кустистость – над высокой, а наличие лигулы – над ее отсутствием.

Скрещивали гомозиготные растения, имеющие округлую форму зерновки, высокую кустистость и лигулу, с растениями с удлиненной формой зерновки, низкой кустистостью и безлигульными. От скрещивания растений F_1 между собой было получено в F_2 567 растений, имеющих округлую форму зерновки, низкую кустистость и наличие лигулы, 190 с округлой зерновкой, высокой кустистостью и лигульных, 187 с удлиненной зерновкой, низкой кустистостью и лигульных, 202 с округлой зерновкой, низкой кустистостью и безлигульных, 74 с удлиненной формой зерновки, высокой кустистостью и лигульных, 68 с удлиненной формой зерновки, низкой кустистостью и безлигульных, 72 с округлой зерновкой, высокой кустистостью и безлигульных, 21 растение с удлиненной зерновкой, высокой кустистостью и безлигульное.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 52.

У ячменя зазубренность остей доминирует над гладкостью, двурядный тип колоса – над многорядным, а антоциановая окраска междоузлий – над зеленой.

Гомозиготное растение с зазубренными остями, двурядным колосом и антоциановой окраской междоузлий было скрещено с растением, имеющим гладкие ости, многорядный колос и зеленую окраску междоузлий. В F_1 было получено 18 растений, от самоопыления кото-

рых в F_2 получено 1212 растений с зазубренными остями, двурядным типом колоса и антоциановой окраской междоузлий, 411 с зазубренными остями, двурядным колосом и зеленой окраской междоузлий, 397 с гладкими остями, двурядным колосом и антоциановой окраской междоузлий, 405 с зазубренными остями, многорядным колосом и антоциановой окраской междоузлий, 152 с зазубренными остями, многорядным колосом и зеленой окраской междоузлий, 121 с гладкими остями, двурядным колосом и зеленой окраской междоузлий, 112 с гладкими остями, многорядным колосом и антоциановой окраской междоузлий, 37 растений с гладкими остями, многорядным колосом и зеленой окраской междоузлий.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 53.

У овса безостость, отсутствие подковки, раннеспелость являются доминантными признаками по отношению к остистости, наличию подковки и позднеспелости.

От скрещивания гомозиготного растения безостого, раннеспелого и без подковки с растением остистым, позднеспелым и с подковкой в F_1 было получено 125 растений, от самоопыления которых в F_2 получено 723 растения безостых, без подковки и раннеспелых, 213 растений остистых, без подковки и раннеспелых, 202 растения безостых, без подковки и позднеспелых, 221 безостое, с подковкой и раннеспелое, 72 растения остистых, с подковкой и раннеспелых, 81 безостое, с подковкой и позднеспелое, 68 остистых, без подковки и позднеспелых, 22 остистых, с подковкой и позднеспелых.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 54.

У пшеницы ген опушенности колоса доминирует над геном, обуславливающим неопушенный колос, ген безостости колоса – над геном остистости, а ген красной окраски колоса – над геном белой окраски. Признаки наследуются независимо.

В результате самоопыления гетерозиготного растения, имеющего все три признака в доминантном состоянии, было получено 845 растений с опушенным безостым колосом красной окраски, 250 с опушенным безостым колосом белой окраски, 261 с неопушенным безостым колосом красной окраски, 301 с опушенным остистым колосом красной окраски, 100 с неопушенным остистым колосом красной окраски,

87 с неопушенным безостым колосом белой окраски, 89 с опушенным остистым колосом белой окраски, 31 с неопушенным остистым колосом белой окраски.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 55.

У подсолнечника панцирность семянков доминирует над беспанцирностью, полосатая окраска семянков – над однотонной, желтая окраска пыльцы – над белой. Признаки наследуются независимо.

Гетерозиготные по трем признакам растения были переопылены между собой. В результате такого опыления получено 987 растений с панцирными полосатыми семянками и желтой окраской пыльцы, 314 с панцирными полосатыми семянками и белой окраской пыльцы, 298 с беспанцирными полосатыми семянками и желтой окраской пыльцы, 351 с панцирными однотонными семянками и желтой окраской пыльцы, 96 с беспанцирными полосатыми семянками и белой окраской пыльцы, 98 с беспанцирными однотонными семянками и желтой окраской пыльцы, 112 с панцирными однотонными семянками и белой окраской пыльцы, 31 растение с беспанцирными однотонными семянками и белой окраской пыльцы.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 56.

У овса раскидистая форма метелки доминирует над сжатой, раннеспелость – над позднеспелостью, а устойчивость к ржавчине – над неустойчивостью. Признаки наследуются независимо.

Гомозиготное растение со сжатой метелкой, раннеспелое и устойчивое к ржавчине было опылено пылью растения, имеющего альтернативные признаки. В F_1 было получено 17 растений, от самоопыления которых получено 1352 растения с раскидистой метелкой, раннеспелых и устойчивых к ржавчине, 450 с сжатой метелкой, раннеспелых и устойчивых к ржавчине, 470 с раскидистой метелкой, позднеспелых и устойчивых к ржавчине, 420 с раскидистой метелкой, раннеспелых и неустойчивых к ржавчине, 152 со сжатой метелкой, позднеспелых и устойчивых к ржавчине, 138 с сжатой метелкой, раннеспелых и неустойчивых к ржавчине, 164 с раскидистой метелкой, позднеспелых и неустойчивых к ржавчине, 42 со сжатой метелкой, позднеспелых и неустойчивых к ржавчине.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 57.

У сортов гороха верхушечное расположение цветков доминирует над пазушным, высокий рост стебля – над низким, а пергаментный слой в створках боба – над беспергаментным. Признаки наследуются независимо.

Гетерозиготные растения с верхушечными цветками, высоким стеблем и бобами с пергаментным слоем были переопылены между собой. В результате получили 1246 растений с верхушечными цветками, высоким ростом и пергаментным слоем в створках, 411 с пазушными цветками, высоким ростом и пергаментным слоем в створках, 428 с верхушечными цветками, низким ростом и пергаментным слоем в створках, 396 с верхушечными цветками, высоким ростом и беспергаментным слоем в створках, 140 с пазушными цветками, низким ростом и пергаментным слоем в створках, 126 с пазушными цветками, высоким ростом и беспергаментным слоем в створках, 164 с верхушечными цветками, низким ростом и беспергаментным слоем в створках, 42 с пазушными цветками, низким ростом и беспергаментным слоем в створках.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 58.

Скрестили между собой две формы фасоли, различающиеся по трем парам альтернативных признаков. Одна форма белоцветковая с зелеными бобами и черными семенами, другая – с фиолетовыми цветками, желтыми бобами и белыми семенами.

Получили 128 растений F_1 . Все они оказались с фиолетовыми цветками, желтыми бобами и черными семенами. От самоопыления их получили 1674 растения с фиолетовыми цветками, желтыми бобами и черными семенами, 562 с белыми цветками, желтыми бобами и черными семенами, 548 с фиолетовыми цветками, зелеными бобами и черными семенами, 520 с фиолетовыми цветками, желтыми бобами и белыми семенами, 187 с фиолетовыми цветками, зелеными бобами и белыми семенами, 165 с белыми цветками, желтыми бобами и белыми семенами, 191 с белыми цветками, зелеными бобами и черными семенами, 64 белыми цветками, зелеными бобами и белыми семенами.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 59.

У риса округлая форма зерновки доминирует над удлиненной, а низкая кустистость – над высокой, наличие лигулы – над ее отсутствием.

Скрещивали гомозиготные растения, имеющие округлую форму зерновки, высокую кустистость и лигулу, с растениями с удлиненной формой зерновки, низкой кустистостью и безлигульными. В F_1 получили 19 растений. От скрещивания растений F_1 между собой было получено в F_2 1566 растений, имеющих округлую форму зерновки, низкую кустистость и наличие лигулы, 537 с округлой зерновкой, низкой кустистостью и безлигульных, 512 с удлиненной зерновкой и низкой кустистостью и лигульных, 522 с округлой зерновкой, высокой кустистостью и лигульных, 178 с удлиненной формой зерновки, высокой кустистостью и лигульных, 167 с удлиненной формой зерновки, низкой кустистостью и безлигульных, 182 с округлой зерновкой, высокой кустистостью и безлигульных, 59 с удлиненной зерновкой, высокой кустистостью и безлигульных растений.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 60.

У ячменя зазубренность остей доминирует над гладкостью, двурядный тип колоса – над многорядным, а антоциановая окраска междоузлий – над зеленой.

Гомозиготное растение с зазубренными остями, двурядным колосом и антоциановой окраской междоузлий было скрещено с растением, имеющим гладкие ости, многорядный колос и зеленую окраску междоузлий. В F_1 было получено 41 растение, от самоопыления которых в F_2 получено 2021 растение с зазубренными остями, двурядным колосом и антоциановой окраской междоузлий, 668 с зазубренными остями, двурядным колосом и зеленой окраской междоузлий, 643 с гладкими остями, двурядным колосом и антоциановой окраской междоузлий, 680 с зазубренными остями, многорядным колосом и антоциановой окраской междоузлий, 225 с зазубренными остями, многорядным колосом и зеленой окраской междоузлий, 248 с гладкими остями, двурядным колосом и зеленой окраской междоузлий, 212 с гладкими остями, многорядным колосом и антоциановой окраской междоузлий, 75 с гладкими остями, многорядным колосом и зеленой окраской междоузлий.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 61.

У овса безостость, отсутствие подковки, раннеспелость являются доминантными признаками по отношению к остистости, наличию подковки и позднеспелости.

От скрещивания гомозиготного растения безостого, раннеспелого и без подковки с растением позднеспелым, остистым и с подковкой в F_1 было получено 113 растений, от самоопыления которых в F_2 получено 679 растений безостых, без подковки и раннеспелых, 226 растений остистых, без подковки и раннеспелых, 241 растение безостых, без подковки и позднеспелых, 212 безостых, с подковкой и раннеспелых, 81 растение остистых, с подковкой и раннеспелых, 69 безостых, с подковкой и позднеспелых, 76 остистых, без подковки и позднеспелых, 27 остистых, с подковкой и позднеспелых.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 62.

У пшеницы ген опушенности колоса доминирует над геном, обусловливающим неопушенный колос, ген безостости колоса – над геном остистости, а ген красной окраски колоса – над геном белой окраски. Признаки наследуются независимо.

В результате самоопыления гетерозиготного растения, имеющего все три признака в доминантном состоянии, было получено 972 растения с опушенным, безостым колосом красной окраски, 328 с опушенным, безостым колосом белой окраски, 313 с неопушенным, безостым колосом красной окраски, 336 с опушенным, остистым колосом красной окраски, 112 с неопушенным, остистым колосом красной окраски, 121 с неопушенным, безостым колосом белой окраски, 98 с опушенным, остистым колосом белой окраски, 35 с неопушенным, остистым колосом белой окраски.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 63.

У подсолнечника панцирность семян доминирует над беспанцирностью, полосатая окраска семян – над однотонной, желтая окраска пыльцы – над белой. Признаки наследуются независимо.

Гетерозиготные по трем признакам растения были переопылены между собой. В результате такого опыления получено 2614 растений с

панцирными полосатыми семянками и желтой окраской пыльцы, 372 с панцирными полосатыми семянками и белой окраской пыльцы, 351 с беспанцирными полосатыми семянками и желтой окраской пыльцы, 369 с панцирными однотонными семянками и желтой окраской пыльцы, 125 с беспанцирными полосатыми семянками и белой окраской пыльцы, 112 с беспанцирными однотонными семянками и желтой окраской пыльцы, 131 с панцирными однотонными семянками и белой окраской пыльцы, 42 растения с беспанцирными однотонными семянками и белой окраской пыльцы.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 64.

У овса раскидистая форма метелки доминирует над сжатой, раннеспелость – над позднеспелостью, а устойчивость к ржавчине – над неустойчивостью. Признаки наследуются независимо.

Гомозиготное растение со сжатой метелкой, раннеспелое и устойчивое к ржавчине было опылено пыльцой растения, имеющего альтернативные признаки. В F_1 было получено 211 растений, от самоопыления которых получено 1715 растений с раскидистой метелкой, раннеспелых и устойчивых к ржавчине, 571 со сжатой метелкой, раннеспелое и устойчивое к ржавчине, 581 с раскидистой метелкой, позднеспелое и устойчивое к ржавчине, 553 с раскидистой метелкой, раннеспелых и неустойчивых к ржавчине, 191 со сжатой метелкой, позднеспелое и устойчивое к ржавчине, 173 со сжатой метелкой, раннеспелых и неустойчивых к ржавчине, 159 с раскидистой метелкой, позднеспелых и неустойчивых к ржавчине, 63 со сжатой метелкой, позднеспелых и неустойчивых к ржавчине.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 65.

У сортов гороха верхушечное расположение цветков доминирует над пазушным, высокий рост стебля – над низким, а пергаментный слой в створках боба – над беспергаментным. Признаки наследуются независимо.

Гетерозиготные растения с верхушечными цветками, высоким стеблем и бобами с пергаментным слоем были переопылены между собой. В результате получили 1920 растений с верхушечными цветками, высоким ростом и пергаментным слоем в створках, 661 с пазушными цветками, высоким ростом и пергаментным слоем в створках,

637 с верхушечными цветками, низким ростом и пергаментным слоем в створках, 682 с верхушечными цветками, высоким ростом и беспергаментным слоем в створках, 220 с пазушными цветками, низким ростом и пергаментным слоем в створках, 238 с пазушными цветками, высоким ростом и беспергаментным слоем в створках, 197 с верхушечными цветками, низким ростом и беспергаментным слоем в створках, 74 с пазушными цветками, низким ростом и беспергаментным слоем в створках,

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 66.

Скрестили между собой две формы фасоли, различающиеся по трем парам альтернативных признаков. Одна форма белоцветковая с зелеными бобами и черными семенами, другая – с фиолетовыми цветками, желтыми бобами и белыми семенами.

Получили 142 растения F_1 . Все они оказались с фиолетовыми цветками, желтыми бобами и черными семенами. От самоопыления их получили 2232 растения с фиолетовыми цветками, желтыми бобами и черными семенами, 731 с белыми цветками, желтыми бобами и черными семенами, 759 с фиолетовыми цветками, зелеными бобами и черными семенами, 713 с фиолетовыми цветками, желтыми бобами и белыми семенами, 245 с фиолетовыми цветками, зелеными бобами и белыми семенами, 263 с белыми цветками, желтыми бобами и белыми семенами, 221 с белыми цветками, зелеными бобами и черными семенами, 83 белыми цветками, зелеными бобами и белыми семенами.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 67.

У риса округлая форма зерновки доминирует над удлиненной, низкая кустистость – над высокой, а наличие лигулы – над ее отсутствием.

Скрещивали гомозиготные растения, имеющие округлую форму зерновки, высокую кустистость и лигулу, с растениями с удлиненной формой зерновки, низкой кустистостью и безлигульными. В F_1 получили 32 растения. От скрещивания растений F_1 между собой было получено 1572 растения, имеющих округлую форму зерновки, низкую кустистость и наличие лигулы, 537 с округлой зерновкой, высокой кустистостью и лигульных, 552 с удлиненной зерновкой и низкой кустистостью и лигульных, 497 с округлой зерновкой, низкой кустистостью и безлигульных, 182 с удлиненной формой зерновки, высокой

кустистостью и лигульных, 169 с удлинённой формой зерновки, низкой кустистостью и безлигульных, 191 с округлой зерновкой, высокой кустистостью и безлигульное, 61 растение с удлинённой зерновкой, высокой кустистостью и безлигульное.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 68.

У ячменя зазубренность остей доминирует над гладкостью, двурядный тип колоса – над многорядным, а антоциановая окраска междоузлий – над зеленой.

Гомозиготное растение с зазубренными остями, двурядным колосом и антоциановой окраской междоузлий было скрещено с растением, имеющим гладкие ости, многорядный колос и зеленую окраску междоузлий. В F_1 было получено 120 растений, от самоопыления которых в F_2 получено 1280 растений с зазубренными остями, двурядным колосом и антоциановой окраской междоузлий, 423 с зазубренными остями, двурядным колосом и зеленой окраской междоузлий, 404 с гладкими остями, двурядным колосом и антоциановой окраской междоузлий, 448 с зазубренными остями, многорядным колосом и антоциановой окраской междоузлий, 147 с зазубренными остями, многорядным колосом и зеленой окраской междоузлий, 161 с гладкими остями, двурядным колосом и зеленой окраской междоузлий, 114 с гладкими остями, многорядным колосом и антоциановой окраской междоузлий, 49 с гладкими остями, многорядным колосом и зеленой окраской междоузлий.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 69.

У овса безостость, отсутствие подковки и раннеспелость являются доминантными признаками по отношению к остистости, наличию подковки и позднеспелости.

От скрещивания гомозиготного растения безостого, раннеспелого и без подковки с растением позднеспелым, остистым и с подковкой в F_1 было получено 113 растений, от самоопыления которых в F_2 получено 1060 растений безостых, без подковки и раннеспелых, 381 растение остистое, без подковки и раннеспелое, 341 растение безостое, без подковки и позднеспелое, 315 безостых, с подковкой и раннеспелых, 121 растение остистое, с подковкой и раннеспелое, 109 безостых, с

подковкой и позднеспелых, 137 остистых, без подковки и позднеспелых, 40 остистых, с подковкой и позднеспелых.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 70.

У пшеницы ген опушенности колоса доминирует над геном, обусловливающим неопушенный колос, ген безостости колоса – над геном остистости, а ген красной окраски колоса – над геном белой окраски. Признаки наследуются независимо.

В результате самоопыления гетерозиготного растения, имеющего все три признака в доминантном состоянии, было получено 1980 растений с опушенным безостым колосом красной окраски, 631 с опушенным безостым колосом белой окраски, 680 с неопушенным безостым колосом красной окраски, 671 с опушенным остистым колосом красной окраски, 220 с неопушенным остистым колосом красной окраски, 243 с неопушенным безостым колосом белой окраски, 198 с опушенным остистым колосом белой окраски, 74 с неопушенным остистым колосом белой окраски.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 71.

У подсолнечника панцирность семян доминирует над беспанцирностью, полосатая окраска семян – над однотонной, желтая окраска пыльцы – над белой. Признаки наследуются независимо.

Гетерозиготные по трем признакам растения были переопылены между собой. В результате такого опыления получено 2225 растений с панцирными полосатыми сеянками и желтой окраской пыльцы, 741 с панцирными полосатыми сеянками и белой окраской пыльцы, 702 с беспанцирными полосатыми сеянками и желтой окраской пыльцы, 781 с панцирными однотонными сеянками и желтой окраской пыльцы, 250 с беспанцирными полосатыми сеянками и белой окраской пыльцы, 212 с беспанцирными однотонными сеянками и желтой окраской пыльцы, 261 с панцирными однотонными сеянками и белой окраской пыльцы, 83 растения с беспанцирными однотонными сеянками и белой окраской пыльцы.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 72.

У овса раскидистая форма метелки доминирует над сжатой, раннеспелость – над позднеспелостью, а устойчивость к ржавчине – над неустойчивостью. Признаки наследуются независимо.

Гомозиготное растение со сжатой метелкой, раннеспелое и устойчивое к ржавчине было опылено пыльцой растения, имеющего альтернативные признаки. В F_1 было получено 112 растений, от самоопыления которых получено 2459 растений с раскидистой метелкой, раннеспелых и устойчивых к ржавчине, 812 со сжатой метелкой, раннеспелых и устойчивых к ржавчине, 843 с раскидистой метелкой, позднеспелых и устойчивых к ржавчине, 851 с раскидистой метелкой, раннеспелое и неустойчивое к ржавчине, 280 со сжатой метелкой, позднеспелых и устойчивых к ржавчине, 224 со сжатой метелкой, раннеспелых и неустойчивых к ржавчине, 261 с раскидистой метелкой, позднеспелое и неустойчивое к ржавчине, 92 со сжатой метелкой, позднеспелых и неустойчивых к ржавчине.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 73.

У сортов гороха верхушечное расположение цветков доминирует над пазушным, высокий рост стебля – над низким, а пергаментный слой в створках боба – над беспергаментным. Признаки наследуются независимо.

Гетерозиготные растения с верхушечными цветками, высоким стеблем и бобами с пергаментным слоем были переопылены между собой. В результате получили 2060 растений с верхушечными цветками, высоким ростом и пергаментным слоем в створках, 691 с пазушными цветками, высоким ростом и пергаментным слоем в створках, 652 с верхушечными цветками, низким ростом и пергаментным слоем в створках, 624 с верхушечными цветками, высоким ростом и беспергаментным слоем в створках, 220 с пазушными цветками, низким ростом и пергаментным слоем в створках, 198 с пазушными цветками, высоким ростом и беспергаментным слоем в створках, 243 с верхушечными цветками, низким ростом и беспергаментным слоем в створках, 77 с пазушными цветками, низким ростом и беспергаментным слоем в створках,

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 74.

Скрестили между собой две формы фасоли, различающиеся по трем парам альтернативных признаков. Одна форма белоцветковая с зелеными бобами и черными семенами, другая – с фиолетовыми цветками, желтыми бобами и белыми семенами.

Получили 115 растений F_1 . Все они оказались с фиолетовыми цветками, желтыми бобами и черными семенами. От самоопыления их получили 2151 растение с фиолетовыми цветками, желтыми бобами и черными семенами, 713 с белыми цветками, желтыми бобами и черными семенами, 652 с фиолетовыми цветками, зелеными бобами и черными семенами, 741 с фиолетовыми цветками, желтыми бобами и белыми семенами, 230 с фиолетовыми цветками, зелеными бобами и белыми семенами, 196 с белыми цветками, желтыми бобами и белыми семенами, 243 с белыми цветками, зелеными бобами и черными семенами, 77 с белыми цветками, зелеными бобами и белыми семенами.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Задание 75.

У риса округлая форма зерновки доминирует над удлиненной, низкая кустистость – над высокой, а наличие лигулы – над ее отсутствием.

Скрещивали гомозиготные растения, имеющие округлую форму зерновки, высокую кустистость и лигулу, с растениями с удлиненной формой зерновки, низкой кустистостью и безлигульными. В F_1 получили 202 растения. От скрещивания растений F_1 между собой было получено 2522 растения, имеющих округлую форму зерновки, низкую кустистость и наличие лигулы, 819 с округлой зерновкой, высокой кустистостью и лигульных, 861 с удлиненной зерновкой и низкой кустистостью и лигульное, 843 с округлой зерновкой, низкой кустистостью и безлигульных, 270 с удлиненной формой зерновки, высокой кустистостью и лигульных, 260 с удлиненной формой зерновки, низкой кустистостью и безлигульных, 241 с округлой зерновкой, высокой кустистостью и безлигульное, 96 с удлиненной зерновкой, высокой кустистостью и безлигульных растений.

Вычислите критерий χ^2 и оцените соответствие между наблюдаемыми и ожидаемыми данными.

Тема 3. ПРОБИТ-АНАЛИЗ

Теоретическая часть.

Пробит-анализ – это специализированная форма регрессионного анализа, которая применяется к биномиальным переменным ответа, т. е. переменным только с одним из двух возможных результатов (положительным/отрицательным).

В селекционно-генетических исследованиях при изучении влияния поражающих факторов (излучения, мутагены, пестициды и т. п.) на биологические организмы используется специальный статистический метод – пробит-анализ.

Часто в экспериментах требуется определить и измерить количественно летальную дозу (LD или CD) вещества, приводящую к 100%-ной гибели биологического организма.

Измерение такой дозы на одном единственном объекте невозможно по следующим причинам:

1) биологический объект состоит из многих особей, которые различаются генотипически друг от друга, в том числе и по устойчивости к изучаемому фактору;

2) заранее исследователь не знает, какую дозу вещества применить, чтобы получить 100%-ную гибель. Поэтому приходится изучать разные режимы (концентрации) поражающего фактора. Но сделать это на одном и том же организме нельзя, так как даже небольшие дозы могут вредно сказываться на жизнеспособности организма, а, с другой стороны, иногда отмечается реакция «привыкания» организма к поражающему фактору;

3) для подобных экспериментов требуется и большое количество объектов и большое количество испытуемого фактора (вещества), что не всегда бывает оправданно с точки зрения затрат на эксперименты.

Поэтому часто достаточно определить дозу, при которой погибает 50 % особей, которую принимают за усредненную характеристику летального действия повреждающего фактора и обозначают LD₅₀.

Метод относится к категории простейших модификаций системы пробитов. Он позволяет лишь приблизительно оценить LD₉₅ и LD₉₉, по нему нельзя рассчитать доверительные интервалы этих значений.

Пробит-анализ – это специализированная форма регрессионного анализа, которая применяется к биномиальным переменным ответа, т. е. переменным только с одним из двух возможных результатов (положительным/отрицательным).

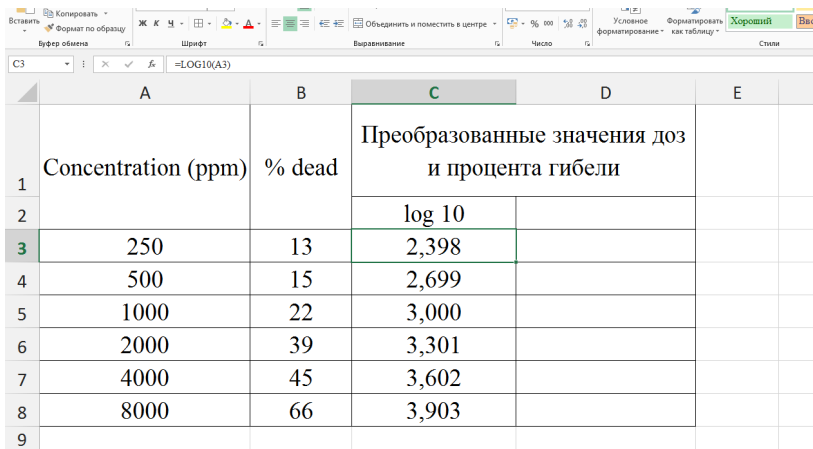
Является специфическим методом статистической оценки действия излучений и химических средств на биологические объекты, т. е. результатов биотестов (*bioassays*). **Пробитом** (от англ. *probability unit*, *вероятностная единица*) служит условная случайная переменная, выражающая вероятностную устойчивость (чувствительность) особей к химическому препарату. Суть анализа сводится к графически-глазомерному нахождению линии пробит-регрессии, или зависимости доза-эффект, на основе которой определяют искомую дозу летальности.

Пример. Препарат испытывали в качестве контактного инсектицида на мухах. Изучали 6 концентраций препарата: 250, 500, 1000, 2000, 8000, средняя гибель особей составила: 13, 15, 22, 39, 45, 66. Необходимо установить дозу, вызывающую летальность LD_{50} .

Расчет проводится с использованием программы Excel. Исходные данные вносятся в таблицу. Необходимо найти преобразованные значения доз и процента гибели. Для этого выбирают функцию **Автосумма** – Другие функции – Категория: **Математические** – функция: **LOG10** (выбирают концентрацию 250 и так для каждой дозы (рис. 5)).

Используя прил. 4, определяют преобразование процента частоты гибели особей в пробиты (рис. 6).

Выбирают функцию **Данные** – вкладку **Анализ данных** – **Регрессия**.



	A	B	C	D	E
	Concentration (ppm)	% dead	Преобразованные значения доз и процента гибели		
1					
2			log 10		
3	250	13	2,398		
4	500	15	2,699		
5	1000	22	3,000		
6	2000	39	3,301		
7	4000	45	3,602		
8	8000	66	3,903		
9					

Рис. 5. Внесение исходных данных

	A	B	C	D	E
1	Concentration (ppm)	% dead	Преобразованные значения доз и процента гибели		
2			log 10	probit	
3	250	13	2,398	3,87	
4	500	15	2,699	3,96	
5	1000	22	3,000	4,23	
6	2000	39	3,301	4,72	
7	4000	45	3,602	4,87	
8	8000	66	3,903	5,41	
9					

Рис. 6. Определение частоты гибели особей в пробиты

Выбирают данные: входной интервал для Y , выбирают данные (probit) \$D\$3:\$D\$8, а для X выбирают данные (log 10) \$C\$3:\$C\$8 (рис. 7).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Concentration (ppm)	% dead	Преобразованные значения доз и процента гибели					
2			log 10	probit				
3	250	13	2,398	3,87				
4	500	15	2,699	3,96				
5	1000	22	3,000	4,23				
6	2000	39	3,301	4,72				
7	4000	45	3,602	4,87				
8	8000	66	3,903	5,41				

Входные данные

Входной интервал X: \$C\$3:\$C\$8

Входной интервал Y: \$D\$3:\$D\$8

☐ Данные
 ☐ Значения надежности

☐ Критерий - ноль

ST: %

Параметры вывода

☐ Выходной интервал:

☒ Новый рабочий лист
 ☐ Новый рабочий лист

☐ Остатки
 ☐ Стандартизированные остатки
 ☐ График остатков
 ☐ График стандартизированных остатков

☐ Нормальная вероятность
 ☐ График нормальной вероятности

ОК

Отмена

Рис. 7. Входной интервал для Y

Для дальнейших расчетов используют полученные выводы итогов (рис. 8). Копируют Y -пересечение и Переменную $X1$ с коэффициентами и вставляют скопированные значения на лист 1.

$$LD_{50} = \text{antilog } 3,65;$$

$$LD = 4466.$$

	A	B	C	D	E	F
1	Concentration (ppm)	гибель, %	probit	log 10		
2	250	13	3,87	2,3979		
3	500	15	3,96	2,699		
4	1000	22	4,23	3		
5	2000	39	4,72	3,301		
6	4000	45	4,87	3,6021		
7	8000	66	5,41	3,9031		
8						
9						
10	Y-пересечение	1,244675303				
11	Переменная X 1	1,036441566				
12						
13	$y=ax+b$					
14	$y=1,03x+(1,24)$		3,650485			
15	$5=1,03x+1,24$					
16	$5-1,24=1,03x$					
17	$x=(5-1,24)/1,03$					
18	$x=3,65$					
19	$LD_{50}=\text{antilog } x$					
20	$LD_{50}=\text{antilog } 3,65$		4466,836			
21	$LD=4466$					

Рис. 9. Результаты расчета

В результате получены необходимые данные для построения графика, выражающие зависимость «эффект – доза». По оси абсцисс откладывают логарифмы доз препарата, а по оси ординат – значения пробит. Через найденные точки проводят прямую линию, которая путем интерполяции позволяет определить LD_{50} или, если это необходимо, любую другую дозу гибели, например LD_{95} (рис. 10).

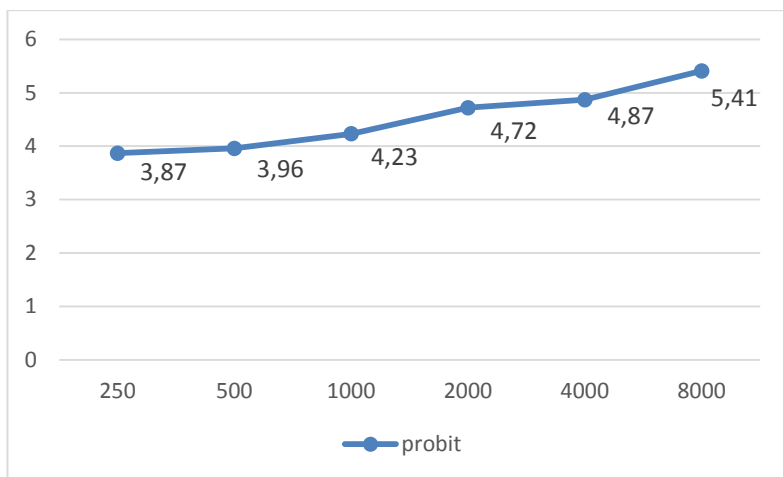


Рис. 10. График, выражающий зависимость «эффект – доза»

Для построения графика выбирают функцию **Вставка** – вкладку **Диаграммы** – вставить график – выбрать данные – слева колонка – элементы легенды (выбирают данные колонки пробит – D2; D7) – справа – подписи горизонтальной оси – выделяют колонку концентрация (A2; A7).

Вывод. В результате анализа определена концентрация препарата, при которой наступает гибель 50 % особей ($LD = 4466$).

Задание. В соответствии с выданным вариантом установить дозу, вызывающую летальность LD_{50} , построить диаграмму или график, сделать выводы. Исходные данные приведены в табл. 10, 11.

Таблица 10. Концентрация инсектицида и гибель особей

Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3		Вариант 4		Вариант 5	
Доза (мл/л)	Средняя гибель, %	Доза (мл/л)	Средняя гибель, %	Доза (мл/л)	Средняя гибель, %	Доза (мл/л)	Средняя гибель, %	Доза (мл/л)	Средняя гибель, %
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
50	3	50	3	100	5	150	5	300	10
100	5	100	5	200	10	250	10	400	12

Продолжение табл. 10

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
150	7	150	7	350	17	350	17	500	15
200	9	200	9	400	19	450	19	600	17
250	11	250	11	650	21	650	21	700	23
300	13	500	13	700	23	750	23	900	29
350	14	850	17	950	27	950	27	1000	31
400	17	900	20	2000	34	1000	34	2000	34
500	19	1000	22	4000	39	2000	39	4000	38
1000	22	2000	32	6000	53	6000	55	6000	45
6000	40	8000	65	9000	69	7000	61	9000	73
7200	52	9400	74	10200	80	9000	71	10150	80

Окончание табл. 10

Вариант 6		Вариант 7		Вариант 8		Вариант 9		Вариант 10	
Доза (мл/л)	Средняя гибель, %	Доза (мл/л)	Средняя гибель, %	Доза (мл/л)	Средняя гибель, %	Доза (мл/л)	Средняя гибель, %	Доза (мл/л)	Средняя гибель, %
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
350	9	350	7	100	6	200	8	200	8
450	11	450	12	400	12	400	11	400	11
550	13	550	13	550	15	650	13	650	13
650	17	650	19	700	19	700	18	700	18
750	23	950	22	750	23	850	23	850	23
950	25	1000	24	900	25	900	24	900	24
1000	27	2000	38	1000	27	1000	27	1000	27
2000	30	5000	44	3000	32	3000	29	3000	29
5000	41	7000	50	5000	44	4000	42	4000	42
7000	48	9000	75	8000	59	6000	51	6000	51
9000	71	10400	82	9000	74	9000	71	9000	71

Таблица 11. Концентрация инсектицида и гибель особей

Вариант 11		Вариант 12		Вариант 13		Вариант 14		Вариант 15	
Доза (мл/л)	Средняя гибель, %	Доза (мл/л)	Средняя гибель, %	Доза (мл/л)	Средняя гибель, %	Доза (мл/л)	Средняя гибель, %	Доза (мл/л)	Средняя гибель, %
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
50	8	50	6	100	7	150	9	300	10
100	10	100	8	200	14	250	11	400	12
150	12	150	10	350	17	350	15	500	15
200	14	200	12	400	19	450	18	600	17
250	16	250	14	650	21	650	20	700	23
300	18	500	18	700	23	750	23	900	29
350	20	850	21	950	27	950	27	1000	31
400	22	900	24	2000	34	1000	31	2000	34
500	25	1000	26	4000	38	2000	36	4000	38
2000	42	2000	32	6000	57	6000	55	6000	45
8000	56	8000	68	9000	69	7000	64	9000	73

Окончание табл. 11

Вариант 16		Вариант 17		Вариант 18		Вариант 19		Вариант 20	
Доза (мл/л)	Средняя гибель, %	Доза (мл/л)	Средняя гибель, %	Доза (мл/л)	Средняя гибель, %	Доза (мл/л)	Средняя гибель, %	Доза (мл/л)	Средняя гибель, %
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
350	9	350	8	100	9	200	8	300	9
450	11	450	12	400	12	400	11	500	12
550	13	550	15	550	15	650	13	750	13
650	17	650	19	700	18	700	16	900	17
750	23	950	21	750	23	850	21	950	22
950	25	1000	23	900	24	900	24	1000	24
1000	27	2000	38	1000	27	1000	26	2000	26
2000	30	5000	46	3000	33	3000	29	3000	32
5000	41	7000	53	5000	44	4000	44	6000	48
7000	48	8050	68	8000	59	6000	55	8000	64
9000	71	9000	75	9000	73	9000	71	9000	73

Тема 4. КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

Теоретическая часть.

Между различными признаками в природе существуют определенные взаимосвязи. Знание этих связей, зависимости одного признака от другого важно и для агрономической практики. Выращивание сельскохозяйственных культур предполагает знание связей между продуктивностью и обеспеченностью растений элементами питания, теплом и т. п.

Для описания связей между переменными величинами (признаками) применяют понятие функции f , которая ставит в соответствие каждому определенному значению независимой переменной X определенное значение зависимой переменной Y . Такие однозначные связи называются функциональными ($Y = f(x)$). Но в природе они встречаются не всегда. В биологических, сельскохозяйственных науках чаще встречаются такие соотношения между переменными, когда каждому значению признака X соответствует не одно, а множество значений Y . Например, колосья пшеницы одной и той же длины могут содержать различное число зерен. Причиной такого варьирования является тот факт, что каждый биологический признак представляет собой функцию многих переменных: на него влияют и генетические, и средовые факторы. Поэтому зависимость между такими признаками имеет не функциональный, а стохастический характер. Эти связи обнаруживаются при массовом изучении признаков и называются **корреляционными**, или **корреляцией**.

Так как при корреляции разным значениям одной переменной соответствуют различные распределения другой переменной, то форма стохастической связи может быть описана не как зависимость отдельных значений Y от величины X , а как зависимость частных средних $\bar{Y}_x$ значений X . Изменение функций в зависимости от определенного изменения значений одного или нескольких аргументов называется регрессией. Описанию корреляционных связей служит корреляционно-регрессионный анализ.

Корреляции подразделяют по направлению, форме и числу связей.

По **числу связей** корреляция бывает *простой* (зависимость между двумя признаками) и *множественной* (три и более), **по форме** – *прямолинейной* и *криволинейной*, **по направлению** – *прямой* и *обратной*.

Уравнение $y = a + bx$ является наиболее общим типом прямолинейной зависимости.

При $y = bx$ мы полагаем, что $a = 0$, а в случае с уравнением $y = x$, $a = 0$ и $b = 1$.

В биометрии величину b называют коэффициентом регрессии, а само уравнение $y = a + bx$ – регрессионным уравнением, или просто регрессией.

Величина x в биометрии называется независимой переменной, а величина y – зависимой переменной. Задача регрессионного анализа состоит в том, чтобы любую форму корреляционной связи выразить уравнением.

Непосредственно же в ходе регрессионного анализа определяются величины коэффициента регрессии и свободного члена регрессионного уравнения и оценивается их статистическая значимость.

В качестве числового показателя простой линейной корреляции, отражающего тесноту (силу) и направление связи, используют отвлеченное безразмерное число, называемое *коэффициентом корреляции* и обозначаемое буквой r .

Для анализа линейной корреляции между X и Y проводят n независимых парных наблюдений, исходом каждого из которых является пара чисел $(X_1; Y_1)$, $(X_2; Y_2)$, ..., $(X_n; Y_n)$. Технику вычисления коэффициента корреляции рассмотрим на примере (табл. 12).

Коэффициент корреляции вычисляют по формуле

$$r = \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X - \bar{X})^2 \cdot \sum (Y - \bar{Y})^2}} = \frac{5,61}{\sqrt{0,3778 \cdot 136}} = \frac{5,61}{\sqrt{51,3808}} = 0,783.$$

Значения коэффициента корреляции могут находиться в пределах от +1 при прямой функциональной связи до –1 при обратной функциональной связи.

При полном отсутствии корреляции:

$r = 0$, $r < \pm 0,3$ корреляционная зависимость слабая; $r = \pm 0,3 \div 0,7$ – средняя; $r > \pm 0,7$ – сильная.

Знак при коэффициенте корреляции указывает направление связи: «+» – прямая зависимость; «–» – связь обратная.

Таким образом, связь между числом зерен в колосьях и продуктивностью растений озимой ржи сорта Ясельда сильная ($r = 0,783$).

Таблица 12. Вычисление коэффициента корреляции между числом зерен в колосе (X) и продуктивностью растений озимой ржи сорта Ясельда (Y)

№ растения	Значение признаков		Отклонение от средней		Квадраты отклонений		Произведение отклонений
	Число зерен в колосе X, шт.	Продуктивность растений Y, г/раст.	$X - \bar{x}$	$Y - \bar{y}$	$(X - x)^2$	$(Y - \bar{y})^2$	$(X - \bar{x}) \cdot (Y - \bar{y})$
1	38	1,74	-3	-0,13	9	0,0169	0,39
2	46	2,06	5	0,19	25	0,0361	0,95
3	38	1,75	-3	-0,12	9	0,0144	0,36
4	42	2,00	1	0,13	1	0,0169	0,13
5	38	1,53	-3	-0,34	9	0,1156	1,02
6	44	1,78	3	-0,09	9	0,0081	-0,27
7	38	1,77	-3	-0,10	9	0,0100	0,30
8	37	1,80	-4	-0,07	16	0,0049	0,28
9	48	2,22	7	0,35	49	0,1225	2,45
10	41	2,05	0	0,18	0	0,0324	0
Сумма	$\sum X = 410$	$\sum Y = 18,70$	$\sum (X - \bar{x}) = 0$	$\sum (Y - \bar{y}) = 0$	$\sum (X - \bar{x})^2 = 136$	$\sum (Y - \bar{y})^2 = 0,3778$	$\sum (X - \bar{x}) \cdot (Y - \bar{y}) = 5,61$
Среднее	$\bar{x} = \frac{\sum X}{n} = \frac{410}{10} = 41$	$\bar{y} = \frac{\sum Y}{n} = \frac{18,7}{10} = 1,87$	-	-	-	-	-

Примечание. $n = 10$.

Степень связи между признаками более точно измеряется коэффициентом детерминации d_{yx} , равным квадрату коэффициента корреляции:

$$d_{yx} = r^2.$$

Он показывает долю (%) тех изменений, которые зависят от изучаемого фактора. В нашем примере $d_{yx} = 0,783^2 = 0,613$. Таким образом, только 61,3 % изменчивости признака Y (продуктивность растений озимой ржи сорта Ясельда) обусловлено действием факториального признака X (числом зерен в колосе), остальная часть корреляционной связи ($1 - 0,613 = 0,387$) обусловлена другими факторами.

Коэффициент корреляции выборочных наблюдений подвержен случайным колебаниям, которые зависят от объема выборки и точности проведения наблюдений. Поэтому для оценки надежности выборочного коэффициента корреляции вычисляют его ошибку и критерий существенности.

Стандартную ошибку коэффициента корреляции определяют по формуле

$$S_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0,783^2}{10 - 2}} = 0,220,$$

где S_r – ошибка коэффициента корреляции;

r – коэффициент корреляции;

n – число пар значений выборки.

Чем больше число наблюдений, тем меньше будет ошибка коэффициента корреляции. Значение коэффициента корреляции обычно записывается вместе с его ошибкой

$$r \pm S_r = 0,783 \pm 0,220.$$

Критерий существенности коэффициента корреляции вычисляют по формуле

$$t_r = \frac{r}{S_r} = \frac{0,783}{0,220} = 3,56.$$

Сопоставляя фактические и теоретически рассчитанные значения t_r при числе степеней свободы, равном $n - 2$, оценивают существенность

корреляционной связи. Если $t_{r_{\text{факт}}} \geq t_{r_{\text{теор}}}$, то корреляционная связь существенна, а при $t_{r_{\text{факт}}} < t_{r_{\text{теор}}}$ – несущественна.

Теоретическое значение критерия находят по таблице Стьюдента (прил. 1), принимая 5%-ные или 1%-ные уровни значимости. Так, t_{05} равен значению 2,45 при $n - 2 = 8$ степенях свободы. Значит, коэффициент корреляции в нашем случае существует.

Определив коэффициент корреляции, мы выясняем направление и степень сопряженности в изменчивости признаков. Однако он не позволяет узнать, как количественно изменяется результативный признак (в нашем примере продуктивность растений) при изменении факториального (в нашем примере число зерен в колосе) на единицу измерения (т. е. на 1 шт.). Это решается с помощью *регрессионного анализа*. Его основная задача – определить формулу корреляционной зависимости. Различают регрессию простую и множественную, а по форме – прямо- и криволинейную.

Сущность регрессионного анализа состоит в том, чтобы построить линию, которая наиболее точно выражала бы зависимость одного признака от другого.

Зависимость между признаками может быть выражена коэффициентом регрессии, показывающим, в каком направлении и на какую величину изменяется в среднем один признак Y (функция) при изменении другого X (аргумент) на единицу измерения. Коэффициентов регрессии столько, сколько признаков, они имеют знак коэффициента корреляции и вычисляются по следующим формулам:

$$b_{yx} = \frac{\sum (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\sum (X - \bar{x})^2} = \frac{5,61}{136} = 0,0413;$$

$$b_{xy} = \frac{\sum (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\sum (Y - \bar{y})^2} = \frac{5,61}{0,3778} = 14,8491.$$

Произведение коэффициентов регрессии равно квадрату коэффициента корреляции:

$$b_{yx} \cdot b_{xy} = r^2.$$

$$r = \sqrt{0,04125 \cdot 14,8491} = \sqrt{0,6125} = 0,783.$$

Ошибку коэффициентов регрессии вычисляют по формулам:

$$S_{b_{yx}} = S_r \cdot \sqrt{\frac{\sum (Y - \bar{y})^2}{\sum (X - \bar{x})^2}} = 0,220 \cdot \sqrt{\frac{0,3778}{136}} = 0,220 \cdot 0,0527 = 0,0116;$$

$$S_{b_{xy}} = S_r \cdot \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{x})^2}{\sum (Y - \bar{y})^2}} = 0,220 \cdot \sqrt{\frac{136}{0,3778}} = 0,220 \cdot 18,97 = 4,1741.$$

Корреляция может быть изображена графически в виде линии регрессии. Линию регрессии можно построить двумя способами – графическим и аналитическим.

При графическом способе по оси абсцисс откладывают значения признака X , по оси ординат – значения признака Y . Каждое наблюдение под двумя переменными отличается точкой с координатами $(X; Y)$. Такой график называют точечной диаграммой, или корреляционным полем.

На точечной диаграмме с помощью прозрачной линейки проводят линию на глаз так, чтобы она располагалась как можно ближе ко всем точкам и сумма расстояний этой линии от эмпирических точек была наименьшей. Данный способ приближителен, так как дает возможность выявить лишь общую тенденцию, поэтому лучше пользоваться аналитическим способом.

При аналитическом способе используют уравнение прямой линии (для линейной регрессии)

$$Y = a + bx.$$

По исходным наблюдениям вычисляют $\bar{x}$, $\bar{y}$, и b_{yx} и подставляют в уравнение линейной регрессии

$$a = \bar{y} - b_{yx};$$

$$b = b_{yx},$$

имеющее следующий вид:

$$Y = \bar{y} + b_{yx} (X - \bar{x});$$

$$Y = 1,87 + 0,0413 (X - 41);$$

$$Y = 0,1767 + 0,0413 \cdot X.$$

По уравнению находят теоретически усредненные значения Y для крайних ($\min$ и $\max$) значений ряда X . Найденные точки $(X_{\min}; Y_{\min})$ и $(X_{\max}; Y_{\max})$ наносят на график и соединяют прямой. Это и будет теоретическая линия регрессии Y по X .

В нашем случае при $X_{\min} = 37$ $Y_{\min}$ составит 1,7048, а при $X_{\max} = 48$ $Y_{\max} = 2,1592$.

$$Y_{\min} = 0,1767 + 0,0413 \cdot 37 = 1,7048;$$

$$Y_{\max} = 0,1767 + 0,0413 \cdot 48 = 2,1592.$$

Найденные точки (37; 1,7048) и (48; 2,1592) наносим на график и соединяем прямой. Получаем теоретическую линию регрессии Y и X , которая показывает, что при увеличении числа зерен в колосе (на 1 шт.) продуктивность растений увеличивается в среднем на 0,0413 г/раст.

На графике целесообразно указать уравнения регрессии, коэффициент регрессии и корреляции, доверительную зону для истинной линии регрессии в совокупности (рис. 11).

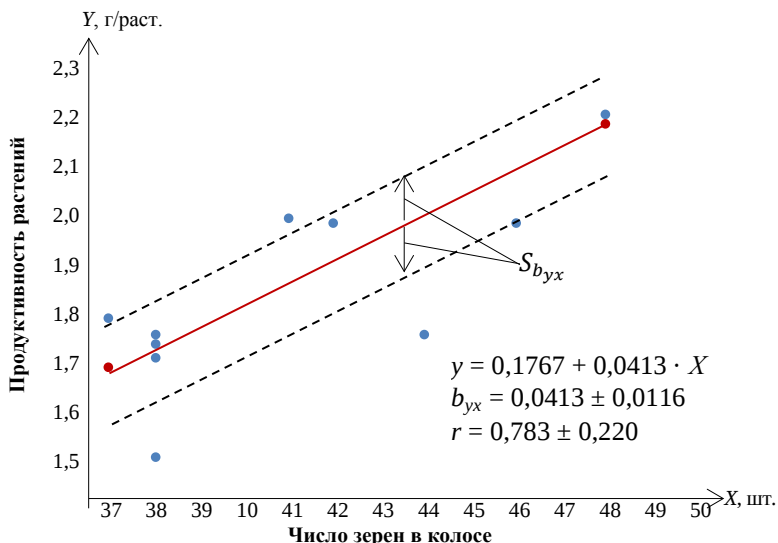


Рис. 11. Точечный график и теоретическая линия регрессии при прямой корреляции между продуктивностью растений и числом зерен в колосе

Для установления доверительной зоны необходимо вверх и вниз от теоретической линии регрессии отложить величину одной (68%-ная зона) или двух (95%-ная зона) ошибок отклонений от регрессии, т. е. $\pm S_{\text{бук}}$ или $\pm 2S_{\text{бук}}$, и соединить найденные точки пунктирными линиями. Область, заключенная между этими линиями, называется *доверительной зоной регрессии*.

На рис. 12 представлен точечный график, рассчитанный с использованием программы Excel для данной выборки.

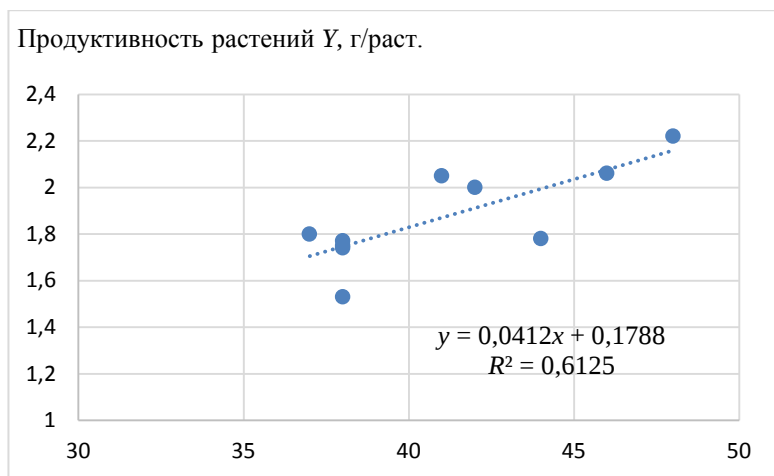


Рис. 12. Точечный график, рассчитанный с использованием программы Excel

Для построения графика выбирают функцию **Вставка** – вкладку **Диаграммы** – точечный график (рис. 13) – выбрать данные – добавить – слева колонки 1. – продуктивность растений Y, г/раст. – 2. значение x \$A\$2:\$A\$11 – 3. значение y \$B\$2:\$B\$11.

Выбирают по горизонтальной оси данные – параметры оси – изменяют границы – минимум 30 – Enter.

Выделяют точки на графике – правой клавишей мыши – добавить линию тренда – параметры линии тренда – линейная – выбрать показатели *показывать уравнение на диаграмме и поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации* (рис. 14).

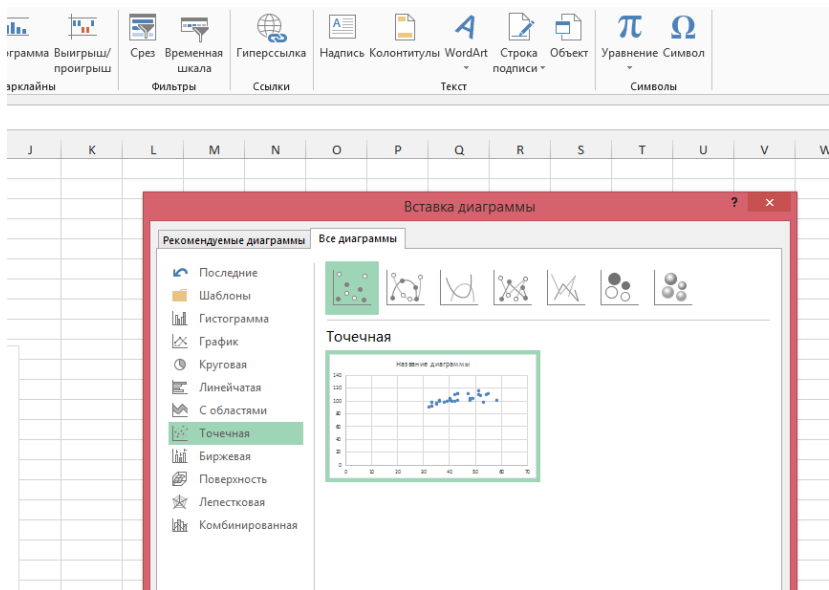


Рис. 13. Внесение исходных данных и выбор диаграммы

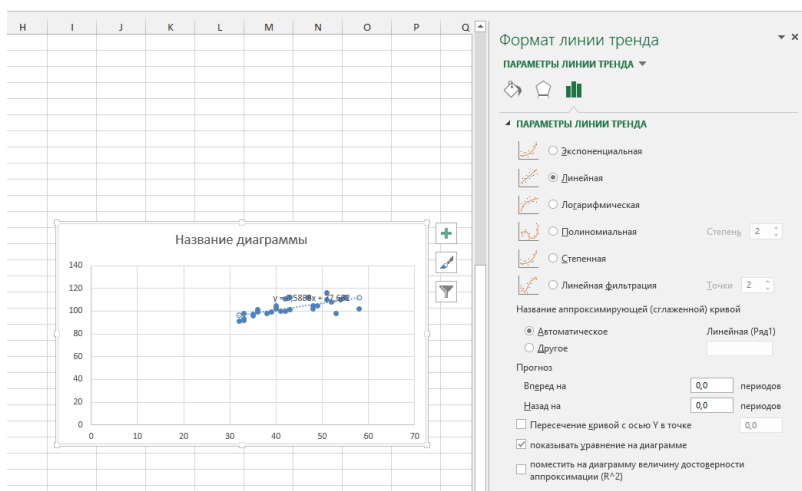


Рис. 14. Точечный график, рассчитанный с использованием программы Excel

Вывод. Корреляция между продуктивностью растений озимой ржи сорта Ясельда и числом зерен в колосе прямая, сильная ($r = 0,783$). Продуктивность растений на 61,3 % зависит от числа зерен в колосе. При увеличении числа зерен в колосе на 1 шт. продуктивность растений озимой ржи сорта Ясельда увеличивается на 0,0413 г. Данная зависимость выражается уравнением $Y = 0,1767 + 0,0413 \cdot X$.

Задание. Вычислить коэффициенты прямолинейной корреляции и регрессии, рассчитать уравнение регрессии, представить полученные данные в виде графика и сделать выводы. Исходные данные приведены в табл. 13–14.

Таблица 13. Независимые переменные

Номер растения	Урожайность Y , г/м ²	Урожайность Y , г/м ²	Высота растений X_1 , см	Количество кистей X_2 , шт.	Количество бобов на растении X_3 , см	Количество семян на растении X_4 , шт.	Вес семян с одного растения X_5 , г	Масса 1000 семян X_6 , г	Количество семян в бобе X_7 , шт.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	345,8	41,1	63,0	2,0	7,0	22,5	5,4	290	3,3
2	1010,7	211,2	63,6	1,3	4,3	15,9	4,1	307	3,6
3	689,0	127,0	71,3	1,0	3,5	13,6	4,3	255	3,9
4	725,7	254,4	62,0	1,1	4,2	15,7	4,2	264	3,8
5	719,3	181,2	60,3	1,3	4,9	16,9	6,7	289	3,5
6	787,7	276,2	65,2	1,0	4,2	15,5	4,6	317	3,7
7	581,3	150,3	49,9	1,0	4,3	16,1	4,5	253	3,7
8	1077,2	188,0	53,3	1,2	5,2	18,9	5,3	266	4,1
9	741,5	86,8	52,4	1,3	5,5	19,1	5,0	257	3,5
10	877,3	289,2	65,1	1,8	6,6	19,2	4,3	278	3,0
11	916,7	182,0	60,3	1,2	5,6	18,2	4,9	278	3,4
12	1302,6	228,4	64,6	1,0	5,2	19,4	5,7	252	3,8
13	929,4	148,9	61,8	1,6	5,1	17,3	6,8	259	3,5
14	795,6	228,3	69,0	1,5	5,5	18,0	5,2	272	3,4
15	635,7	177,0	64,9	1,6	6,3	22,1	4,9	269	3,8
16	756,9	201,6	65,6	1,4	4,2	16,1	4,1	264	3,9
17	668,4	128,6	74,6	1,2	5,2	19,2	3,8	267	3,7
18	499,8	78,2	56,3	1,1	4,3	16,8	4,3	271	3,9
19	864,6	120,4	63,7	1,0	5,2	17,1	3,9	264	3,2
20	926,9	230,6	61,9	1,1	6,0	19,4	4,3	266	3,2
21	761,4	269,5	63,9	1,4	5,5	18,8	4,6	238	3,5
22	963,2	161,2	64,7	1,3	4,3	16,1	4,2	229	3,8

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
23	427,7	168,9	63,0	1,9	6,5	24,5	6,9	246	3,8
24	202,3	80,4	61,7	1,9	5,9	20,0	4,3	238	3,5
25	209,6	51,0	58,0	1,0	2,8	9,3	1,5	246	3,4
26	110,9	15,4	40,2	1,0	3,1	9,5	1,0	237	3,2
27	176,4	28,6	65,0	1,1	6,6	19,6	3,1	252	3,1

Таблица 14. Независимые переменные

Номер растения	Урожайность Y , г/м ²	Высота растений X_1 , см	Количество кистей X_2 , шт.	Количество бобов на растении X_3 , см	Количество семян на растении X_4 , шт.	Масса 1000 семян X_5 г	Вес семян с одного растения X_6 , г	Продолжительность вегетационного периода, дн. X_7
1	126,0	49,2	2,9	8,0	31,8	253	6,7	163
2	445,0	42,7	2,9	10,1	35,4	258	4,6	152
3	322,5	35,9	3,1	9,3	31,9	218	6,4	137
4	539,4	37,3	2,3	8,2	30,7	261	3,7	149
5	442,2	38,3	2,5	9,8	35,2	246	5,9	123
6	428,8	39,2	3,2	12,0	41,3	283	3,9	138
7	312,8	31,5	2,2	7,8	28,1	222	4,2	137
8	514,3	48,2	2,6	10,5	43,1	283	5,6	137
9	314,5	29,4	1,0	8,6	31,1	222	5,3	125
10	572,3	43,6	2,4	7,4	28,3	285	5,8	140
11	335,4	33,0	2,9	9,4	37,4	258	5,9	138
12	411,6	40,3	2,4	10,6	40,4	255	5,4	137
13	498,4	45,5	2,2	9,1	35,7	291	4,9	148
14	466,4	43,7	1,8	8,3	31,1	300	6,4	145
15	493,0	36,2	3,1	9,1	30,5	307	6,5	133
16	454,3	42,7	2,6	9,1	31,7	280	6,9	146
17	388,8	43,0	2,2	8,4	32,7	305	7,8	119
18	392,0	36,8	1,0	7,0	21,0	224	3,9	125
19	512,0	46,7	2,9	10,0	37,1	254	5,3	137
20	578,5	43,6	2,6	9,1	34,1	305	7,3	135
21	517,5	41,4	1,8	8,6	31,0	255	7,2	131
22	561,6	39,6	3,5	12,2	44,4	235	4,9	135
23	214,5	41,8	2,0	6,7	23,6	244	6,0	139
24	164,3	36,8	2,0	7,4	24,5	268	4,7	138
25	182,5	35,7	1,8	10,2	31,7	226	6,5	138
26	126,0	30,2	2,0	13,9	37,9	252	6,5	138
27	445,0	35,9	1,4	9,0	23,3	310	5,3	142

Тема 5. ДВУХФАКТОРНЫЙ ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ МНОГОФАКТОРНОГО ПОЛЕВОГО ОПЫТА

Теоретическая часть.

Дисперсионный анализ (дословно: анализ дисперсий) основан на разложении общей изменчивости статистического комплекса на составляющие его компоненты, сравнивая которые, можно определить **значимость влияния отдельных факторов**, а также **долю общей вариации** учитываемого признака, обусловленную действием на него организованных в опыте и неорганизованных факторов.

Чаще всего на практике встречаются однофакторные и двухфакторные комплексы, равномерные и неравномерные, сопряженные и несопряженные.

Дисперсионный анализ – наиболее часто применяемый в исследовательской работе в области сельского хозяйства метод, но возможности его используются обычно не в полной мере по той причине, что многие исследователи ограничиваются лишь сравнением средних по наименьшей существенной разности (НСР).

Методы, позволяющие оценивать статистическую значимость различий между выборками, *называют тестами*. В ходе реализации того или иного теста обычно рассчитывается некая величина, называемая *статистическим критерием*.

На основе критерия судят о величине разницы между сравниваемыми группами. Существуют две большие группы статистических критериев:

1) *параметрические*: их расчет основан на параметрах, характеризующих распределение выборок, представляют собой функции от этих параметров. Применимы в тех случаях, когда генеральные совокупности, из которых взяты анализируемые выборки, распределяются по нормальному закону;

2) *непараметрические*: указанных выше ограничений не имеют, т. е. они не требуют, чтобы анализируемые данные подчинялись нормальному закону распределения. Нормальный закон распределения также называется **законом Гаусса**.

Нормальный закон распределения занимает центральное место в теории вероятностей. Это обусловлено тем, что этот закон проявляется во всех случаях, когда случайная величина является результатом действия большого числа различных факторов. К нормальному закону приближаются все остальные законы распределения.

В связи с этим подчеркнем, что главное в дисперсионном анализе –

анализ дисперсий (о чем говорит его название). Примером использования однофакторного дисперсионного анализа может служить *сортоиспытание*. Объективное сортоиспытание предполагает такую организацию опыта, при которой фенотипические различия между сортами можно связать с их генотипами. В частности, закладка опытного участка плодовых или лесных культур должна производиться в один и тот же год одновозрастными саженцами, полученными путем прививки на один и тот же стандартный для данной культуры и зоны подвой в одних и тех же условиях. Соблюдение принципа единственности различий – обязательное условие проведения сортоиспытания. По этой причине при расположении деревьев на опытном участке должен применяться принцип рендомизации.

На рис. 15 представлено возможное размещение деревьев трех сравниваемых сортов при схеме посадки 9×6 м, когда места посадки определялись по жребью (по закону случайных чисел), т. е. при полной рендомизации. Случайное расположение позволяет считать, что все сорта будут выращиваться при одинаковых внешних условиях (снимается эффект положения). Использование принципа рендомизации обеспечивает возможность применения дисперсионного метода анализа.

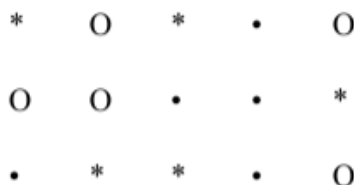


Рис. 15. Случайное размещение деревьев трех сравниваемых сортов (*, O, •) на опытном участке

Дисперсионный анализ многофакторного полевого опыта позволяет статистически оценить действие и взаимодействие изучаемых факторов на изменчивость результативного признака.

Трехфакторные и еще более сложные *дисперсионные комплексы* обычно не встречаются в практике *биометрических исследований*. Если число факторов три (A , B , C) и более, то возрастает не только число взаимодействий первого порядка $A - B$, $A - C$, $B - C$, но и появляются взаимодействия более высоких порядков. Ничего такого в *двухфакторном анализе* не бывает, там есть лишь взаимодействие $A - B$. Из-за взаимодействий высоких порядков возникает плохо разработанная

проблема интерпретации результатов многофакторного дисперсионного анализа.

В полевом опыте эффект от совместного применения изучаемых факторов может быть больше (синергизм) или меньше (антагонизм) суммы эффектов от раздельного применения каждого из них. В первом случае такое взаимодействие является положительным, во втором – отрицательным. Когда факторы не взаимодействуют, то прибавка от совместного применения равна сумме прибавок от раздельного воздействия (аддитивизм).

Поэтому задачей многофакторного полевого опыта является изучение влияния факторов в отдельности и их взаимодействия на результативный признак.

Таким образом, общую изменчивость в многофакторном опыте можно представить в следующем виде:

$$C_y = (C_A + C_B + C_{AB}) + C_p + C_Z - \text{для двухфакторного опыта};$$

$$C_y = (C_A + C_B + C_C + C_{AB} + C_{AC} + C_{BC} + C_{ABC}) + C_p + C_Z - \text{для трехфакторного опыта}.$$

Рассмотрим пример статистической обработки урожайных данных полевого двухфакторного опыта, поставленного в четырехкратной повторности ($n = 4$), где фактор A – сорта ($l_A = 3$), фактор B – дозы удобрений ($l_B = 4$).

Исходные данные вносим в табл. 15 и определяем суммы и средние. Проверим правильность вычислений по соотношению

$$\sum P = \sum V = \sum X.$$

Определим суммы квадратов отклонений, для чего вначале все цифры табл. 15, за исключением средних, возведем в квадрат и занесям в соответствующие графы табл. 16.

Число наблюдений составит:

$$N = l_A \cdot l_B \cdot n = 3 \cdot 4 \cdot 4 = 48.$$

Корректирующий фактор

$$C = (\sum X)^2 : N = (2203)^2 : 48 = 101\,108,5.$$

Определяем виды варьирования:

$$\begin{aligned} C_y = \sum X^2 - C &= (1024 + 841 + \dots + 2500) - 101\,108 = \\ &= 109\,119 - 101\,108,5 = 8010,5; \end{aligned}$$

$$C_p = \sum P^2: l_A \cdot l_B - C = (366\,025 + 339\,889 + 298\,116 + 219\,961) : (3 \cdot 4) - 101\,108,5 = 1\,223\,991,0 : 12 - 101\,108,5 = 890,8;$$

$$C_v = \sum V^2 : n - C = (11\,449 + 31\,329 + \dots + 53\,361) : 4 - 101\,108,5 = 432\,075 : 4 - 101\,108,5 = 6910,3;$$

$$C_z = C_y - C_p - C_v = 8010,5 - 890,8 - 6910,3 = 209,4.$$

Таблица 15. Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов пшеницы мягкой озимой

А	В	Повторения				Суммы V	Сред- ние
		I	II	III	IV		
Элегия (контроль)	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	32	29	25	21	107	26,8
	Фон + N ₆₀	48	46	44	42	177	44,3
	Фон + N ₉₀	58	54	52	50	214	53,5
	Фон + N ₁₂₀	61	55	58	52	226	56,5
Тотем	Без удобрений	30	31	27	21	109	27,3
	Фон + N ₆₀	46	50	47	36	179	44,8
	Фон + N ₉₀	60	62	55	49	226	56,5
	Фон + N ₁₂₀	68	70	64	50	252	63,0
Асима	Без удобрений	36	30	28	22	116	29,0
	Фон + N ₆₀	50	46	45	34	175	43,8
	Фон + N ₉₀	52	50	47	42	191	47,8
	Фон + N ₁₂₀	64	60	57	50	231	57,8
Суммы Р		605	583	546	469	$\sum X = 2203$	$\bar{x}_0 = 45,9$

Таблица 16. Таблица квадратов

А	В	Повторения				V ²
		I	II	III	IV	
Элегия (контроль)	(Фон P ₆₀ K ₉₀)	1024	841	625	441	11 449
	Фон + N ₆₀	2304	2116	1681	1764	31 329
	Фон + N ₉₀	3364	2916	2704	2500	45 796
	Фон + N ₁₂₀	3721	3025	3364	2704	51 076
Тотем	(Фон P ₆₀ K ₉₀)	900	961	729	441	11881
	Фон + N ₆₀	2116	2500	2209	1296	32041
	Фон + N ₉₀	3600	3844	3025	2401	51076
	Фон + N ₁₂₀	4624	4900	4096	2500	63504
Асима	(Фон P ₆₀ K ₉₀)	1296	900	784	484	13456
	Фон + N ₆₀	2500	2116	2025	1156	30625
	Фон + N ₉₀	2704	2500	2209	1764	36481
	Фон + N ₁₂₀	4096	3600	3249	2500	53361
P ²		366 025	339 889	298 116	219 961	$(\sum X)^2 = 4\,853\,209$

Следующим этапом дисперсионного анализа многофакторного опыта является определение сумм квадратов для факторов A , B и их взаимодействия AB . Для этого составляем вспомогательную таблицу 3×4 , в которую заносим результаты суммы урожаев по вариантам из табл. 15 и находим необходимые для расчета главных эффектов суммы A и B (табл. 17).

Таблица 17. Определение главных эффектов и взаимодействия

Сорт (фактор A)	Удобрения (фактор B)				Суммы A
	Фон ($P_{60}K_{90}$)	Фон + N_{60}	Фон + N_{90}	Фон + N_{120}	
Элегия (контроль)	107	177	214	226	724
Тотем	109	179	226	252	766
Асима	116	175	191	231	713
Сумма B	332	531	631	709	$\sum X = 2203$

$$C_A = \sum A^2 : (l_b \cdot n) - C = (724^2 + 766^2 + 713^2) : (4 \cdot 4) - 101\,108,5 = 1\,619\,301 : 16 - 101\,108,5 = 97,8$$

при $(l_A - 1) = (3 - 1) = 2$ степенях свободы;

$$C_B = \sum B^2 : (l_A \cdot n) - C = (332^2 + 531^2 + 631^2 + 709^2) : (3 \cdot 4) - 101\,108,5 = 129\,3027 : 12 - 101\,108,5 = 6643,8$$

при $(l_B - 1) = (4 - 1) = 3$ степенях свободы;

$$C_{AB} = C_V - C_A - C_B = 6910,3 - 97,8 - 6643,8 = 168,7$$

при $(l_A - 1)(l_B - 1) = (3 - 1)(4 - 1) = 6$ степенях свободы.

Затем составляем таблицу дисперсионного анализа и определяем значимость действия и взаимодействия изучаемых факторов по критерию Фишера (табл. 18).

Таким образом, разложение межгрупповой дисперсии на составляющие позволяет определить доли влияния на результативный показатель каждого из факторов и их взаимодействия в отдельности.

Значение F_{05} находим по прил. 3, исходя из степеней свободы для дисперсии главных эффектов A , B и взаимодействия AB (числитель) и 33 степеней свободы дисперсии остатка (знаменатель). Так как $F_{\phi} > F_{05}$, эффект и их взаимодействия значимы на 5%-ном уровне.

Таблица 18. Результаты дисперсионного анализа двухфакторного опыта (3×4)

Дисперсия	Суммы квадратов	Доля вариации, %	Степени свободы	Средний квадрат (S^2)	Критерий F	
					факт.	теор.
Общая C_y	8010,5	100	$N - 1 = 47$	—	—	—
Повторений C_p	890,8	11,1	$n - 1 = 3$	—	—	—
Фактор C_A	97,8	1,2	$l_A - 1 = 2$	49,35	7,77	4,17
Фактор C_B	6643,8	82,9	$l_B - 1 = 3$	2214,6	348,76	3,32
Взаимодействия C_{AB}	168,7	2,1	$(l_A - 1)(l_B - 1) = 6$	28,1	4,43	2,53
Остаток (ошибка) C_Z	209,4	2,7	33	6,35	—	—

Для оценки существенности частных различий определяем:

$$S_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{S_Z^2}{n}} = \sqrt{\frac{6,35}{4}} = 1,26 \text{ ц/га};$$

$$S_d = \sqrt{\frac{2 \cdot S_Z^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,26}{4}} = 1,78 \text{ ц/га};$$

$$HCP_{05} = t_{05} \cdot S_d = 2,04 \cdot 1,78 = 3,63 \text{ ц/га}.$$

Определяем оценку существенности главных эффектов и взаимодействия по HCP_{05} , при этом частные средние опираются на $n = 4$, а средние для главного эффекта A – на $n \cdot l_B = 4 \cdot 4 = 16$ и средние для главного эффекта B – на $n \cdot l_A = 4 \cdot 3 = 12$ наблюдений. Вычисляем S_d и HCP_{05} для главных эффектов:

$$S_d = \sqrt{\frac{2S_Z^2}{n \cdot l_B}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,35}{4 \cdot 4}} = 0,89 \text{ ц/га};$$

$$HCP_{05(A)} = t_{05} \cdot S_d = 2,04 \cdot 0,89 = 1,82 \text{ ц/га}.$$

Для фактора B и взаимодействия AB

$$S_d = \sqrt{\frac{2S_Z^2}{n \cdot l_A}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,35}{4 \cdot 3}} = 1,03 \text{ ц/га};$$

$$HCP_{05(B)} = t_{05} \cdot S_d = 2,04 \cdot 1,03 = 2,1 \text{ ц/га.}$$

Затем составляем итоговую таблицу (табл. 19).

Таблица 19. Итоговая таблица дисперсионного анализа

Фактор <i>A</i> (сорт)	Фактор <i>B</i> (удобрения)	Средняя урожайность, ц/га	Разность по факторам		HCP ₀₅
			<i>A</i>	<i>B</i>	
Элегия (контроль)	(Фон P ₆₀ K ₉₀)	26,8	–	–	3,63
	Фон + N ₆₀	44,3	–	17,5	
	Фон + N ₉₀	53,5	–	26,7	
	Фон + N ₁₂₀	56,5	–	29,7	
Тотем	(Фон P ₆₀ K ₉₀)	27,3	0,5	–	
	Фон + N ₆₀	44,8	0,5	17,5	
	Фон + N ₉₀	56,5	3,0	29,2	
	Фон + N ₁₂₀	63,0	6,5	35,7	
Асима	(Фон P ₆₀ K ₉₀)	29	2,2	–	
	Фон + N ₆₀	43,8	0,5	14,8	
	Фон + N ₉₀	47,8	–5,7	18,8	
	Фон + N ₁₂₀	57,8	1,3	28,8	
HCP ₀₅			1,82	2,1	

В табл. 19 показываем три значения HCP₀₅: одно для оценки существенности частных различий между средними (HCP₀₅ = 3,63 ц/га), а два других для оценки существенности разности средних по фактору *A* (HCP₀₅ = 1,82 ц/га) и фактору *B* (HCP₀₅ = 1,82 ц/га).

Итоговые данные можно представить графически (рис. 16).

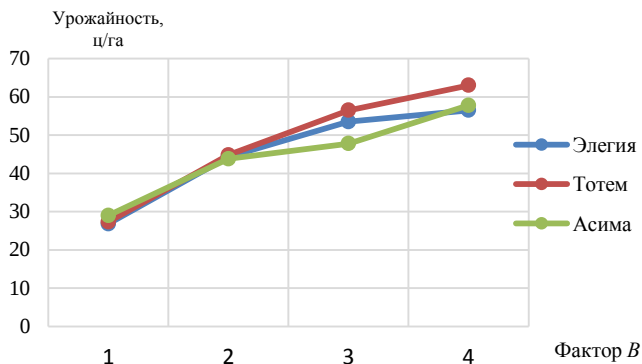


Рис. 16. Урожайность сортов озимой пшеницы в зависимости от доз азотных удобрений

Выводы. Поскольку фактические критерии Фишера F_A и F_B составляют соответственно 7,77 и 348,76, что значительно больше теоретических критериев (4,17 и 3,32), то влияние сорта и удобрений достоверно. Критерий Фишера для взаимодействия факторов F_{AB} составляет 4,43, что также больше теоретического значения (2,53), следовательно, взаимодействие сорта и удобрений существенно.

Достоверная прибавка от применения удобрений (B) получена по всем дозам. Сорт Тотем (фактор A) достоверно увеличивал урожайность при дозах N_{90} и N_{120} , по сравнению с другими сортами, где эти различия были недостоверны или существенно уступали.

Задания

Вариант 1.

Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов пшеницы мягкой озимой

Сорт (фактор A)	Система удобрений (фактор B)	Повторения			
		I	II	III	IV
Элегия (контроль)	Без удобрений (Фон $P_{60}K_{90}$)	50,5	46,3	45,4	48,1
	Фон + N_{60}	57,6	57,8	56,3	55,4
	Фон + N_{90}	70,9	62,1	66,4	72,2
	Фон + N_{120}	77,7	82,2	78,2	77,3
Велена	Без удобрений (Фон $P_{60}K_{90}$)	51,4	43,5	50,2	52,4
	Фон + N_{60}	57,8	45,8	54,3	56,3
	Фон + N_{90}	62,1	58,4	59,4	61,3
	Фон + N_{120}	72,2	62,3	68,3	71,2

Вариант 2.

Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов пшеницы мягкой озимой

Сорт (фактор A)	Система удобрений (фактор B)	Повторения			
		I	II	III	IV
Мроя (контроль)	Без удобрений (Фон $P_{60}K_{90}$)	41,3	46,3	45,2	42,3
	Фон + N_{60}	51,1	55,8	54,2	49,8
	Фон + N_{90}	57,4	62,1	59,6	55,4
	Фон + N_{120}	60,8	68,2	68,4	65,4
Тотем	Без удобрений (Фон $P_{60}K_{90}$)	44,6	48,3	47,5	45,6
	Фон + N_{60}	52,4	57,2	56,4	57,2
	Фон + N_{90}	65,3	68,2	67,3	68,1
	Фон + N_{120}	72,3	74,1	73,2	74,8

Вариант 3.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов пшеницы
мягкой озимой

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Гирлянда (контроль)	Без удобрений (Фон $P_{60}K_{90}$)	52,2	50,4	53,4	51,6
	Фон + N_{60}	56,8	54,2	58,1	56,2
	Фон + N_{90}	59,8	58,2	64,2	62,3
	Фон + N_{120}	65,4	64,3	70,2	68,9
Маля	Без удобрений (Фон $P_{60}K_{90}$)	55,4	58,1	56,2	54,2
	Фон + N_{60}	57,3	62,3	60,3	59,2
	Фон + N_{90}	66,7	69,3	70,2	68,5
	Фон + N_{120}	75,4	77,2	79,3	76,4

Вариант 4.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов пшеницы
мягкой озимой

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Элегия (контроль)	Без удобрений (Фон $P_{60}K_{90}$)	56,1	54,2	52,1	50,4
	Фон + N_{60}	58,2	56,4	54,8	53,1
	Фон + N_{90}	64,3	62,3	60,4	61,2
	Фон + N_{120}	69,1	68,3	66,4	65,2
Велена	Без удобрений (Фон $P_{60}K_{90}$)	50,4	56,2	52,3	58,3
	Фон + N_{60}	53,4	59,1	55,5	59,3
	Фон + N_{90}	66,4	68,4	66,2	69,1
	Фон + N_{120}	72,4	76,2	72,4	75,6

Вариант 5.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов пшеницы
мягкой озимой

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Ядвига (контроль)	Без удобрений (Фон $P_{60}K_{90}$)	45,2	47,8	49,2	50,4
	Фон + N_{60}	51,3	54,1	56,8	58,2
	Фон + N_{90}	55,4	58,3	60,1	62,4
	Фон + N_{120}	60,1	64,2	68,3	70,4
Влади	Без удобрений (Фон $P_{60}K_{90}$)	48,2	50,3	54,1	55,2
	Фон + N_{60}	52,3	54,2	58,3	60,1
	Фон + N_{90}	56,3	58,2	62,1	64,3
	Фон + N_{120}	60,2	62,5	66,4	68,4

Вариант 6.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов пшеницы мягкой озимой гибридной

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Хайгардо (контроль)	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	50,1	48,6	46,3	52,4
	Фон + N ₆₀	52,4	50,1	48,7	54,2
	Фон + N ₉₀	55,8	53,3	52,6	57,1
	Фон + N ₁₂₀	60,2	59,3	58,2	62,3
Гималая	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	56,5	58,1	60,3	62,1
	Фон + N ₆₀	57,6	61,1	63,3	65,1
	Фон + N ₉₀	65,4	68,2	70,6	72,3
	Фон + N ₁₂₀	72,5	73,1	76,4	78,7

Вариант 7.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов тритикале озимой

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Динамо (контроль)	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	52,6	54,1	50,8	56,2
	Фон + N ₆₀	55,1	58,1	53,2	60,1
	Фон + N ₉₀	58,4	62,3	56,4	65,4
	Фон + N ₁₂₀	62,1	65,6	60,2	69,2
Атлет 17	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	48,3	51,6	52,4	54,3
	Фон + N ₆₀	52,1	53,6	55,4	56,2
	Фон + N ₉₀	58,4	60,2	62,1	64,1
	Фон + N ₁₂₀	64,2	67,3	68,3	70,1

Вариант 8.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов тритикале озимой

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Динамо (контроль)	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	55,1	53,6	52,1	50,4
	Фон + N ₆₀	57,6	56,8	54,8	53,1
	Фон + N ₉₀	63,6	62,3	60,4	61,2
	Фон + N ₁₂₀	68,7	68,3	66,4	65,2
Тихон	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	51,4	56,2	52,3	58,3
	Фон + N ₆₀	56,4	60,1	56,5	62,3
	Фон + N ₉₀	66,3	68,4	66,2	69,5
	Фон + N ₁₂₀	75,3	74,2	72,4	76,6

Вариант 9.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов
тритикале озимой

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Динамо (контроль)	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	42,5	47,3	45,4	48,1
	Фон + N ₆₀	55,6	57,8	56,3	55,4
	Фон + N ₉₀	60,9	62,1	66,4	72,2
	Фон + N ₁₂₀	67,7	68,2	74,2	77,3
Тадеус	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	51,4	43,5	50,2	52,4
	Фон + N ₆₀	57,8	45,8	54,3	56,3
	Фон + N ₉₀	62,1	58,4	59,4	61,3
	Фон + N ₁₂₀	66,2	62,3	65,3	68,2

Вариант 10.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов
ячменя ярового пивоваренного

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Аванс (контроль)	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	34,2	34,8	37,1	35,3
	Фон + N ₆₀	40,3	42,0	42,5	40,7
	Фон + N ₉₀	49,0	50,4	51,1	55,1
	Фон + N ₁₂₀	58,2	59,3	62,1	64,3
Компас	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	36,2	38,8	37,5	39,3
	Фон + N ₆₀	42,5	44,3	43,5	46,7
	Фон + N ₉₀	51,6	54,2	53,5	58,1
	Фон + N ₁₂₀	58,9	59,4	61,4	62,2

Вариант 11.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов
ячменя ярового пивоваренного

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Увертюра (контроль)	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	34,2	35,8	34,5	37,3
	Фон + N ₆₀	36,8	38,2	39,1	41,4
	Фон + N ₉₀	48,6	50,2	53,5	58,1
	Фон + N ₁₂₀	52,3	56,6	58,1	62,2
Абба	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	36,5	37,3	34,9	37,8
	Фон + N ₆₀	45,5	42,3	45,5	48,7
	Фон + N ₉₀	50,6	52,2	55,5	60,1
	Фон + N ₁₂₀	56,3	58,6	62,1	64,2

Вариант 12.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов
ячменя ярового пивоваренного

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Аванс (контроль)	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	34,2	34,8	37,1	39,3
	Фон + N ₆₀	40,3	42,0	42,5	44,7
	Фон + N ₉₀	49,0	50,4	51,1	55,1
	Фон + N ₁₂₀	54,3	56,6	55,1	60,2
Амидала	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	42,1	44,1	40,6	42,4
	Фон + N ₆₀	46,3	48,2	45,8	46,4
	Фон + N ₉₀	50,6	55,2	49,4	52,6
	Фон + N ₁₂₀	54,4	60,9	56,1	58,2

Вариант 13.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов
ячменя ярового пивоваренного

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Увертюра (контроль)	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	34,2	35,8	34,5	37,3
	Фон + N ₆₀	41,5	44,3	43,5	46,7
	Фон + N ₉₀	48,6	50,2	53,5	58,1
	Фон + N ₁₂₀	52,3	56,6	58,1	62,2
Файерфокс	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	38,4	39,8	41,5	43,1
	Фон + N ₆₀	42,6	44,8	45,9	48,4
	Фон + N ₉₀	50,4	54,2	55,1	59,4
	Фон + N ₁₂₀	62,3	59,6	64,3	65,7

Вариант 14.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов
ячменя ярового кормового

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Добры (контроль)	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	35,3	36,4	33,1	34
	Фон + N ₆₀	37,3	38,3	34,6	35,8
	Фон + N ₉₀	45,7	49,2	46,4	47,1
	Фон + N ₁₂₀	54,3	56,6	52,2	55,1
Дублер	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	38,1	36,7	35,2	37,4
	Фон + N ₆₀	42,5	40,3	39,6	42,3
	Фон + N ₉₀	49,1	50,2	45,2	48,3
	Фон + N ₁₂₀	56,8	58,3	55,4	58,2

Вариант 15.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов
ячменя ярового кормового

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Добры (контроль)	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	35,3	36,4	33,1	34,0
	Фон + N ₆₀	38,3	39,3	37,1	38,1
	Фон + N ₉₀	42,7	41,7	40,5	41,1
	Фон + N ₁₂₀	54,3	56,6	52,2	55,1
Страж 110	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	41,2	42,3	39,1	40,9
	Фон + N ₆₀	45,6	44,1	47,2	45,4
	Фон + N ₉₀	48,1	49,3	50,9	49,2
	Фон + N ₁₂₀	54,9	59,1	59,3	56,6

Вариант 16.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов
ячменя ярового кормового

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Добры (контроль)	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	35,3	36,4	33,1	34,0
	Фон + N ₆₀	38,3	39,3	37,1	38,1
	Фон + N ₉₀	42,7	41,7	40,5	41,1
	Фон + N ₁₂₀	54,3	56,6	52,2	55,1
Корнет	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	45,6	46,4	43,9	44,0
	Фон + N ₆₀	49,1	49,2	47,4	48,7
	Фон + N ₉₀	54,3	56,2	55,1	54,2
	Фон + N ₁₂₀	59,7	61,4	60,2	62,2

Вариант 17.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов
ячменя ярового кормового

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Добры (контроль)	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	35,3	36,4	33,1	34,0
	Фон + N ₆₀	38,3	39,3	37,1	38,1
	Фон + N ₉₀	42,7	41,7	40,5	41,1
	Фон + N ₁₂₀	54,3	56,6	52,2	55,1
Айрвэй	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	41,3	46,3	45,2	42,3
	Фон + N ₆₀	52,2	57,8	51,1	49,8
	Фон + N ₉₀	54,3	62,1	59,6	55,4
	Фон + N ₁₂₀	60,8	72,2	65,4	66,3

Вариант 18.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов
ячменя ярового кормового (голозерного)

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Адамант (контроль)	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	34,2	34,1	35,1	36,3
	Фон + N ₆₀	36,3	36,2	38,5	38,7
	Фон + N ₉₀	41,0	40,9	42,1	45,1
	Фон + N ₁₂₀	44,5	46,6	45,1	50,2
Дева	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	35,3	36,4	33,1	34,0
	Фон + N ₆₀	38,3	39,3	37,1	38,1
	Фон + N ₉₀	42,7	41,7	40,5	41,1
	Фон + N ₁₂₀	54,3	56,6	52,2	55,1

Вариант 19.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов пшеницы
яровой мягкой

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Любава (контроль)	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	48,2	50,3	54,1	55,2
	Фон + N ₆₀	52,3	54,2	58,3	59,1
	Фон + N ₉₀	59,3	60,2	64,5	65,3
	Фон + N ₁₂₀	65,5	67,3	69,2	70,1
Токката	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	51,4	56,2	52,3	58,3
	Фон + N ₆₀	56,4	62,1	58,5	62,3
	Фон + N ₉₀	65,4	72,1	70,4	71,3
	Фон + N ₁₂₀	75,4	78,3	79,2	77,9

Вариант 20.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов пшеницы
яровой мягкой

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Любава (контроль)	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	48,2	50,3	54,1	55,2
	Фон + N ₆₀	52,3	54,2	58,3	60,1
	Фон + N ₉₀	56,3	58,2	62,1	64,3
	Фон + N ₁₂₀	60,2	62,5	66,4	68,4
Нимфа	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	55,4	58,1	56,2	54,2
	Фон + N ₆₀	58,3	62,3	63,1	61,3
	Фон + N ₉₀	66,7	69,3	70,2	68,5
	Фон + N ₁₂₀	75,4	77,2	79,3	74,2

Вариант 21.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов
тритикале озимой

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Тадеус (контроль)	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	57,5	52,3	50,4	53,1
	Фон + N ₆₀	60,6	62,8	61,3	60,4
	Фон + N ₉₀	65,9	67,1	71,4	77,2
	Фон + N ₁₂₀	72,7	73,2	79,2	82,3
Звено	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	56,4	48,5	55,2	57,4
	Фон + N ₆₀	62,8	50,8	59,3	61,3
	Фон + N ₉₀	67,1	63,4	64,4	66,3
	Фон + N ₁₂₀	69,1	64,2	67,2	69,2

Вариант 22.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов
ячменя ярового пивоваренного

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Адамант (контроль)	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	39,2	39,8	42,1	44,3
	Фон + N ₆₀	45,3	47,0	47,5	49,7
	Фон + N ₉₀	54,0	55,4	56,1	59,1
	Фон + N ₁₂₀	59,3	61,6	61,1	65,2
Саншайн	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	41,2	43,8	42,5	44,3
	Фон + N ₆₀	47,5	49,3	48,5	51,7
	Фон + N ₉₀	56,6	59,2	58,5	63,1
	Фон + N ₁₂₀	63,2	65,6	68,1	69,2

Вариант 23.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов
ячменя ярового пивоваренного

Сорт (фактор <i>A</i>)	Система удобрений (фактор <i>B</i>)	Повторения			
		I	II	III	IV
Фокус (контроль)	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	37,2	38,8	37,5	40,3
	Фон + N ₆₀	44,5	47,3	43,5	46,1
	Фон + N ₉₀	51,6	53,2	49,1	51,1
	Фон + N ₁₂₀	55,3	56,3	52,3	62,3
Мажор	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	39,5	40,3	37,9	40,8
	Фон + N ₆₀	48,5	45,3	47,5	51,7
	Фон + N ₉₀	55,8	57,4	58,5	56,2
	Фон + N ₁₂₀	61,4	68,2	65,1	68,2

Вариант 24.
Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов
ячменя ярового пивоваренного

Сорт (фактор А)	Система удобрений (фактор В)	Повторения			
		I	II	III	IV
Корнет (контроль)	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	41,2	44,8	39,1	41,3
	Фон + N ₆₀	45,3	46,0	42,5	45,7
	Фон + N ₉₀	51,3	52,4	49,4	48,2
	Фон + N ₁₂₀	55,0	54,3	54,1	55,9
Перспектив	Без удобрений (Фон P ₆₀ K ₉₀)	45,3	48,4	50,7	46,8
	Фон + N ₆₀	49,2	51,6	57,7	52,3
	Фон + N ₉₀	62,1	60,2	62,3	65,1
	Фон + N ₁₂₀	64,3	65,1	68,1	67,1

Тема 6. МЕТОДЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ВЫПАВШИХ ДАННЫХ

Теоретическая часть.

В процессе проведения полевых опытов возникает множество ситуаций, вследствие которых на отдельных делянках опыта не удастся получить результирующие показатели. В этих случаях обычно пытаются *восстановить выпавшие данные* на основе алгоритмов, учитывающих результаты, получаемые на соседних делянках опыта в пределах повторения или блока. Смысл этого подхода заключается в однозначном предсказании того или иного уровня выходного показателя, гипотетически достигаемого в действительности. Этот метод дает адекватные результаты только при потере незначительного количества информации с делянок опытов, имеющих маловариантные схемы. В тех случаях, когда проводятся сложные многофакторные полевые опыты, исследователь должен иметь достаточно надежный инструмент восстановления утраченных данных на случай несанкционированных событий. При этом восстанавливаться должна не конкретная дата, а выявляемая в опыте зависимость. Считаем, что этому в наибольшей мере отвечает метод регрессионного анализа данных полевого опыта с использованием сокращенных факториальных схем.

Преимущество этого подхода заключается в том, что утраченные данные восстанавливаются на основе информационной модели регрессионного анализа, отражающей изучаемое явление в целом, а не как единичное событие, которое всегда имеет низкую вероятность наступления.

Пример. Изучено действие подкормок на урожай капусты. В варианте 2 выпала из учета делянка 4, а в варианте 5 – делянка 3 и 4 (табл. 1). Восстановить «выпавшие данные» и проверить нулевую гипотезу $H_0 : d = 0$.

Решение. Прежде чем проводить дисперсионный анализ данных, необходимо привести результаты опыта к сравнимому виду, т. е. «восстановить» выпавшие данные. Расчеты рекомендуется вести в такой последовательности.

1. В табл. 20 записывают суммы по повторениям, включая те варианты, которые имеют полный набор делянок (варианты 1, 3, 4 и 6), рассчитывают средние по повторениям путем деления сумм на число вариантов, имеющих полный набор дат, т. е. на 4.

2. Для вычисления теоретически ожидаемых урожаев на выпавших из учета делянках составляют вспомогательную табл. 21, куда вносят поделочные урожаи вариантов, в которых имеются выпавшие делянки, и средние по повторениям, вычисленные для вариантов с полным набором дат (из табл. 21).

Таблица 20. Урожай стандартных кочанов капусты

Варианты	Повторения, x					Число наблюдений
	1	2	3	4	5	
1	560	542	574	537	510	5
2	548	509	560	–	497	4
3 (контроль)	595	569	631	515	501	5
4	607	594	612	586	574	5
5	629	601	–	–	597	3
6	518	502	549	518	499	5
Суммы по повторениям с полным набором вариантов (1 + 3 + 4 + 6)	2280	2207	2366	2156	2084	–
Средние по 4 вариантам	570	552	592	539	521	–

Средние по повторениям, вычисленные по 4 вариантам, с полным набором делянок, сопоставимых между собой, и их различия обусловлены в основном различиями в уровнях плодородия повторений. Чтобы вычислить средний эффект, например, варианта 2, у которого вы-

пала из учета делянка в четвертом повторении, определяют средний урожай этого варианта по оставшимся делянкам ($x_2 = 528$) и средний урожай по вариантам с полным набором делянок для этих же повторений ($x_2 = 559$).

Находят средние для вариантов:

Для варианта 2 $X = 2112 / 4 = 528$.

Для варианта 5 $X = 1827 / 3 = 609$.

Находят средние по 4 вариантам:

$X = (570 + 552 + 592 + 521) / 4 = 559$.

$X = (570 + 552 + 521) / 3 = 548$.

Сопоставляя эти два числа ($528 - 559 = -31$), находят средний эффект варианта 2 с выпавшей датой. Если бы делянка в четвертом повторении дала нормальный урожай, то он был бы примерно на 31 ц меньше, чем средний урожай выпавших делянок для пятого варианта ($609 - 548 = 61$). Если из учета выпадает только одна делянка, то теоретически вычисленный урожай определяют по формуле

$$x = \frac{IV + nP - \sum X}{(l-1)(n-1)},$$

где l – число вариантов;

n – число наблюдений;

P – сумма данных того повторения, где находится выпавшее наблюдение;

$\sum X$ – общая сумма всех наблюдений.

Таблица 21. Вспомогательная таблица для восстановления выпавших данных

Варианты	Повторения, x					Суммы	Средние для варианта	
	1	2	3	4	5		2	5
2	548	509	560	–	497	2112	528	–
5	629	601	–	–	597	1827	–	609
Средние по 4 вариантам	570	552	592	539	521	–	559	548
Восстановленный урожай								
2	–	–	–	508	–	–	–	–
5	–	–	653	600	–	–	–	–

Находят восстановленный урожай для 2 и 5 варианта:

Для варианта 2 (4 пов.) $X = 539 + (-31) = 508$.

Для варианта 5 (3 пов.) $X = 592 + 61 = 653$.

Для варианта 5 (4 пов.) $X = 539 + 61 = 600$.

3. Составляют расчетную таблицу для дисперсионного анализа, в которой восстановленные урожаи заключают в скобки, подсчитывают суммы и средние по вариантам, суммы по повторениям, общую сумму и общий урожай по опыту (табл. 22). Правильность расчетов проверяют по соотношению $\Sigma P = \Sigma V = 16795$.

4. Для вычисления сумм квадратов исходные даты целесообразно преобразовать по соотношению $X_1 = X - A$, приняв за условное среднее число 560, близкое к среднему урожаю по опыту. Преобразованные даты записывают в табл. 23, суммируют даты по вариантам, повторениям и находят общую сумму $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X_1 = -5$.

Таблица 22. Урожай стандартных кочанов капусты (ц с 1 га)

Варианты	Повторения, x					Суммы, V	Сред- ние
	1	2	3	4	5		
1	560	542	574	537	510	2723	544,6
2	548	509	560	(508)	497	2622	524,4
3 (контроль)	595	569	631	515	501	2811	562,2
4	607	594	612	586	574	2973	594,6
5	629	601	(653)	(600)	597	3080	616,0
6	518	502	549	518	499	2586	517,2
Суммы P	3457	3317	3579	3264	3178	$\Sigma X = 16795$	559,6

Таблица 23. Преобразованные даты

Варианты	$X_1 = X - 560$					Суммы, V
	1	2	3	4	5	
1	0	-18	14	-23	-50	-77
2	-12	-51	0	-52	-63	-178
3 (контроль)	35	9	71	-45	-59	11
4	47	34	52	26	14	173
5	69	41	93	40	37	280
6	-42	-58	-11	-42	-61	-214
Суммы P	97	-43	219	-96	-182	$\Sigma P = \Sigma V =$ $= \Sigma X_1 = -5$

Вычисляют суммы квадратов отклонений:

$$N = l \cdot n = 6 \cdot 5 = 30;$$

$$C = (\Sigma X_1)^2 = (-5)^2 : 30 = 0,83;$$

$$C_y = \Sigma X_1^2 - C = (0^2 + (-18)^2 + \dots + (-61)^2) - 0,83 = 60555 - 0,83 = 60554,2;$$

$$C_p = \Sigma P^2 : l - C = (97^2 + (-43)^2 + 219^2 + 96^2 + (-182)^2) : 6 - 0,83 = 16925,7;$$

$$C_v = \Sigma V^2 : n - C = ((-77)^2 + (-178)^2 + 11^2 + 173^2 + 280^2 + (-214)^2) : 5 - 0,83 = 38371,0;$$

$$C_z = C_y - C_p - C_v = 60554,2 - 16925,7 - 38371,0 = 5257,5.$$

Полученные данные заносят в таблицу дисперсионного анализа и вычисляют значение F-критерия. При вычислении числа степеней для остатка необходимо остаточное число степени свободы, которое определяется обычным путем, уменьшить на число выпавших дат, в нашем примере на 3 даты (табл. 24).

Таблица 24. Результаты дисперсионного анализа

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	F_ϕ	F_{05}
Общая	60554,2	29	—	—	—
Повторений	16925,7	4	—	—	—
Вариантов	38371,0	5	7674,2	24,8	2,81
Остаток (ошибки)	5257,5	$20 - 3 = 17$	309,3	—	—

Значение F_{05} берут из таблицы приложений для 5 степеней свободы вариантов (числитель) и 17 степеней остатка (знаменатель).

Между вариантами имеются значимые на 5%-ом уровне разности ($F_\phi > F_{05}$), H_0 отвергается.

5. Определение существенности частных различий в опыте с восстановленными урожаями имеет ту особенность, что необходимо учитывать число фактических дат, лежащих в основе вычисления статистических показателей. Вычисляют:

а) среднюю ошибку опыта –

$$x = \sqrt{\frac{S_z^2}{(n_1 + n_2 + n) \div l}} = \sqrt{\frac{309,3}{(5 + 4 + 5 + 5 + 3 + 5) \div 6}} = 8,3 \text{ ц};$$

б) ошибки разности средних при сравнении вариантов 1, 3, 4 и 6 ($n = 5$) –

$$s_d' = \sqrt{\frac{2 S_z^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 309,3}{5}} = 11,1 \text{ ц};$$

варианта 2 ($n = 4$) с вариантами 1, 3, 4 и 6 ($n = 5$) –

$$s_d'' = \sqrt{S_z^2 \frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}} = \sqrt{309,3 \frac{4 + 5}{4 \cdot 5}} = 11,8 \text{ ц};$$

варианта 5 ($n = 4$) с вариантами 1, 4 и 6 ($n = 5$) –

$$s_d''' = \sqrt{S_z^2 \frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}} = \sqrt{309,3 \frac{3 + 5}{3 \cdot 5}} = 12,8 \text{ ц};$$

в) наименьшие существенные различия для 5%-ного (или 1%-ного) уровня значимости:

$$\text{НСР}' = t_{05} s_d' = 2,11 \cdot 11,1 = 23,4 \text{ ц};$$

$$\text{НСР}'' = t_{05} s_d'' = 2,11 \cdot 11,8 = 24,9 \text{ ц};$$

$$\text{НСР}''' = t_{05} s_d''' = 2,11 \cdot 12,8 = 27,0 \text{ ц}.$$

Значение $t_{05} = 2,11$ берут из прил. 1 для 17 степеней свободы остатка. Итоговая таблица результатов опыта и статистической обработки при сравнении опытных вариантов со стандартом имеет следующий вид (табл. 25).

Таблица 25. Результаты дисперсионного анализа

Варианты (сорта)	Урожай	Отклонение от контроля	НСР ₀₅	Группа
3 (контроль)	565,2	–	–	II
1	544,6	–17,6	23,4	II
2	524,4	–37,8	24,9	III
4	594,6	32,4	23,4	I
5	616,0	53,8	27,0	I
6	517,2	45,0	23,4	I

Вывод. Существенную прибавку урожая обеспечили 4, 5 и 6-й варианты опыта (I группа), 1-й вариант по урожаю не отличался от контроля (II группа), а 2-й вариант существенно уступает контролю (III группа).

Задания

Вариант 1. Урожайность гороха посевного

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Тип (контроль)	23,5	25,8	26,9	30,0
Виктор	18,3	22,1	–	26,0
Карпати	25,5	–	29,8	32,0
Микка	16,9	19,4	22,1	25,6
Немо	19,3	23,1	25,8	29,7
Оптимус	22,4	26,8	30,1	32,2

Вариант 2. Урожайность картофеля раннего

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Лилея (контроль)	225	368	161	251
Сунита	256	373	–	287
Прада	327	–	268	345
Юлия	196	258	113	189
Сисси	239	358	200	266
Лисана	208	347	130	228

Вариант 3. Урожайность картофеля среднераннего

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Манифест (контроль)	229	381	338	316
Лилли	283	440	–	335
Ред Леди	295	–	349	370
Коронада	219	380	378	326
Сорентина	214	358	281	284
Люцилла	254	400	360	338

Вариант 4. Урожайность картофеля среднеспелого

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Скарб (контроль)	325	517	382	408
Гранада	308	414	–	346
Гарантия	–	428	300	304
Сорая	206	455	350	337
Токио	287	480	275	347
Бео	178	426	355	320

Вариант 5. Урожайность картофеля среднепозднего

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Рагнеда (контроль)	292	454	403	383
Крок	171	337	–	240
Алегрия	256	–	281	301
Линус	425	388	323	379
Икарус	398	420	389	402
Балтик Файр	503	456	391	450

Вариант 6. Урожайность бобов кормовых

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Фанфар (контроль)	34,2	40,2	37,4	21,2
Виктус	45,5	51,5	–	39,4
Дэйзи	32,4	–	35,3	20,5
Капри	32,0	40,9	36,5	21,8
СтеллаТрампет	40,4	45,1	42,8	20,9
Стрелецкие	21,5	36,8	47,3	21,9

Вариант 7. Урожайность капусты белокачанной

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Илария (контроль)	675	403	491	523
Боликор	847	377	–	638
Веббер	571	–	566	440
Джетодор	780	495	633	603
Лауда	759	298	529	490
Ранини	549	279	414	357

Вариант 8. Урожайность моркови столовой

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Наполи (контроль)	512	794	560	622
Барракуда	488	737	–	596
Йолана	–	668	514	525
Бриллианс	556	895	646	699
Дейлянс	530	795	676	667
Каданс	358	534	530	474

Вариант 9. Урожайность моркови столовой

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Морелия (контроль)	506	785	576	622
Карибоу	358	534	–	474
Ле Санте	464	785	530	593
Октаво	416	659	480	518
Санторис	370	–	490	440
Флоранс	320	366	470	385

Вариант 10. Урожайность огурца

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Ансор (контроль)	492	637	565	520
Амарок	639	719	–	813
Атик	692	769	731	817
Духмяны	749	–	660	551
Ласунак	520	767	644	675
Лабелла	821	754	784	884

Вариант 11. Урожайность бобов кормовых

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Фанфар (контроль)	37,4	50,2	57,4	41,2
Капри	38,5	41,5	–	52,4
Стелла	35,3	–	45,4	40,5
Тайфун	46,5	50,9	46,5	51,8
Бобас	42,8	55,1	52,8	60,9
Стрелецкие	48,3	46,8	57,3	61,2

Вариант 12. Урожайность гороха полевого

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Агат (контроль)	33,5	25,8	36,4	30,0
Фаэтон	28,3	32,1	–	36,0
Заранка	35,5	–	39,8	42,0
Рубикон	36,9	39,4	32,1	35,6
Спринт	39,3	43,1	35,8	39,7
Марат	22,4	26,8	30,1	32,2

Вариант 13. Урожайность гречихи обыкновенной

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Менка (контроль)	43,2	32,1	37,2	39,1
Лакнея	45,7	34,5	–	40,2
Сапфир	27,4	–	25,9	30,2
Кора	45,4	40,2	41,4	39,2
Купава	32,1	28,3	30,1	35,3
Феникс	29,1	31,3	35,4	33,2

Вариант 14. Урожайность просо обыкновенного

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Дублон (контроль)	37,8	32,6	30	36,7
Макси	29	–	24,1	30,1
Дож	29,1	34,5	32,8	39,1
Изумруд	26,2	29,1	–	27,1
Зничка	33,2	35,8	30,1	28,6
Жодинское	35,1	32,1	28,7	33

Вариант 15. Урожайность вики посевной

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Венера (контроль)	31,9	26	36,2	31,9
Накр	27,3	25,1	–	29,7
Милада	25,4	–	30,1	24,3
Людмила	26,4	30,2	27,1	23,2
Василиса	33,1	28,7	34,2	30,7
Надежда	32,4	28,7	30,4	36,1

Вариант 16. Урожайность овса посевного

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Шанс (контроль)	63,9	70,1	43,7	71,8
Мирт	76,0	81,9	53,8	70,6
Королек	72,7	41,3	–	44,0
Коньен	80,2	80,5	56,7	79,6
Скорпион	42,9	–	54,9	33,9
Бинго	45,1	61,9	49,9	56,8

Вариант 17. Урожайность ржи озимой диплоидной

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Офелия (контроль)	50,1	59,4	72,9	82,4
Вердена	45,4	48,9	49,1	69,5
Зу Драйв	72,2	80,6	76,4	–
Боно	88,5	–	86,0	92,8
Ливадо	75,9	81,5	78,7	78,9
Раво	83,2	86,2	66,5	76,4

Вариант 18. Урожайность ржи озимой тетраплоидной

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Пралеска (контроль)	42,6	67,3	38,8	51,7
Журавинка	34,1	32,1	33,5	50,3
Фламинго	30,5	57,2	29,0	49,6
Камея	60,4	58,4	48,7	–
Росана	67,7	–	49,1	57,2
Белая вежа	52,3	59,5	32,5	51,8

Вариант 19. Урожайность пшеницы мягкой озимой

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Элигия (контроль)	71,4	66,4	65,9	68,5
Амелия	66,4	71,6	60,5	66,1
Балитус	76,9	88,4	75,9	–
Бонзана	69,2	67,5	67,7	77,1
Вилейка	66,7	–	74,1	75,6
Изюминка	61,4	54,8	58,1	62,9

Вариант 20. Урожайность пшеницы озимой мягкой

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Ядвися (контроль)	80,6	69,8	75,2	78,5
Гирлянда	77,1	74,1	75,6	88,0
Густав	75,1	73,4	79,7	–
Дивия	77,7	62,9	70,3	79,7
Матрикс	90,2	–	82,0	88,4
Этана	84,0	79,1	81,6	87,3

Вариант 21. Урожайность тритикале озимой

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Прометей (контроль)	70,5	74,3	62,3	63,1
Атлет	72,7	72,4	71,5	–
Благо	61,0	53,4	64,9	62,2
Боровик	72,2	70,8	–	75,6
Юбилей	65,2	63,1	88,2	75,7
Ковчег	78,3	83,8	85,2	84,5

Вариант 22. Урожайность ячменя озимого

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Циндерелла (контроль)	49,8	63,5	81	57,8
Мастер	46,3	38	52,1	–
Олимп	64,9	68,5	79,3	65
Скарпея	58	76,5	62,5	60,5
Тимофей	52,4	–	–	51
Титус	68,9	78,1	61	88,3

Вариант 23. Урожайность ячменя ярового пивоваренного

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Бровар (контроль)	84,9	86,5	52,1	70,4
Авалон	55,9	64,1	58,1	–
Аванс	82,5	58,4	75,5	78,3
Мустанг	76,5	78,8	61,9	77,5
Одиссей	79,8	–	–	93,5
Саншайн	91,6	77,1	79,4	89,7

Вариант 24. Урожайность пшеницы мягкой яровой

Варианты	Повторения, X			
	I	II	III	IV
Любава (контроль)	55,3	58,1	60,2	63,8
Канюк	75,1	108	71,7	–
Квинтус	70,7	89,4	74	70,6
Мадонна	52,9	60,1	57,8	69,7
Монета	68,5	–	–	60,3
Награда	66,7	87,7	75,9	74,8

Вариант 25. Урожайность тритикале яровой

Варианты	Повторения, X				
	I	II	III	IV	V
Узор (контроль)	79,3	37,9	58,6	57,0	48,3
Импэтус	66,4	76,1	76,6	–	97,6
Дело	36,3	40,5	32,3	61,8	56,4
Браво	30,1	76,1	63,6	41,8	48,2
Полесье	81,9	90,0	–	–	75,8
Гелио	63,6	77,4	45,3	68,3	56,0

Вариант 26. Урожайность огурцов

Варианты	Повторения, X				
	I	II	III	IV	V
Ансор (контроль)	492	637	565	520	568
Амарок	639	719	679	–	813
Атик	692	769	731	817	780
Духмяны	749	571	660	551	582
Ласунак	520	767	–	–	675
Лабелла	821	754	784	884	830

Вариант 27. Урожайность моркови столовой

Варианты	Повторения, X				
	I	II	III	IV	V
Морелия (контроль)	506	785	576	622	720
Карибоу	358	534	530	–	474
Ле Санте	464	785	530	593	560
Октаво	416	659	480	518	492
Санторис	370	460	–	–	490
Флоранс	320	366	470	385	410

Вариант 28. Урожайность картофеля раннего

Варианты	Повторения, X				
	I	II	III	IV	V
Лилея (контроль)	225	368	161	251	
Сунита	256	373	233	–	287
Прада	327	440	268	345	352
Юлия	196	258	113	189	210
Сисси	239	358	–	–	266
Лисана	208	347	130	228	200

Вариант 29. Урожайность картофеля среднераннего

Варианты	Повторения, X				
	I	II	III	IV	V
Лилея (контроль)	229	381	338	316	332
Сунита	283	440	282	–	335
Прада	295	467	349	370	362
Юлия	219	380	378	326	320
Сисси	214	358	–	–	284
Лисана	254	400	360	338	326

Вариант 30. Урожайность картофеля среднеспелого

Варианты	Повторения, X				
	I	II	III	IV	V
Скарб (контроль)	325	517	382	408	383
Гранада	308	414	315	–	346
Гарантия	184	428	300	304	301
Соряя	206	455	350	337	379
Токио	287	480	–	–	347
Бео	178	426	355	320	450

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Биганова, С. Г. Биометрия / С. Г. Биганова. – Майкоп: Изд-во МГТУ, 2015. – 100 с.
2. Смиряев, А. В. Биометрия в генетике и селекции растений / А. В. Смиряев, С. П. Мартынов, А. В. Кильчевский. – Москва: МСХА, 1992. – 268 с.
3. Доспехов, Б. А. Методика полевого опыта / Б. А. Доспехов. – Москва: Агропромиздат, 1985. – 351 с.
4. Катманов, П. С. Биометрия / П. С. Катманов, В. П. Гавриленко, А. В. Бушов. – Москва: Юрайт, 2019. – 177 с.
5. Кирюшин, Б. Д. Основы научных исследований в агрономии / Б. Д. Кирюшин, Р. Р. Усманов, И. П. Васильев. – Москва: Колос, 2009. – 398 с.
6. Моисейченко, В. Ф. Основы научных исследований в плодоводстве, овощеводстве и виноградарстве / В. Ф. Моисейченко, А. Х. Завирюха, М. Ф. Трифонова. – Москва, 1994. – 383 с.
7. Основы научных исследований в агрономии / В. Ф. Моисейченко [и др.]. – Москва: Колос, 1996. – 336 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Значение критерия t на 5%-ном и 1%-ном уровнях значимости

Число степеней свободы	Уровень значимости		Число степеней свободы	Уровень значимости	
	0,05	0,01		0,05	0,01
1	12,71	63,66	18	2,10	2,88
2	4,30	9,93	19	2,09	2,86
3	3,18	5,84	20	2,09	2,85
4	2,78	4,60	21	2,08	2,83
5	2,57	4,03	22	2,07	2,82
6	2,45	3,71	23	2,07	2,81
7	2,37	3,50	24	2,06	2,80
8	2,31	3,36	25	2,06	2,79
9	2,26	3,25	26	2,06	2,78
10	2,23	3,17	27	2,05	2,77
11	2,20	3,11	28	2,05	2,76
12	2,18	3,06	29	2,05	2,76
13	2,16	3,01	30	2,04	2,75
14	2,15	2,98	50	2,01	2,68
15	2,13	2,95	100	1,98	2,63
16	2,12	2,92	∞	1,96	2,58
17	2,11	2,90	—	—	—

Значение критерия χ^2

Число степеней свободы	Уровень значимости 0,05	Число степеней свободы	Уровень значимости 0,05	Число степеней свободы	Уровень значимости 0,05
1	3,84	6	12,59	11	19,68
2	5,99	7	14,07	12	21,03
3	7,81	8	15,51	13	22,36
4	9,49	9	16,92	14	23,68
5	11,07	10	18,31	15	25,00

Значения критерия F на 5%-ном уровне значимости (вероятность 95 %)

Степени свободы для меньшей дисперсии (знаменателя)	Степени свободы для большей дисперсии (числителя)													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	24	50	100
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	249	252	253
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,41	19,45	19,47	19,49
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,74	8,64	8,58	8,56
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,77	5,70	5,66
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,68	4,53	4,44	4,40
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,27	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	3,84	3,75	3,71
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,57	3,41	3,32	3,28
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,28	3,12	3,03	2,98
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,07	2,90	2,80	2,76
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,91	2,79	2,64	2,59
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,79	2,61	2,50	2,45
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,69	2,50	2,40	2,35
13	4,64	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,60	2,42	2,32	2,26
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,53	2,35	2,24	2,19
15	4,54	3,70	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,48	2,29	2,18	2,12
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,24	2,13	2,07
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,38	2,19	2,08	2,02
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,15	2,04	1,98
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,55	2,48	2,43	2,38	2,31	2,11	2,00	1,94
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,52	2,45	2,40	2,35	2,28	2,08	1,96	1,90

Окончание прил. 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,05	1,93	1,87
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,47	2,40	2,35	2,30	2,23	2,03	1,91	1,84
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,45	2,38	2,32	2,28	2,20	2,00	1,88	1,82
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,43	2,36	2,30	2,26	2,18	1,98	1,86	1,80
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,41	2,34	2,25	2,24	2,16	1,96	1,84	1,77
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	1,95	1,82	1,76
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	1,91	1,78	1,72
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,34	2,27	2,21	2,12	2,09	1,89	1,76	1,69
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,07	2,00	1,79	1,66	1,59
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,02	1,95	1,74	1,60	1,52
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,10	2,03	1,97	1,92	1,85	1,63	1,48	1,39

Преобразование процента частоты гибели особей в пробиты

Гибель, %	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		2,67	2,95	3,12	3,25	3,36	3,45	3,52	3,59	3,66
10	3,72	3,77	3,82	3,87	3,92	3,96	4,01	4,05	4,08	4,12
20	4,16	4,19	4,23	4,26	4,29	4,33	4,36	4,39	4,42	4,45
30	4,48	4,5	4,53	4,56	4,59	4,61	4,64	4,67	4,69	4,72
40	4,75	4,77	4,8	4,82	4,85	4,87	4,90	4,92	4,95	4,97
50	5,00	5,03	5,05	5,08	5,10	5,13	5,15	5,18	5,2	5,23
60	5,25	5,28	5,31	5,33	5,36	5,39	5,41	5,44	5,47	5,5
70	5,52	5,55	5,58	5,61	5,64	5,67	5,71	5,74	5,77	5,81
80	5,84	5,88	5,92	5,95	5,99	6,04	6,08	6,13	6,18	6,23
90	6,28	6,34	6,41	6,48	6,55	6,64	6,75	6,88	7,05	7,33

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Тема 1. Статистические характеристики количественной и качественной изменчивости	4
Тема 2. Оценка соответствия между наблюдаемыми и ожидаемыми распределениями по критерию χ^2	25
Тема 3. Пробит-анализ.....	52
Тема 4. Корреляционно-регрессионный анализ	60
Тема 5. Двухфакторный дисперсионный анализ многофакторного полевого опыта.....	71
Тема 6. Методы восстановления выпавших данных	86
Библиографический список	100
Приложения.....	101

Учебное издание

Малышкина Юлия Степановна
Равков Евгений Викторович
Гатальская Дарья Валерьевна

ОСНОВЫ БИОМЕТРИИ. УИРС

Учебно-методическое пособие

Редактор *С. Н. Кириленко*
Технический редактор *Н. Л. Якубовская*

Подписано в печать 25.04.2025. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная.
Ризография. Гарнитура «Таймс». Усл. печ. л. 6,28. Уч.-изд. л. 4,59.
Тираж 40 экз. Заказ .

Белорусская государственная сельскохозяйственная академия.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 1/52 от 09.10.2013.
Ул. Мичурина, 13, 213407, г. Горки.

Отпечатано в Белорусской государственной сельскохозяйственной академии.
Ул. Мичурина, 5, 213407, г. Горки.